18-19

MÁSTER UNIVERSITARIO EN
MATEMÁTICAS AVANZADAS

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA

ÁLGEBRA LINEAL AVANZADA

CÓDIGO 21152400

UNED

18-19

ÁLGEBRA LINEAL AVANZADA

CÓDIGO 21152400

ÍNDICE

Nombre de la asignatura	ÁLGEBRA LINEAL AVANZADA
Código	21152400
Curso académico	2018/2019
Título en que se imparte	MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS AVANZADAS
Tipo	CONTENIDOS
Nº ETCS	7,5
Horas	187.5
Periodo	SEMESTRE 1
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

El objetivo de este curso es presentar la teoría y las aplicaciones contemporáneas del álgebra lineal avanzada.
Suele ser común encontrar dificultades al pasar de las matemáticas básicas a las matemáticas avanzadas. Uno de los objetivos del curso es hacer esa transición lo más suave posible en el campo del álgebra lineal. Por tanto, cada sección contiene un material básico junto con explicaciones accesibles, y también ejemplos y ejercicios variados. Además cada sección también contiene partes que profundizan bastante en la materia y ejemplos para hacer pensar, y ejercicios que guían al estudiante a temas avanzados.

El álgebra lineal está en el núcleo de las ciencias aplicadas, pero no hay consenso sobre lo que se considera álgebra lineal aplicada. Por un lado hay aplicaciones bastante académicas y, por otro, temas más prácticos como pueden ser precisión numérica, eficiencia, etc. En este curso se tratarán ambos tipos de aplicaciones, en especial consideraciones prácticas de tipo numérico y de implementación de algoritmos.

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA

Es necesario que el alumno haya realizado un curso básico de álgebra lineal.

Conceptos que se darán por asumido son:
-Ecuaciones lineales: resolución por el método de eliminación de Gauss.
-Álgebra matricial: multiplicación de matrices, inversas, determinantes.
-Espacios vectoriales: subespacios, núcleo, imagen, independencia lineal, bases, dimensión, rango, transformaciones lineales, cambios de base.

El libro de la bibliografía básica trata estos temas en las primeras 4 secciones, por tanto, puede ser recomendable un repaso de estos conceptos, para habituarse a la notación y para afianzar los conceptos mediante los ejemplos y las aplicaciones propuestas.

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	ROBERTO CANOGAR MCKENZIE
Correo Electrónico	rcanogar@mat.uned.es
Teléfono	91398-8775
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

Nombre y Apellidos	ALBERTO BOROBIA VIZMANOS
Correo Electrónico	aborobia@mat.uned.es
Teléfono	91398-7221
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

La tutorización se realizará principalmente a través de los foros del curso virtual de la asignatura.
El alumno que desee una tutoría podrá hacerlo los miércoles lectivos (según el calendario de la UNED) de 09:30 a 13:30 horas, de las siguientes formas:

•Presencial: en el despacho 129 de la Facultad de Ciencias.

•Telefónica: 91 398 7221.

•e-mail: aborobia@mat.uned.es

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

COMPETENCIAS BÁSICAS

CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación

CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio

CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios

CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades

CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

COMPETENCIAS GENERALES

CG1 - Adquirir conocimientos generales avanzados en tres de las principales áreas de las matemáticas.

CG2 - Conocer algunas de las líneas de investigación dentro de las áreas cubiertas por el

Máster.

CG4 - Aprender a redactar resultados matemáticos.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

CE1 - Saber abstraer las propiedades estructurales de los objetos matemáticos, distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales. Ser capaz de utilizar un objeto matemático en diferentes contextos.

CE2 - Conocer los problemas centrales, la relación entre ellos, las técnicas más adecuadas en los distintos campos de estudio, y las demostraciones rigurosas de los resultados relevantes.

CE4 - Saber analizar y construir demostraciones matemáticas, así como transmitir conocimientos matemáticos avanzados en entornos especializados.

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

1. Conocimientos:

•Conocer la factorización LU, Ortogonalización de Gram-Schmidt, reducción de Householder y la reducción de Givens.

•Conocer la descomposición en valores singulares.

•Conocer la forma canónica de Jordan y la teoría de funciones sobre matrices.

•Conocer los métodos de ecuaciones de diferencias.

•Entender teoría de Perron-Frobenius

2. Destrezas y habilidades

•Comparación de los métodos para reducir una matriz a triangular superior (Gauss, Gram-Schmidt, Householder y Givens).

•Saber calcular la forma canónica de Jordan de cualquier matriz y cómo calcular la imagen de una función a una matriz cualquiera.

