

17-18

GRADO EN MATEMÁTICAS
TERCER CURSO

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES

CÓDIGO 61023067



Ámbito: GUJ - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección <https://sede.uned.es/valida/>



4231BBC7C0832944D956AE1A759F5ED5

17-18

GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y
SUPERFICIES
CÓDIGO 61023067

ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA
ASIGNATURA
EQUIPO DOCENTE
TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE
RESULTADOS DE APRENDIZAJE
CONTENIDOS
METODOLOGÍA
SISTEMA DE EVALUACIÓN
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA



Nombre de la asignatura	GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES
Código	61023067
Curso académico	2017/2018
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES
Títulos en que se imparte	GRADO EN MATEMÁTICAS
Curso	TERCER CURSO
Tipo	OBLIGATORIAS
Nº ETCS	6
Horas	150.0
Periodo	SEMESTRE 2
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

La geometría es una de las materias centrales de las matemáticas. Además de ser una de las disciplinas más antiguas, es también una de las que ofrece mayor número de aplicaciones.

Esta asignatura es una introducción a la rama de la geometría que se conoce por **geometría diferencial**. Es la geometría que surge al utilizar los métodos de cálculo diferencial e integral en el estudio de las figuras geométricas. Se estudian las **curvas y superficies** en el espacio euclidiano tridimensional que son los objetos más sencillos dentro de este tipo de geometría.

La geometría diferencial de curvas y superficies es la materia donde se introducen por primera vez las herramientas básicas de geometría diferencial. La geometría diferencial es una de las ramas más activas en investigación y tiene aplicaciones fuera y dentro de las matemáticas. Por ejemplo, fuera de las matemáticas, en física relativista o en diseño asistido por ordenador y dentro de las matemáticas podemos señalar que la conjetura de Poincaré, uno de los problemas más importantes dentro de la Topología ha sido demostrada usando técnicas de Geometría Diferencial.

En la asignatura Geometría Diferencial, optativa de cuarto curso, se profundizará en el estudio de esta rama de la Geometría.

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Esta asignatura es integradora y es capaz de reunir y aplicar métodos de campos distintos de las matemáticas que el alumno debe conocer, al menos básicamente.

Se recomienda haber cursado previamente las siguientes asignaturas del grado:

Funciones de una variable I y II

Funciones de varias variables I y II

Álgebra Lineal I y II

Geometrías Lineales

Introducción a las ecuaciones diferenciales



Topología

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos
Correo Electrónico
Teléfono
Facultad
Departamento

ANTONIO FELIX COSTA GONZALEZ
acosta@mat.uned.es
91398-7224
FACULTAD DE CIENCIAS
MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

Nombre y Apellidos
Correo Electrónico
Teléfono
Facultad
Departamento

ANA MARIA PORTO FERREIRA DA SILVA
asilva@mat.uned.es
91398-7233
FACULTAD DE CIENCIAS
MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO

Se llevará principalmente por la virtualización de la asignatura.

Extraordinariamente también se puede utilizar el teléfono: 91 3987224 o el correo electrónico:

acosta@mat.uned.es

El horario de atención es: Miércoles de 15:00 a 19:00.

TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Competencias generales:

- CG1 Iniciativa y motivación
- CG2 Planificación y organización
- CG3 Manejo adecuado del tiempo
- CG4 Análisis y Síntesis
- CG6 Razonamiento crítico
- CG7 Toma de decisiones
- CG8 Seguimiento, monitorización y evaluación del trabajo propio o de otros
- CG9 Motivación por la calidad
- CG10 Comunicación y expresión escrita
- CG13 Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica
- CG14 Competencia en el uso de las TIC
- CG15 Competencia en la búsqueda de información relevante
- CG16 Competencia en la gestión y organización de la información
- CG18 Habilidad para coordinarse con el trabajo de otros
- CG19 Compromiso ético (por ejemplo en la realización de trabajos sin plagios, etc.)



