

17-18

MÁSTER UNIVERSITARIO EN
MATEMÁTICAS AVANZADAS

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



TOPOLOGÍA

CÓDIGO 21152415



Ámbito: GUJ - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección <https://sede.uned.es/valida/>



09A9BCF78650E48A66C0DC56A89AB442

17-18

TOPOLOGÍA
CÓDIGO 21152415

ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA
EQUIPO DOCENTE
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE
RESULTADOS DE APRENDIZAJE
CONTENIDOS
METODOLOGÍA
SISTEMA DE EVALUACIÓN
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA



Nombre de la asignatura	TOPOLOGÍA
Código	21152415
Curso académico	2017/2018
Títulos en que se imparte	MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS AVANZADAS
Tipo	CONTENIDOS
Nº ETCS	7,5
Horas	187.5
Periodo	SEMESTRE 1
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

La asignatura que nos ocupa se dedicará fundamentalmente al estudio de la Topología Algebraica. Ésta es una de las principales ramas de la Topología que hace uso del formalismo algebraico para trabajar en problemas relacionados con espacios topológicos y aplicaciones continuas.

Uno de los problemas fundamentales de la Topología es el estudio y la clasificación de los espacios topológicos y de las aplicaciones continuas entre ellos. Existen diferentes métodos para llevar a cabo esta clasificación. Entre ellos destaca el método del establecimiento de invariantes topológicos que permitan distinguir entre espacios de diferentes clases topológicas. Estos invariantes pueden ser de naturalezas diferentes.

En este curso de Topología, se estudian algunos invariantes topológicos de naturaleza algebraica, tales como el grupo fundamental de homotopía y los grupos de homología y cohomología.

Esto exige un cierto conocimiento de la Teoría de Grupos, y, especialmente, de la Teoría de Grupos Abelianos o Conmutativos y algunas nociones básicas de la Teoría de Módulos.

Se asocian estructuras algebraicas a los espacios y aplicaciones continuas que cumplen las propiedades funtoriales. Estas propiedades garantizan que cada estructura algebraica asociada sea una construcción invariante por homeomorfismos. Si pensamos, por ejemplo, en el grupo fundamental, esto significa que si dos espacios topológicos son homeomorfos entonces sus grupos de homotopía asociados son grupos isomorfos.

En el caso de los grupos de homología, podemos hacer algunas consideraciones semejantes, por lo que estos grupos de homología nos permitirán distinguir en algunos casos entre espacios pertenecientes a diferentes clases topológicas.

Dos nociones fundamentales en Topología Algebraica son las nociones de homotopía de aplicaciones continuas y de tipo de homotopía de espacios topológicos, nociones que están fuertemente relacionadas entre sí, y que se basan en la idea de deformación con continuidad. Las construcciones de las estructuras algebraicas asociadas a los espacios, que se definen en Topología Algebraica, tienen la propiedad de ser invariantes, no solamente del tipo topológico, sino también del tipo de homotopía de los espacios topológicos. Se estudia, en consecuencia, la invariancia homotópica del grupo fundamental y también la invariancia homotópica de los grupos de homología y cohomología.

Esta asignatura tiene además una vertiente práctica por medio de la construcción de algunos tipos de espacios que aparecen frecuentemente en la matemática y que aportan excelentes ejemplos de aplicación de la teoría aquí desarrollada, además de proporcionar al alumno la



oportunidad de desarrollar su capacidad de razonamiento espacial.

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA

Como consecuencia de lo anterior, como prerrequisito se impone haber cursado alguna asignatura de topología general, en particular, la teoría de grupos abelianos de esta asignatura de Máster se supone conocida.

Otros prerrequisitos recomendables son: tener conocimientos básicos de Teoría de Grupos, incluyendo el tema de homomorfismos de grupos, y el estudio de los subgrupos y los grupos cocientes de un grupo.

