ASIGNATURA DE MÁSTER:

TEORÍA DE GRUPOS

Curso 2010/2011

(Código:21152203)

1.PRESENTACIÓN

En esta asignatura se introduce por primera vez el estudio de las estructuras algebraicas no lineales. Es la continuación natural de la disciplina "Algebra Lineal" estudiada en los primeros cursos de la licenciatura. Aquí cobran significado y vida todos los conceptos algebraicos de los que el alumno ha tenido hasta hora informaciones parciales y sesgadas y se entreteje todo un mundo colmado de riqueza, de historia, y de tantos desvelos del espíritu humano. Su historia y desarrollo ha corrido paralelos e íntimos con la Geometría desde las más antiguas civilizaciones de la humanidad. Sus aplicaciones a la ciencia son innumerables tanto dentro como fuera de las matemáticas.

En síntesis, el Álgebra abstracta es santo y seña y esencia de una buena parte de los campos más activos de la Matemática pura y de la Física teórica, como computación, Criptografía, Geometría Algebraica y Física Cuántica.

2.CONTEXTUALIZACIÓN

En esta asignatura se introduce por primera vez el estudio de las estructuras algebraicas no lineales. Es la continuación natural de la disciplina "Algebra Lineal" estudiada en los primeros cursos de la licenciatura. Aquí cobran significado y vida todos los conceptos algebraicos de los que el alumno ha tenido hasta hora informaciones parciales y sesgadas y se entreteje todo un mundo colmado de riqueza, de historia, y de tantos desvelos del espíritu humano. Su historia y desarrollo ha corrido paralelos e íntimos con la Geometría desde las más antiguas civilizaciones de la humanidad. Sus aplicaciones a la ciencia son innumerables tanto dentro como fuera de las matemáticas.

En síntesis, el Álgebra abstracta es santo y seña y esencia de una buena parte de los campos más activos de la Matemática pura y de la Física teórica, como computación, Criptografía, Geometría Algebraica y Física Cuántica.

Podemos señalar como competencias generales de este Master, las siguientes:

1. Adquirir conocimientos de un área esencial dentro de las Matemáticas.

2. Saber aplicar métodos algebraicos a diversos problemas de la realidad.

3. Poner en contacto al alumno con literatura científica de cierto nivel.

4. Adquirir conocimientos que interrelacionan entre sí las diferentes disciplinas de los cursos de doctorado.

3.REQUISITOS PREVIOS RECOMENDABLES

Los prerrequisitos para abordar el estudio de este Master comprenden el lenguaje elemental de la teoría de conjuntos. También se necesita una formación sólida en Álgebra Lineal y que el alumno tenga claro los conceptos de espacio vectorial y de aplicación lineal. En ocasiones se utilizarán nociones de Análisis Matemático y de Geometría euclídea, aunque no de forma esencial.

Ámbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección https://sede.uned.es/valida/

9CCBF80F9BA14009960445F0459A3D57

4.RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Conocimientos:

1. Identificar si un conjunto determinado tiene estructura de grupo.

2. Distinguir subgrupos en un grupo dado.

3. Conocer los conceptos de orden e índice de un subgrupo.

4. Identificar si un subgrupo de un grupo dado es normal.

5. Definir el concepto de homomorfismo entre grupos e identificar los subgrupos notables asociados a un homomorfismo.

6. Saber clasificar los grupos abelianos finitos.

7. Conocer las actuaciones de un grupo dado sobre un conjunto.

8. Definir e identificar subgrupos de Sylow.

9. Generar series de composición en grupos resolubles.

Destrezas y habilidades:

1. Dotar a un conjunto de una estructura de grupo.

2. Distinguir subgrupos de un grupo dado.

3. Calcular el orden de un elemento en un grupo dado.

4. Caracterizar si un subgrupo de un grupo dado es normal.

5. Relacionar grupos por medio de homomorfismos.

6. Clasificar salvo isomorfía los grupos abelianos de orden dado.

7. Transformar un conjunto por medio de un grupo.

8. Distinguir los subgrupos de Sylow de un grupo dado.

9. Calcular series en grupos.

Competencias:

1. El Álgebra abstracta es la disciplina básica en materias ulteriores en matemática pura como Geometría Algebraica y Topología Algebraica.

Ámbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección https://sede.uned.es/valida/
9CCBF80F9BA14009960445F0459A3D57

2. Forma parte del lenguaje de buena parte de la física moderna como Mecánica Cuántica y Física de Partículas.

5.CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

1. Grupos y subgrupos. En primer lugar se introduce el concepto de estructura de grupo sobre un conjunto dado. Se estudian sus subgrupos, y se definen los conceptos de orden e índice de un subgrupo. Se hace especial hincapié en la caracterización normal de un subgrupo. Seguidamente se define el grupo cociente obtenido por un grupo dado y un subgrupo normal suyo.

2. Homomorfismos y automorfismos. Se define el concepto de homomorfismo de grupos. Se establecen los principales teoremas de isomorfía entre los subgrupos notables asociados a un homomorfismo. Se estudia el caso especial de automorfismo, incidiendo especialmente en la consideración de los automofismos internos. En consecuencia se estudian los subgrupos llamados característicos, que son estables para todos los automorfismos del grupo ambiente.

3. Grupos abelianos finitos. Se clasifican todos los grupos abelianos cuyo orden es finito.

4. Acciones de un grupo en un conjunto y Teoremas de Sylow. Se define la actuación de un grupo en un conjunto como un método de gran potencia en el cálculo algebraico. Se estudian algunos de los ejemplos más inmediatos cuyos resultados son sorprendentes por su sencillez y profundidad: ecuación de clases de conjugación, estructura de los p-grupos, etc. Como aplicación de esta misma técnica se obtienen los tres importantes teoremas de Sylow.

5. Series y grupos resolubles. Se definen los conceptos de serie, serie normal y serie de composición de un grupo. Ello dota de una estrategia profunda para estudiar grupos finitos, que no es otra que "descomponer" un grupo en sus "átomos": los grupos simples. Esto lleva de la mano al concepto de grupo resoluble como aquel que o bien es abeliano o se puede "alcanzar" a través de una serie de pasos o "átomos" que son abelianos. Ello tiene una capital importancia en el estudio de las ecuaciones algebraicas y la Teoría de Galois que se ven en la asignatura Teoría de Anillos y Cuerpos, continuación natural de la teoría de grupos.

6.EQUIPO DOCENTE

DATOS NO DISPONIBLES POR OBSOLESCENCIA

7.METODOLOGÍA

En cuanto a la metodología hemos de tener en cuenta el contexto específico de la UNED de educación a distancia. La toma de contacto entre profesor y alumno queda cristalizada de una forma esencial a través del libro de texto. Es pues necesaria la elaboración de materiales didácticos con una buena estructuración y secuenciación de contenidos, donde la alternancia de conceptos y ejemplos es clave para alcanzar los objetivos marcados y desarrollar las competencias descritas.

Ha cobrado, de igual forma, gran importancia en los últimos años la articulación de la asignatura por medio de la virtualización en la red. En un espacio cerrado al mundo exterior, los alumnos pueden proyectar sus dudas y sugerencias en los foros de discusión, creados para tal fin, en los que el profesor actúa de moderador esencial. Es una herramienta que cobrará relevancia capital en la UNED. El profesor puede volcar, en tiempo real, y de forma muy efectiva para todos los

Ámbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección https://sede.uned.es/valida/
9CCBF80F9BA14009960445F0459A3D57

alumnos repartidos por toda la geografía, cualesquiera notaciones, ejercicios, actividades, apuntes, resolución de dudas muy especificas,...

Creemos que una estrategia a seguir por parte del alumno puede ser articular su trabajo en cada una de las siguientes fases:

- Primera fase: lectura explorativa: se intentan entender los objetivos de cada tema y se incide en la comprensión de las definiciones y enunciados de los problemas. Se intentará visualizar mediante los ejemplos propuestos en el texto objetivos, definiciones y enunciados.

- Segunda fase: lectura comprensiva: se afianzarán los puntos más importantes. Se buscará entender los detalles más técnicos de las demostraciones y se incluirá una relación de ejercicios que cimienten lo aprendido. Es interesante contactar en el foro con otros compañeros y compartir y ayudarse en las dificultades.

. Tercera fase: lectura afianzativa, en la que el alumno tratará de resolver el mayor número posible de problemas. El profesor planteará a través del foro tres problemas fundamentales que se consideran indispensables. Su realización es considerada como una verdadera prueba de evaluación a distancia.

- Cuarta fase: Consulta de exámenes de años anteriores y autoevaluación usando dichos exámenes.