Competencias específicas:

CED1 Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores

CED2 Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos

CEP4 Resolución de problemas

CEA1 Destreza en el razonamiento y capacidad para utilizar sus distintos tipos, fundamentalmente por deducción, inducción y analogía

CEA2 Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Se incluye en esta competencia la representación gráfica y la aproximación geométrica

CEA3 Habilidad para crear y desarrollar argumentos lógicos, con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones

CEA4 Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento ya sea de forma teórica o práctica mediante la búsqueda de contraejemplos

CEA6 Habilidad para extraer información cualitativa a partir de información cuantitativa

CEA7 Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita

CE1 Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Conocimientos:

1. Saber que es una curva o una superficie diferenciable.
2. Conocer los invariantes locales del estudio de curvas y superficies: curvatura, torsión, primera y segunda formas fundamentales, curvatura media y de Gauss.
3. Conocer los teoremas fundamentales y más importantes dentro de la teoría elemental de geometría diferencial de curvas y superficies.
4. Conocer algunos teoremas globales de curvas y superficies.
5. Conocer de modo básico la geometría intrínseca en una superficie, así como los objetos básicos dentro de esa geometría: métrica y geodésicas. Saber que la geometría intrínseca en una superficie puede ser muy diferente a la geometría euclidiana.
6. Conocer el teorema egregio de Gauss y el teorema de Gauss para triángulos geodésicos y la relación entre elementos de geometría intrínseca y curvatura.
7. Conocer el teorema de Gauss-Bonnet y la relación entre la curvatura y la topología.



Destrezas y habilidades:

1. Dotar a un objeto de una estructura de curva o superficie diferenciable y así poder aplicar los métodos del análisis para la resolución de problemas referidos a tal objeto.
2. Definir curvas y superficies por parametrizaciones, atlas y por ecuaciones implícitas.
3. Cálculo de rectas y planos tangentes y normales.
4. Cálculo de los invariantes de curvatura para curvas y superficies.
5. Distinguir gráficamente el signo de la curvatura para una curva plana y el signo de la torsión en una curva espacial.
6. Distinguir los puntos de una superficie que son elípticos, parabólicos e hiperbólicos.
7. Distinguir propiedades e invariantes globales y locales.
8. Medir ángulos y distancias en geometría intrínseca de una superficie.
9. Cálculo de geodésicas en ejemplos sencillos.
10. Distinguir gráficamente lo que es una geodésica en una superficie.
11. Relacionar la topología con la curvatura total de una superficie.

Competencias:

1. Abre la posibilidad del estudio de la geometría diferencial más avanzada.
2. Aplicar a problemas reales (ingeniería, diseño, visión por ordenador, teoría de control) herramientas avanzadas de análisis matemático dotando de estructura diferencial (de curva o superficie) a los objetos dados.
3. Abre la posibilidad de entender la física moderna: cosmología, relatividad, mecánica.

CONTENIDOS

Curvas en el plano: 1. Curvas en el plano. 2. Recta tangente. 3. Parametrizaciones. 4. Sistema de referencia móvil. Curvatura. 5. Teorema fundamental de curvas planas. 6. Propiedades globales de curvas planas.



Curvas en el espacio: 1. Curvas en el espacio. 2. Recta tangente y plano osculador. 3. Parametrizaciones. 4. Sistema de referencia móvil. 5. Curvatura y torsión de curvas espaciales. 6. Teorema fundamental de curvas espaciales. 7. Propiedades globales de curvas espaciales.

Superficies: 1. Cartas y superficies en el espacio. 2. Superficies en implícitas. 3. Plano tangente. 4. Compatibilidad de cartas. Superficies abstractas. Variedades. 5. Orientabilidad. 6. Aplicaciones entre superficies y variedades.

Geometría intrínseca: 1. Medida de longitudes de curvas. La primera forma fundamental. 2. Geodésicas. 3. Coordenadas geodésicas. 4. Isometrías.

Aplicación de Gauss: 1. Operador de Weingarten. 2. Segunda forma fundamental y secciones normales. 3. Direcciones principales y líneas de curvatura. 4. Curvatura de superficies. 5. Direcciones y líneas asintóticas. 6. Algunos teoremas globales.

Curvatura de Gauss: 1. Condiciones de compatibilidad. 2. El teorema de Gauss para triángulos geodésicos. 3. El teorema de Gauss-Bonnet.

METODOLOGÍA

El sistema fundamental de aprendizaje es la lectura y estudio de los textos básicos:

- [Notas] Antonio F. Costa, Manuel Gamboa y Ana M. Porto, Notas de Geometría Diferencial de Curvas y Superficies, Sanz y Torres, Madrid 2005.
- [Ejercicios] Antonio F. Costa, Manuel Gamboa y Ana M. Porto, Ejercicios de Geometría Diferencial de Curvas y Superficies, Sanz y Torres, Madrid 2005.