También es recomendable poseer conocimientos básicos de Álgebra Lineal, especialmente en lo concerniente a espacios vectoriales, aplicaciones lineales y matrices, conocimientos básicos de Geometría Elemental, desde el punto de vista sintético y también desde el punto de vista analítico. En particular, es muy útil que el alumno sea capaz de representar en la recta real, en el plano y en el espacio euclídeo tridimensional, figuras geométricas y subconjuntos o partes definidos por un conjunto finito de ecuaciones o inecuaciones.

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos
Correo Electrónico
Teléfono
Facultad
Departamento

JOSE LUIS ESTEVEZ BALEA
jestevez@mat.uned.es
91398-7239
FACULTAD DE CIENCIAS
MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

La tutorización se llevará a cabo a través de los siguientes medios:

Teléfono del profesor: 91 398 7239.

Correo electrónico del profesor: jestevez@mat.uned.es.

Mensajes a través del curso virtual.

Control de los foros del curso virtual.

Correo postal mantenido con la dirección del profesor:

José Luis Estévez Balea

Departamento de Matemáticas Fundamentales

Facultad de Ciencias

UNED

Paseo Senda del Rey, 9

Despacho 143

28040 MADRID (España).



COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general. Adquisición de los conocimientos fundamentales, teóricos y prácticos, de Topología Algebraica con el fin de proporcionar al alumno una formación lo suficientemente sólida para una futura dedicación, ya sea de estudio o investigación.

Conocimientos:

- Homotopía.
- Equivalencia de homotopía.
- Tipo de homotopía.
- Grupo fundamental de homotopía.
- Espacios contractibles y simplemente conexos.
- Grupo fundamental de homotopía de algunos espacios notables.
- Invariancia topológica del grupo fundamental de homotopía.
- Teorema de Van Kampen.
- Espacios recubridores.
- Símplices geométricos.
- Complejos simpliciales geométricos.
- Grupos de homología de un complejo simplicial geométrico.
- Característica de Euler-Poincaré de un complejo simplicial geométrico.
- Poliedros.



- Grupos de homología de poliedros.
- Homología singular.
- Homología relativa.
- Números de Betti y característica de Euler.
- Aplicaciones simpliciales.
- Aproximación simplicial. Número de Lefschetz.
- CW complejos.
- Cohomología.
- Teorema de los coeficientes universales.
- Orientación de variedades.
- Productos en Cohomología.
- Dualidad de Poincaré.

Destrezas:

- Poder decidir si existe una homotopía entre dos caminos definidos en un espacio, y en caso de que dicha homotopía exista, construirla.
- Saber distinguir si dos aplicaciones son homótopas o no, y si lo son, construir una homotopía entre ellas.
- Saber construir equivalencias de homotopía.
- Saber distinguir si dos espacios son del mismo tipo de homotopía o no.
- Saber determinar el grupo fundamental de homotopía de algunos espacios.



- Saber distinguir si un espacio es contractible o no lo es.
- Entender los conceptos de espacio simplemente conexo y espacio contractible y saber construir ejemplos de espacios simplemente conexos que no son contractibles.
- Utilizar la equivalencia entre el hecho de que dos espacios tengan el mismo tipo de homotopía y la existencia de un tercer espacio del cuál los dos iniciales sean retractos de deformación.
- Saber construir el grupo fundamental de homotopía utilizando el teorema de Van Kampen.
- Saber calcular el grupo fundamental de algunos espacios, vía la acción de grupos en espacios simplemente conexos.
- Manejar en la práctica la invariancia topológica del grupo fundamental de homotopía.
- Saber determinar la estructura de un grupo abeliano de tipo finito definido por una presentación.
- Saber manejar complejos singulares en el plano y el espacio tridimensional.
- Saber calcular los grupos de homología de un complejo singular.
- Saber determinar las componentes conexas de un complejo singular y conocer su relación con el grupo de homología de dimensión cero del complejo.
- Manejar la sucesión exacta de homología de un par.
- Manejar el teorema de escisión en el caso de esferas, para poder deducir algunas propiedades topológicas de éstas.
- Saber calcular los invariantes topológicos y, en particular, la característica de Euler-Poincaré de un complejo singular.
- Manejar algunas aplicaciones de la sucesión de Mayer-Vietoris.
- Ser capaz de distinguir algunos poliedros curvilíneos utilizando los grupos de homología y / o los invariantes topológicos.