•Saber aplicar los métodos de Jacobi, Gauss-Seidel y SOR.

•Poder aplicar la teoría de Perron-Frobenius a casos concretos y en especial a las cadenas de Markov.

3. Competencias

•Conocer los diferentes métodos para resolver un sistema lineal y conocer en qué contextos es mejor uno que otro.

•Aplicar los conocimientos de la forma canónica de Jordan para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.

•Poder implementar los métodos de ecuaciones de diferencias.

•Saber analizar cadenas de Markov concreta.

CONTENIDOS

Normas y Ortogonalidad

- Factorización LU: factorización de Cholesky.
- Subespacios invariantes.
- Ortogonalización de Gram-Schmidt: factoricación QR
- Matrices unitarias y ortogonales: proyectores elementales ortogonales, reflectores elementales, rotaciones.
- Reducciones ortogonales: la reducción de Householder, la reducción de Givens, comparación de los métodos para reducir una matriz a triangular superior (Gauss, Gram-Schmidt, Householder y Givens).
- Subespacios complementarios: proyecciones, matrices idempotentes.
- Descomposición de Nucleo-imagen: índice de matrices cuadradas, matrices nilpotentes, descomposición nucleo-idempotente, la inversa de Drazin.
- Descomposición ortogonal: factorización URV, matrices RPN, matrices normales.
- Descomposición de valores singulares: distancia a matrices de rango pequeño, la pseudoinversa de Moore-Penrose.
- Proyecciones ortogonales: soluciones óptimas (mínimos cuadrados) de sistemas lineales incompatibles.

Autovalores y Autovectores

- Autovalores, autovectores y polinomio característico: círculos de Gerschgorin.
- Diagonalización mediante semejanzas: Teorema de triangularización de Schur, teorema de Cayley-Hamilton, multiplicidades de autovalores.
- Funciones de matrices diagonalizables: series infinitas, la serie de Neumann, perturbación de autovalores, proyectores espectrales, el método de potencias, el algoritmo iterativo QR para calcular autovalores.
- Sistemas de ecuaciones diferenciales.
- Matrices normales: diagonalización unitaria, propiedades de las matrices normales, Teorema de Courant-Fischer, entrelazado de autovalores, valores singulares y autovalores.
- Matrices definidas positivas: formas cuadráticas, la ley de inercia de Sylvester.
- La estructura de Jordan para matrices nilpotentes.
- La estructura de Jordan para matrices generales.
- Funciones para matrices generales.
- Ecuaciones de diferencias: iteraciones lineales estacionarias, el método de Jacobi, el método de Gauss-Seidel, método SOR, M-matrices, sumabilidad de Cesaro.

- Polinomios mínimos y los métodos de Krylov: polinomio mínimo de un vector, matriz compañera de un polinomio, algoritmo de tridiagonalización de Lanczos, algoritmo de ortogonalización de Arnoldi, algoritmo GMRES, algoritmo de gradiente conjugado.

Teoría de Perron-Frobenius

- Matrices positivas: índice del radio espectral, vector de Perron, la fórmula de Collatz-Wielandt, Teorema de Perron.
- Matrices no-negativas: reducibilidad y grafos, teorema de Perron-Frobenius matrices primitivas, teorema de Wielandt, test de primitividad de Frobenius, índice de imprimitividad, la forma de Frobenius.
- Matrices estocasticas y cadenas de Markov: cadenas de Markov irreducibles

METODOLOGÍA

Reaccionando a las críticas por la falta de motivación en sus escritos, Gauss comentó que los arquitectos de las grandes catedrales no oscurecían la belleza de su trabajo dejando los andamios permanentemente. Su filosofía caracteriza la presentación formal y la educación en matemáticas durante el siglo XIX y XX. La eficiencia y la belleza de la materia son comprometidas si uno se aleja demasiado del punto de vista de Gauss. Sin embargo, como muchas cosas en la vida, el darse cuenta de la belleza de las cosas va precedido del entendimiento junto con la madurez, y en matemáticas esto se consigue al ver parte del andamiaje.

Para mostrar parte del andamiaje, se utilizan narraciones, ejemplos y resúmenes, en lugar del clásico desarrollo de definición-teorema-demostración. Pero mientras que un buen ejemplo puede ser más efectivo para el entendimiento de la materia que una demostración rigurosa, es importante que los estudiantes tengan a su disposición el rigor. Por tanto, aunque la lógica y el rigor no serán el principal empuje, siempre estarán disponibles. En el texto base no se utilizan las denominaciones de definiciones, teoremas y definiciones, sin embargo las definiciones, los teoremas y las definiciones existen y sin nombrarlos explícitamente serán claramente visibles.

