

MÉTODOS MATEMÁTICOS

II

Curso 2011/2012

(Código: 61042024)

1. PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA

Datos de la asignatura:

Nombre: Métodos Matemáticos II

Código: 61042024 Tipo: Obligatoria

Curso: Segundo Semestre: Primero

El objetivo de esta asignatura es profundizar en la formación matemática que el alumno que estudia el Grado en Física debe poseer. Es importante no sólo por sus propios contenidos sino también porque está en la base matemática de algunas de las asignaturas que deberá cursar. Sus contenidos se usarán como herramienta y fundamentación matemática básica de algunas de las disciplinas de la física.

El curso está estructurado en tres partes:

- 1.- Una introducción al análisis funcional.
- 2.- Una introducción a las transformaciones integrales (ciñéndonos fundamentalmente a las transformadas de Laplace y de Fourier) .
- 3.- Una introducción a la ecuaciones diferenciales no lineales (principalmente sistemas autónomos de orden dos).

2. CONTEXTUALIZACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIOS

Esta asignatura forma parte del Grado en Física de 6 créditos ECTS, es de carácter obligatorio, y aborda la capacitación del alumno en una parte relevante de sus conocimientos matemáticos.

El curso consta de tres partes principales: 1) una introducción al análisis funcional, 2) a las transformaciones integrales (incidiendo en las transformadas de Laplace y de Fourier) y 3) una introducción a la ecuaciones diferenciales no lineales (principalmente sistemas autónomos de orden dos).

Está incluida en el grupo de asignaturas de Métodos Matemáticos de la Física, y es una asignatura de nivel alto.

Está estrechamente relacionada tanto con las asignaturas de Fundamentos de Matemáticas (Análisis Matemático I y II y Álgebra) y con el resto de asignaturas de Métodos Matemáticos de la Física. Además, otras asignaturas del grado usan estos contenidos como herramienta y fundamentación. La fundamentación matemática de la formulación abstracta de la mecánica cuántica y la teoría de campos cuántica usa los contenidos de análisis funcional. Las transformaciones integrales son una herramienta que se usa en la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones en derivadas parciales, en óptica, en electromagnetismo, y en otras muchas aplicaciones. Y las ecuaciones diferenciales no lineales aparecen en la formulación de muchos problemas de la física, en mecánica clásica, en óptica, en sistemas dinámicos, en física estadística, etc.



3. REQUISITOS PREVIOS REQUERIDOS PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Es fundamental haber superado las asignaturas de Álgebra, Análisis Matemático I y II y Métodos Matemáticos I. Se recomienda especialmente el repaso previo de los siguientes conceptos ya estudiados previamente y que juegan un papel muy importante en esta asignatura:

- Topología de la recta real y del plano. Abiertos, cerrados, compactos, sucesiones, sucesiones de Cauchy, sucesiones convergentes...
- Espacio vectorial, independencia lineal, bases.
- Producto escalar, sistemas ortogonales.
- Aplicaciones lineales.
- Formas de Jordan de aplicaciones lineales, diagonalización, autovalores y autovectores.
- Integración de funciones de una variable.
- Sistemas lineales de ecuaciones diferenciales.

Es también aconsejable tener ciertos conocimientos de inglés para seguir la asignatura por la bibliografía básica recomendada, si bien es posible preparar la asignatura por cualquier otro libro en español que cubra los contenidos.

4. RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Parte A: Introducción al Análisis Funcional

El análisis funcional es una herramienta importante en la investigación de multitud de problemas que aparecen tanto en la matemática pura y aplicada como en distintas ramas de la física y la ingeniería e incluso en la biología y en la economía.

El objetivo principal es un estudio introductorio de las propiedades fundamentales de determinados espacios abstractos, generalmente de dimensión infinita, y de las propiedades básicas de los operadores que actúan entre ellos.

En primer lugar, el alumno debe aprender en este curso el concepto de métrica y espacio métrico y conocer las propiedades básicas de la topología asociada al sistema de bolas abiertas definidas por la norma. También debe conocer el concepto de sucesión, y en especial el concepto de sucesión de Cauchy en un espacio métrico, y el de aplicación lineal entre espacios métricos. Finalmente aprenderá el concepto de continuidad y el de límite de una sucesión y el de espacio métrico completo.