- Utilizar el teorema de Lefschetz para estudiar los puntos fijos de algunas aplicaciones entre espacios proyectivos.
- Utilizar el producto cup para estudiar la equivalencia topológica de ciertos espacios, así como para el estudio de propiedades de aplicaciones entre ciertos espacios topológicos.

Competencias (o aptitudes):

- Ser capaz de desenvolverse en el lenguaje de la Topología Algebraica, y estar en condiciones para seguir un estudio posterior.
- Saber plantear problemas en el contexto de la Homología y la Cohomología, para su estudio posterior.
- Estar en condiciones de proseguir estudios más profundos en las diversas líneas de investigación de este área y de áreas relacionadas.

CONTENIDOS

METODOLOGÍA

- Enseñanza a distancia con la metodología de la UNED.
- Cursos virtuales (enseñanza virtualizada).
- Aprendizaje basado en problemas resueltos.
- Resolución, por parte del alumno, de problemas y ejercicios.



SISTEMA DE EVALUACIÓN

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9780521795401

Título:ALGEBRAIC TOPOLOGY (2001)

Autor/es:Allen Hatcher ;

Editorial:CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Algunos libros de Teoría de Grupos:

Baumslag, B.; Chandler, B. Group Theory. (Including 600 Solved Problems) Schaum's Outline Series. Mc Graw-Hill. USA. 1968.

Bujalance, E.; Etayo, J. J.; Gamboa, J.M. Teoría Elemental de Grupos. Cuadernos de la UNED. UNED. Madrid. 1987.

Ledermann, W. Introduction to Group Theory. Longman Scientific & Technical. Harlow. 1989.

Algunos libros de Álgebra (Anillos, cuerpos, espacios vectoriales, etc.):

Gamboa, J. M.; Ruiz, J. M. Anillos y Cuerpos Conmutativos. Cuadernos de la UNED. UNED. Madrid. Tercera edición. Primera reimpresión. 2003.

Lang, S. Álgebra. Aguilar ediciones. Madrid. Primera edición. Primera reimpresión. 1973.

Algunos libros de Topología Algebraica:

Libros de carácter introductorio:

Alexandroff, P. Elementary concepts of Topology. Dover Publications. New York. 1961.

Armstrong, M. A. Topología Básica. Editorial Reverté. Barcelona. 1987.

Chinn, W. G.; Steenrod, N. E. Primeros conceptos de Topología. Editorial Alambra. Madrid. 1975.

Gemignani, M. G. Elementary Topology. Second Edition. Dover Publications. New York. 1990.

Keesee, J. W. Introducción a la Topología Algebraica. Editorial Alhambra. Madrid. 1971.

Kosniowski, C. Topología Algebraica. Editorial Reverté. Barcelona. 1992.

Margalef, J.; Outerelo, E. Introducción a la Topología. Editorial Complutense. Madrid. 1993.

Massey, W. S. Introducción a la Topología Algebraica. Editorial Reverté. Barcelona. 1972.



Mc Carty, G. *Topology. An Introduction with Applications to Topological Groups.* Dover Publications. New York. 1988.

Mendelson, B. *Introduction to Topology. Third Edition.* Dover Publications. New York. 1990.

Munkres, J. R. *Topología. 2ª Edición.* Prentice Hall. Pearson Educación. Madrid. 2002.

Newman, M. H. A. *Elements of the Topology of Plane Sets of Points.* Dover Publications. New York. 1992.

Singer I. M.; Thorpe, J. A. *Lecture Notes on Elementary Topology and Geometry. Undergraduate Texts in Mathematics.* Springer-Verlag. Berlín-Heidelberg-New York. 1967.

Wall, C. T. C. *A Geometric Introduction to Topology.* Dover Publications. New York. 1993.