8.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Comentarios y anexos:

Emilio Bujalance, Javier Etayo y Manuel Gamboa, "Teoría elemental de grupos," UNED Ediciones. Madrid 2007.

9.BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Comentarios y anexos:
Son libros cuya adquisición no es obligatoria. Tan sólo se recomienda que se consulten en bibliotecas.

- *Libros introductorios y elementales:*
Allenby, R. Rings, fields and groups -an introduction to abstract algebra. Arnold, London.
Clark, A. Elements of abstract algebra. Dover, New york. 1974.
Ehrlich, G. Fundamental concepts of abstract algebra. PWS-KENT, Boston.1991.
Fraleigh, J. A first couse in abstract algebra. Reading (Massachusetts), Addison-Wesley. 1982.
Gallian, J. A. Comtemporary abstract Algebra. Health and Company. Massachusetts. 1990.
Pinter, C. A book of abstract algebra. McGraw-Hill, 1990.
- *Libros avanzados en teoría de grupos:*
Shafarevich, I.R. Basic notions of algebra. Encyclopedia of mathematical sciences 11. Springer-Verlag. 1990.
Robinson, D.J.S. A course in the teory of groups. GTM 80 Springer-Verlag. 1982.
Suzki, J. H. Group theory I, II. Springer-Verlag. 1982, 1986.
- *Libros de aplicación al estudio de la simetría.*
El concepto de simetría es importantísimo en muchas ciencias, como la física o la bioquímica, y también en el arte. El concepto de grupo es el preciso concepto matemático que codifica y canaliza esta noción.
Algunos libros dedicados a este tema son:
Armstrong, M. A. Groups and symmetry. Undergraduate Texts in Matematics, Springer-Verlag. 1988.
Stewart, I., Golubitsky, M. Fearful symmetry. Is God a Geometer? Blackwell. 1992.
- *Libros clásicos:* no podemos olvidarnos de un par de libros, de lectura incluso sencilla, pero que tanto ha

Ámbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección https://sede.uned.es/valida/
9CCBF80F9BA14009960445F0459A3D57

influido en las presentes generaciones de matemáticos.
Coxeter Fundamentos de Geometría. Limusa-Wiley, México. 1971.
Weyl, H. Symmetry. Princeton University Press. 1952.
- *Aplicaciones de la teoría de grupos en otras disciplinas de las matemáticas y de la física.*
Burn, R. P. Groups, a path to geometry. Cambridge University Press, Cambridge. 1985.
Rees, E. G. Notes on geometry. Universitext. Springer-Verlag. 1983.
Brown, K. S. Buildings. Springer-Verlag. 1989.
Massey, W.S. A basic course in algebraic topology. GTM 127, Spinger-Verlag. 1991.
Rindler, W. Essential relativity. Springer-Verlag. 1986.

10.RECURSOS DE APOYO AL ESTUDIO

1. Curso virtual donde se encuentran materiales de apoyo al estudio, así como diversas herramientas de comunicación entre profesor y alumnos.

2. La UNED tiene una licencia de campus del programa "Stientific Work Place", que además de contener un potente y profesional paquete editor científico incluye el programa Maple. Es éste un verdadero laboratorio en el que el alumno puede encontrar apoyo a muchos de los conceptos aprendidos en el curso como grupos de permutaciones, grupos de matrices, etc.

11.TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO

La tutorización se realizará principalmente en los foros del curso virtual de la asignatura.

El alumno que desee una tutoría presencial y/o telefónica podrá realizarla los viernes de 16 a 20 horas en el despacho 134 de la Facultad de Ciencias, y/o en el teléfono 91 398 72 45.

12.EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

La evaluación de los aprendizajes se llevará a cabo mediante una prueba presencial en el Centro Asociado correspondiente. Su duración será de dos horas.

La prueba consistirá en una serie de ejercicios. Los ejercicios podrán ser prácticos (problemas) o teóricos (cuestiones o bien demostraciones de resultados teóricos en uno o varios pasos).

No se podrá utilizar ningún tipo de material durante la realización del examen.

En general, el objetivo de la prueba presencial es valorar el grado de comprensión de la materia. Para ello se tendrá en cuenta el planteamiento razonado de la solución al problema y también la buena exposición.

13.COLABORADORES DOCENTES

Véase equipo docente.

Ámbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección https://sede.uned.es/valida/
9CCBF80F9BA14009960445F0459A3D57