En segundo lugar, el alumno aprenderá el concepto de norma y espacio normado y cómo introducir en él una métrica mediante la norma de manera que el espacio normado es también un espacio métrico con todas sus propiedades y saber que cuando es completo en la métrica introducida por la norma se llama espacio de Banach. El alumno aprenderá que los operadores y funcionales continuos en un espacio normado constituyen a su vez un espacio normado con la norma definida para ellos y que en caso de los funcionales lineales continuos este espacio es de Banach y se llama espacio dual del espacio normado inicial.

En tercer lugar, el alumno aprenderá el concepto de producto escalar y de espacio lineal con producto escalar o espacio pre-Hilbert. Aprenderá también que el producto escalar es capaz de generar una norma que lo dota de la estructura de espacio normado con todas sus propiedades. Cuando en la métrica inducida por esta norma el espacio es completo se denomina de Hilbert. Otro concepto importante generado por el producto escalar es el de ortogonalidad que nos proporciona herramientas muy importantes para el estudio de los espacios de Hilbert, conjuntos ortogonales, bases ortonormales, etc.



En este contexto el alumno aprenderá dos herramientas fundamentales en las matemáticas y la física: las series trigonométricas de Fourier y los polinomios ortogonales.

El alumno también aprenderá a conocer las propiedades básicas de determinados operadores y funcionales lineales que actúan entre los espacios pre-Hilbert y de Hilbert y aprenderá qué es un operador continuo y operador acotado, un operador compacto y que en estos espacios operador continuo y acotado son conceptos equivalentes. Aprenderá el concepto y las propiedades más importantes del operador adjunto a uno dado y el de operador hermitico, unitario y operador normal, y aprenderá que el dual de un espacio de Hilbert coincide con él mismo entre otras cosas.

Por último, estudiará la estructura básica de la teoría espectral de algunos de los tipos de operadores arriba indicados, principalmente de tipo compacto y del tipo acotados. El alumno aprenderá qué es la resolvente de un operador y qué es su espectro y sus diferentes tipos: espectro puntual, espectro continuo y residual y cómo se caracteriza cada uno de ellos.

Parte B: El concepto de transformada integral: las integrales de Fourier y de Laplace

El alumno aprenderá qué es una transformada integral, limitándonos luego básicamente al estudio de la transformada de Fourier y de Laplace y al estudio de sus propiedades, por la importancia que estas transformaciones tienen como herramienta en la solución de multitud de problemas tanto en el campo de las ecuaciones diferenciales lineales ordinarias como en derivadas parciales, así como en otros muchos campos.

Parte C: Introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales: sistemas autónomos de orden 2.

El alumno habrá comprendido la terminología usada en la descripción cualitativa de los sistemas dinámicos de orden dos; en concreto, qué es un sistema autónomo, qué es el plano de las fases correspondiente, qué se entiende por trayectoria y puntos críticos del sistema y cómo se clasifican, etc.

El alumno habrá entendido cómo llevar a cabo, en primer término, el tratamiento cualitativo de los sistemas lineales autónomos de orden dos y cómo hacer el estudio de su mapa fásico, cómo obtener sus puntos críticos y cómo clasificarlos, cómo obtener sus trayectorias, cómo determinar su estabilidad, etc. y su importancia como punto de referencia en el estudio cualitativo de los sistemas autónomos no lineales de orden dos.

El alumno habrá entendido cómo llevar a cabo el tratamiento cualitativo de estos últimos, sabrá cómo se hace el estudio de su mapa fásico, cómo se clasifican sus puntos críticos aislados, sus trayectorias, qué son sus ciclos límite y cuándo el sistema tiene soluciones periódicas. Qué es un sistema conservativo y en qué consiste el método de Lyapunov para el estudio de la estabilidad del sistema, etc.

5. CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

El programa de la asignatura consta de tres bloques; a saber:

A.- Introducción al análisis funcional.

B.- El concepto de transformada integral: las transformadas de Fourier y de Laplace.

C.- Introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales: sistemas autónomos de orden dos.

La distribución temática es la siguiente:



PARTE A: INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS FUNCIONAL.