A la vez que se estudian los capítulos de [Notas] se deben realizar los ejercicios recomendados en Plan de Trabajo de [Ejercicios].

Puede completar su estudio con los recursos que ponemos a su disposición en la virtualización de la asignatura.



SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	3
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

Calculadora no programable

Criterios de evaluación

Corrección de los argumentos matemáticos.

Redacción y presentación.

% del examen sobre la nota final	90
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4

Comentarios y observaciones

Aunque aparece como % de la prueba presencial sobre la nota final 90% en realidad puede llegar a ser del 100% si no se realiza la PEC

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC?

Descripción

La prueba consistirá en la resolución de uno o dos ejercicios prácticos y será depositada por el alumno en la virtualización.

Se llevará a cabo el segundo fin de semana del mes de abril.

Criterios de evaluación

Se valorará principalmente la corrección matemática.

También se valorará la redacción y presentación.

Todas las respuestas deben ir justificadas.

Ponderación de la PEC en la nota final	Entre 10 y 20% ver apartado final ¿Cómo se obtiene la nota final?
Fecha aproximada de entrega	14/04/2018
Comentarios y observaciones	

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s?

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final	0
Fecha aproximada de entrega	
Comentarios y observaciones	



¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

1. Si el estudiante realiza la PEC:

a. Si obtiene en la Prueba Presencial o en la PEC una calificación inferior a 4:

Nota final = Nota Prueba Presencial

b. Si obtiene en la Prueba Presencial y en la PEC una calificación superior o igual a 4:

Nota final = min (Nota Prueba Presencial + Nota PEC×0,1, 10)

2. Si el estudiante no realiza la PEC:

Nota final = Nota Prueba Presencial

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788496094482

Título:NOTAS DE GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES: TEORÍA Y EJERCICIOS (3ª)

Autor/es:Gamboa Mutuberría, José Manuel ; Porto Ferreira Da Silva, Ana Mª ; Costa González, Antonio Félix ;

Editorial:SANZ Y TORRES

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- Amores Lázaro, A.M., Curso básico de curvas y superficies, Sanz y Torres, Madrid 2001.
- Cordero, L.A., Fernández, M., Gray, A., Geometría diferencial de curvas y superficies con Mathematica, Addison-Wesley Iberoamericana, S. A., Wilmintong, Delaware, E. U. A., 1995. En este libro son de destacar las figuras obtenidas con Mathematica y el ofrecer el ordenador como medio constante de experimentación.
- do Carmo, M. P., Geometría diferencial de curvas y superficies, Alianza Universidad Textos, Madrid 1990. Es uno de los grandes clásicos en la materia pero como todos los demás, mucho mas duro que el texto base.
- Hsiung, C-C., A first course in Differential Geometry, International Press, Cambridge MA, 1997.
- Millman, R. S. and Parker, G. D., Elements of Differential Geometry, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ., 1977.
- Montiel S. y Ros A., Curvas y superficies, Proyecto Sur de Ediciones, S. L., Granada 1997. Es un estupendo texto que pone énfasis sobre todo en teoremas de carácter global y de geometría extrínseca.
- O'Neill, B., Elementos de geometría diferencial, Noriega-Limusa, Mexico 1990. Se trata de un libro excelente y otro de los clásicos como el do Carmo o el Struik.
- Pogorelov, A. V., Geometría Diferencial, Mir, Moscú 1994.



- Struik, D.J., Lectures on classical differential geometry, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1961. Es un libro excelente en todos los sentidos.
 - Thorpe, J.A., Elementary topics in differential geometry, U.T.M., Springer-Verlag, New York 1979.
 - Ventura Araújo, P., Geometría Diferencial, IMPA, Rio de Janeiro 1998.
- Libros de ejercicios:
- Fedenko, A. S., Problemas de geometría diferencial, Editorial Mir, Moscú 1991.
 - Lipschutz, M., Geometría Diferencial, Serie Schaum, MacGraw-Hill, México 1971. Tiene además una parte teórica muy aceptable.
 - López de la Rica, A. y de la Villa Cuenca, A., Geometría Diferencial, Universidad Pontificia de Comillas, Madrid, 1997.

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

En el curso virtual encontrará diversos materiales de apoyo a la asignatura.

Recomendaciones

Se recomienda visitar periódicamente el Curso Virtual de la asignatura.

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no hayan sido sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.