Esto hace que el texto base sea idóneo para su estudio sin el complemento de clases presenciales, pero con el apoyo a distancia del profesor.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	1
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

NO se permiten libros.
SÍ se permite calculadora no programable

Criterios de evaluación

El examen consiste en desarrollar un tema de dos propuestos. Los temas o cuestiones que pueden aparecer, y son estos:

*** Capítulo 5 y anteriores:**

1. Factorización LU (páginas 144-146)
2. Matrix Norms (p. 279-284)
3. Ortogonalización de Gram-Schmidt (p. 307-309)
4. Factorización QR (p. 311-314)
5. Orthogonal Decomposition Theorem (p. 405)
6. Singular Value Decomposition (p. 411-413)
7. Condition number k_2 (p. 413-416)

*** Capítulo 7:**

1. Spectral Theorem for Diagonal Matrices, Spectral Projectors (p. 517-520)
2. Functions on Diagonalizable Matrices (p. 526)
3. Power Method and Inverse Power Method (p. 533-535)
4. Relación entre Singular Values y Eigenvalues (p. 555)
5. Jordan Form of a Nilpotent Matrix (p. 579)
6. Spectral Resolution of f(A) (p. 603)
7. Linear Stationary Iterations: Jacobi's method and Gauss-Seidel method (p. 620-624)

*** Capítulo 8:**

1. Perron-Frobenius Theorem (p. 673)
2. Primitive Matrices (p. 674)
3. Frobenius Form of Imprimitive Matrices, index of imprimitivity (p. 680)
4. Types of Markov Chains (p. 691)

El examen tiene un valor de 50% sobre la nota final de la asignatura, por ello se puntúa de 0 a 5. El desarrollo del concepto elegido (entre los dos propuestos) deberá tener 4 partes y se valorarán de las siguiente forma.

*** Describir correctamente el concepto a explicar: 1,5 puntos.**

*** Dar propiedades, demostraciones, explicaciones teóricas adicionales: 1,5 puntos.**

*** Relacionar o contextualizar este concepto con otros temas, o dar aplicaciones: 1 punto.**

*** Por dar un ejemplo no trivial que ilustre el concepto: 1 punto.**

% del examen sobre la nota final	50
Nota del examen para aprobar sin PEC	
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	
Comentarios y observaciones	

Para aprobar la asignatura será necesario sacar al menos un 4 en el examen.

CARACTERÍSTICAS DE LA PRUEBA PRESENCIAL Y/O LOS TRABAJOS

Requiere Presencialidad	No
Descripción	

Habrá que hacer 3 trabajos: el primero correspondiente al capítulo 5, el siguiente correspondiente al capítulo 7 y el último para el capítulo 8.

Criterios de evaluación	
Ponderación de la prueba presencial y/o los trabajos en la nota final	Los trabajos contarán el otro 50% de la nota.
Fecha aproximada de entrega	
Comentarios y observaciones	

Para aprobar la asignatura será necesario sacar al menos un 4 en los trabajos.

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC?	No
Descripción	
Criterios de evaluación	
Ponderación de la PEC en la nota final	
Fecha aproximada de entrega	
Comentarios y observaciones	

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s?	No
Descripción	
Criterios de evaluación	
Ponderación en la nota final	
Fecha aproximada de entrega	
Comentarios y observaciones	

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

La nota final sera la media de las notas obtenidas en: (1) el examen presencial, y (2) en los trabajos.

Aclaración: Es necesario sacar al menos un 4 tanto en el examen presencial como en los trabajos.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9780898714548
Título:MATRIX ANALYSIS AND APPLIED LINEAR ALGEBRA
Autor/es:Meyer, C. D. ;
Editorial:SIAM

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9780521305860
Título:MATRIX ANALYSIS ([1st ed.])
Autor/es:Johnson, Charles R. ;
Editorial:CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS..

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Esta asignatura tiene varios recursos de apoyo:
* El curso virtual será el principal apoyo de estudio.
* Al comprar el libro de texto, se incluyen dos materiales adicionales:
1. Un manual de soluciones de los ejercicios propuestos en el libro de texto.
2. Un CD con el libro de texto en PDF y con material de soporte como son biografías de matemáticos, referencias históricas sobre cálculo de autovalores, etc.
* Página web del libro: http://www.matrixanalysis.com .

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.