- 1.- Espacios métricos y la topología inducida por la métrica.
- 2.- Espacios lineales normados y espacios de Banach.
- 3.- Espacios lineales con producto escalar. Espacios pre-Hilbert y de Hilbert.
- 4.- Operadores y funcionales lineales en espacios de Banach y de Hilbert. El espacio dual.
- 5.- Introducción a la teoría espectral de operadores lineales en espacios normados. Conceptos generales y propiedades básicas. Espectro y resolvente.
- 6.- Operadores lineales compactos en espacios lineales y las propiedades de su espectro.
- 7.- La teoría espectral de los operadores lineales auto-adjuntos (hermíticos) acotados en el espacio de Hilbert.

PARTE B: EL CONCEPTO DE TRANSFORMADA INTEGRAL: LAS TRANSFORMADAS DE FOURIER Y LAPLACE.

- 8.- La transformada de Fourier: propiedades y aplicaciones.
- 9.- La transformada de Laplace: propiedades y aplicaciones.

PARTE C: INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS NO LINEALES: SISTEMAS AUTÓNOMOS DE ORDEN DOS.

- 10.- Introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales. Consideraciones generales. Clasificación y propiedades.
- 11.- Sistemas autónomos de orden dos.

6.EQUIPO DOCENTE

- [CARLOS FERNANDEZ GONZALEZ](#)
- [VICTOR ALBERTO FAIREN LE LAY](#)

7.METODOLOGÍA Y ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

La metodología de la asignatura está basada en la enseñanza a distancia, donde tiene gran importancia el trabajo autónomo, con el apoyo docente a través del correo, correo electrónico, medios virtuales, foro de debate, telemáticos, teléfono y



reuniones presenciales.

Para el trabajo autónomo y la preparación de la asignatura los estudiantes disponen de una bibliografía básica acorde con el programa de la materia, así como de materiales de apoyo y la tutoría telemática proporcionada por los profesores de apoyo, y las tutorías presenciales disponibles.

Se considera que el trabajo autónomo (excluyendo lectura de material y realización de trabajos) corresponde al menos al 50 % del total de los créditos de la asignatura. El tiempo dedicado a la lectura del material docente estaría en torno al 20 % del tiempo dedicado por el alumno a la asignatura, y otro 30 % dedicado a la resolución de problemas y elaboración de trabajos.

Los estudiantes matriculados en esta asignatura dispondrán de:

- Una guía con los temas del programa, en la que para cada uno de ellos se hace una introducción, se da un esquema con los objetivos de aprendizaje y se da una bibliografía básica y complementaria para su estudio
- Ejercicios prácticos.

Todos estos materiales de apoyo se encontrarán accesibles en la web de la UNED, en el espacio virtual de esta asignatura en la plataforma aLF.

8.EVALUACIÓN

Se realizará un examen final y dos o tres pruebas de evaluación continua, contribuyendo todo a la nota final.

El examen presencial final escrito será de dos horas de duración, en el que se deberán contestar cuestiones teóricas y o resolver problemas concretos aplicando los conocimientos teóricos adquiridos. Este examen es obligatorio y se celebrará en todos los Centros Asociados, de manera coordinada, al final del semestre correspondiente.

La evaluación continua consistirá en cuestionarios escritos que se ofertarán en el curso virtual. Estos cuestionarios no serán obligatorios, y para los alumnos que no los realicen su peso en la nota final será de cero.

La nota final será la suma de la nota del examen presencial más dos puntos como máximo cuando todas las pruebas de evaluación continua estén bien contestadas. Bien entendido, que la suma de la nota correspondiente a las pruebas de evaluación continua solo se llevará a cabo cuando la nota de la prueba presencial sea superior o igual a cuatro. En todo caso la nota final no podrá exceder de diez puntos y cuando la suma antes indicada exceda de diez, la nota final será de diez puntos con opción a matrícula de honor.

Dado que la asignatura consta de tres bloques diferenciados, será necesario adquirir el grado de suficiencia necesario para aprobar en cada bloque de la asignatura.