Libros con nivel de desarrollo más profundo:

Ayala, R.; Domínguez, E.; Quintero, A. *Elementos de la Teoría de Homología Clásica.* Universidad de Sevilla. Secretariado de Publicaciones. Sevilla. 2002.

Dold, A. *Lectures on Algebraic Topology. Second Edition.* Springer-Verlag. Berlín-Heidelberg. 1980.

Dugundji, J. *Topology.* Allyn and Bacon. Boston. 1966.

Fulton, W. *Algebraic Topology. A First Course. Graduate Texts in Mathematics.* Springer-Verlag. New York. 1995.

Hatcher, Allen. *Algebraic Topology.* Cambridge University Press. 2002.

Hocking, J. G.; Young, G. S. *Topología.* Editorial Reverté. Barcelona. 1975.

Massey, W. S. *Singular Homology Theory. Graduate Texts in Mathematics.* Springer-Verlag. New York. 1980.

Massey, W. S. *A Basic Course in Algebraic Topology.* Springer-Verlag. New York. 1991.

Maunder, C. R. F. *Introduction to Algebraic Topology.* Cambridge University Press. Cambridge. 1980.

Munkres, J. R. *Elements of Algebraic Topology.* Addison-Wesley. Menlo Park, California. 1984.

Novikov, S. P.; Rokhlin, V. A. (Editors) *Topology II. Homotopy and Homology. Classical Manifolds. Encyclopaedia of Mathematical Sciences. Vol. 24.* Springer-Verlag. Berlín-Heidelberg. 2004.

Rohlin, V.; Fuchs, D. *Premier Cours de Topologie. Chapitres Géométriques.* Editorial Mir. Moscú. 1981.

Rotman, J. J. *An Introduction to Algebraic Topology.* Springer-Verlag. New York. 1988.

Spanier, E. H. *Algebraic Topology.* Mc Graw-Hill. New York. 1966.

Switzer, R. M. *Algebraic Topology-Homotopy and Homology.* Springer-Verlag. Berlín-Heidelberg-New York. 1975.

Van Mill, J. *Infinite-Dimensional Topology. Prerequisites and Introduction.*



North-Holland. Elsevier Science Publishers. Amsterdam. 1989.

Vick, J. W. Homology Theory. An Introduction to Algebraic Topology.

Springer-Verlag. New York. 1994.

Whitehead, G. W. Elements of Homotopy Theory. Graduate Texts in Mathematics, 61.

Springer-Verlag. Berlín-Heidelberg-New York. 1978.

Zisman, M. Topología Algebraica Elemental. Editorial Paraninfo. Madrid. 1979.

Lecturas de motivación, ricas en ideas intuitivas:

Barr, S. Experiments in Topology. Dover Publications. New York. 1989.

Huggett, S. A.; Jordan, D. A Topological Aperitif. Springer-Verlag. London. 2001.

Rolfsen, Dale. Knots and links. Publish or Perish, Inc. 1990.

Weeks, J. R. The Shape of Space. Second Edition. Marcel Dekker. New York. 2002.

El gran libro sobre la geometría y la topología de las variedades de dimensión tres:

Thurston, William P. The Geometry and Topology of three manifolds.

<http://www.msri.org/gt3m/>

Esta es una obra que ha marcado un hito en el estudio de la topología de las variedades tridimensionales a través de la geometría. Ha sido y sigue siendo fuente de investigación en este campo. Su lectura no es fácil por el estilo informal y es necesario apoyarse en estudios de otros autores sobre la misma obra.

Existe una versión de imprenta de los primeros capítulos con un desarrollo más formal pero siguiendo el estilo directo del autor:

Thurston, William P. The Geometry and Topology of three manifolds. Vol 1. Princeton University Press.

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

- Curso Virtual.
- Plataforma aLF.

Otros Recursos de Apoyo.

- En el curso virtual se proporcionan accesos a páginas web con contenidos y software relacionados con la asignatura.

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no hayan sido sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el



sexo del titular que los desempeñe.