9.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13): 9780471507314
Título: INTRODUCTORY FUNCTIONAL ANALYSIS WITH APPLICATIONS
Autor/es:
Editorial: JOHN WILEY AND SONS

Buscarlo en Editorial UNED

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación



ISBN(13): 9789702605928
Título: ECUACIONES DIFERENCIALES Y PROBLEMAS CON VALORES EN LA FRONTERA (4)
Autor/es: Snider, Arthur David ; Saff, Edward B. ; Nagle, R. Kent ;
Editorial: PEARSON EDUCACIÓN

Buscarlo en Editorial UNED

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Comentarios y anexos:

La parte A está incluida principalmente en el libro 'Introductory Functional Analysis with Applications', de Kreyszig. Este libro está editado sólo en inglés, por lo que es conveniente que el alumno tenga ciertos conocimientos del idioma. El vocabulario técnico de matemáticas en inglés es muy sencillo, y en la mayoría de los casos muy similar al español. Esto ayudará al alumno a introducirse en el inglés científico de la forma más sencilla posible, a través de textos sin complicaciones gramaticales y con un vocabulario muy reducido. Se proporcionará en el curso virtual un pequeño diccionario con los vocablos de la asignatura cuya traducción no sea obvia.

Se proporcionarán notas para completar una parte del contenido del tema 2, correspondiente a una breve introducción a la integral de Lebesgue. Además, se verán también los apartados correspondientes a series de Fourier del libro 'Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera', de Nagle, Saff y Snider.

Para la parte B, se seguirá también el libro 'Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera', de Nagle, Saff y Snider, en lo que respecta a la transformada de Laplace, y se proporcionarán notas en el curso virtual para el estudio de la parte relativa a la transformada de Fourier.

Para la parte C también se proporcionarán notas en el curso virtual, aunque se recomienda su estudio por el libro de la bibliografía complementaria 'Ecuaciones Diferenciales', de Ross, Ed. Reverté.

10. BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13): 9788429151138
Título: ECUACIONES DIFERENCIALES
Autor/es: Ross, Shefley L. ;
Editorial: REVERTÉ

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

ISBN(13): 9788436254563
Título: INTRODUCCIÓN AL FORMALISMO DE LA MECÁNICA CUÁNTICA (2ª)



Autor/es: Alvarellos Bermejo, José Enrique ; García Sanz, José Javier ; García González, Pablo ;
Editorial: UNED

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

ISBN(13): 9788477540359

Título: ESPACIOS DE HILBERT : GEOMETRÍA, OPERADORES, ESPECTROS

Autor/es: Galindo Tixaire, Alberto ; Abellanas, Lorenzo. ;

Editorial: EDICIONES DE LA UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID (EUEDEMA)

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

Comentarios y anexos:

Los libros "Espacios de Hilbert: Geometría, Operadores, Espectros", de Abellanas y Galindo, e "Introducción al Formalismo de la Mecánica Cuántica", de Alvarellos, García y García, constituyen un buen apoyo para la primera parte de la asignatura (Introducción al Análisis Funcional), principalmente para aquellos alumnos que encuentren dificultades en la comprensión del inglés.

El libro "Ecuaciones Diferenciales" de Ross es una magnífica referencia para los contenidos de la tercera parte de la asignatura.

11.RECURSOS DE APOYO

A través del curso virtual se pondrá a disposición de los alumnos diverso material de apoyo al estudio: problemas resueltos, ejercicios, etc. Con ellos el alumno puede desarrollar su capacidad de aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de problemas y cuestiones.

El alumno puede contar con las bibliotecas de la UNED para consultas bibliográficas.

12.TUTORIZACIÓN

La labores de tutorización y seguimiento se harán principalmente a través de las tutorías presenciales en los Centros Asociados, y mediante las herramientas de comunicación del Curso Virtual (correo y foros de debate). Además, los estudiantes podrán siempre entrar en contacto con los profesores de la asignatura por medio de correo electrónico teléfono o entrevista personal.

Los horarios de las tutorías presenciales los establecerán los distintos Centros Asociados que las impartan. Cada alumno debe ponerse en contacto con su Centro Asociado para saber si se imparten tutorías presenciales o tutorías telemáticas



AVIP.

Las guardias del Equipo Docente serán los martes por la tarde.

Francisco Javier Fernández Velicia

E-mail: fjfernandez@ccia.uned.es

Teléfono: 913987175

Horario: Martes, de 16:30 a 20:30

Despacho: 224 (Facultad de Ciencias, segunda planta)

Carlos Fernández González

E-mail: cafernan@ccia.uned.es

Teléfono: 913987182

Horario: Martes, de 16:00 a 20:00

Despacho: 239 (Facultad de Ciencias, segunda planta)

Ámbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección <https://sede.uned.es/valida/>



BEA42CB6224615E3891905F2B67DAFB9