ASIGNATURA DE GRADO:

# VARIABLE COMPLEJA

Curso 2012/2013

(Código:61022079)

## 1.PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA

La asignatura trata sobre las funciones del cuerpo de los números complejos C en sí mismo, más precisamente se centra en el estudio de las llamadas funciones analíticas que resultan ser las funciones complejas derivables. Es una materia más especializada que los primeros cursos de Análisis Matemático pero es básica para la formación de un matemático sea puro o aplicado.

Finalizar Modificar Borrar

## 2.CONTEXTUALIZACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIOS

La materia de esta asignatura supone un paso cualitativo en el estudio del Análisis Matemático. Aunque las relaciones con el estudio de las funciones reales de los cursos anteriores es fundamental, la teoría de las funciones de variable compleja difiere esencialmente tanto en los conceptos como en los métodos aplicados.

Las competencias que se pretenden que adquiera el alumno con esta asignatura son fundamentalmente:

1. Conocimientos básicos en una disciplina importante en la formación tradicional en la Matemática superior con aplicaciones muy importantes en el cálculo en el campo real.
2. Conocimiento de los métodos y técnicas que proporciona la variable compleja en diversos campos no solamente internos de las Matemáticas sino también en Física, por ejemplo.
3. Proporcionar un contacto con las Matemáticas de un nivel más avanzado.

Un objetivo a conseguir es que el alumno adquiera las siguientes destrezas y habilidades:

1. Cálculo práctico con números complejos, representación de subconjuntos del pla- complejo expresado por ecuaciones complejas.
2. Cálculo práctico con las funciones complejas elementales, potencial, exponencial. Cálculo con series de potencias, cálculo de radios de convergencias.
3. Determinación práctica de los desarrollos Taylor y Laurent. Aplicación al análisis de las singularidades.
4. Cálculo práctico de integrales complejas y reales por el método de los residuos.
5. Determinación práctica de la transformación conforme de semiplanos en círculos y dominios más generales en semiplanos y círculos.

## 3.REQUISITOS PREVIOS REQUERIDOS PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Conocimiento del cálculo de variable real así como un curso elemental de Algebra y Topología.

## 4.RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Ámbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección https://sede.uned.es/valida/
900E762540AE3E6F85AAFEA81A8BB614

El resultado a conseguir en el aprendizaje de esta asignatura es un ´conocimiento razonable de la teoría básica de las funciones de variable compleja, tanto para proseguir estudios más avanzados en el Análisis Matemático como en relación con otras disciplinas como la Física y un dominio de las técnicas propias de esta materia.

## 5.CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

1. Los números complejos. Se introduce el cuerpo de los números complejos, su estructura algebraica, así como su representación sobre el plano. Se definen el módulo y el argumento de un número complejo, obteniendo la métrica euclídea y la topología subyacente. También se describe la representación sobre la esfera de Riemann.

2. Funciones complejas. Se define la continuidad y la diferencialbilidad en el campo complejo. Se comparan las nociones de diferenciabilidad en el sentido complejo y real y se obtienen las condiciones de Cauchy-Riemann. Se definen los conceptos de holomorfía y analiticidad y se relacionan con la propiedad geométrica de ser transformación conforme. Finalmente se presenta el teorema de la función inversa para funciones de variable compleja.

3. Series de potencias y funciones elementales. Se definen los conceptos de sucesión y series de funciones en el campo complejo y se dan criterios de convergencia. Se presta especial atención a las series de potencias. Se demuestra el Teorema de Cauchy-Hadamard que proporciona el radio de convergencia de una serie de potencias en términos de sus coeficientes y se prueba el teorema que permite la derivación término a término y establece la igualdad entre los radios de convergencia de una serie de potencias y su derivada. Finalmente se introducen las funciones elementales, exponencial, trigonométricas, mediante series de potencias y se menciona el fenómeno de las funciones multiformes con motivo de la función logarítmica, introduciéndose el concepto de Superficie de Riemann.

4 Integración en el campo complejo. El teorema de Cauchy. Se define la integral de una función de variable compleja a lo largo de un camino como una integral de Riemann-Stieltjes y se derivan sus propiedades. Se estudia también su comportamiento respecto al paso al límite en el caso de sucesiones y series de funciones. A continuación se analiza la relación entre la integración a lo largo de caminos y la existencia de primitivas del integrando, mostrando que en cualquier caso la existencia de una primitiva en un dominio implica la anulación a lo largo de cualquier camino cerrado. Se demuestra el Teorema de Cauchy-Goursat para el triángulo y se concluye el Teorema de Cauchy para un dominio convexo que afirma que en un tal dominio la integral de una función analítica a lo largo de un camino cerrado es cero. Como consecuencia del Teorema de Cauchy se obtiene la importante Fórmula integral de Cauchy y de aquí el desarrollo en serie de Taylor. Se prueban las desigualdades de Cauchy y el Teorema de Liouville. Finalmente se presenta la propiedadde la media y como consecuencia el Principio del máximo del que a su vez se deduce el Lema de Schwarz.

5. Consecuencias del Teorema de Cauchy. Como consecuencia del Teorema de Cauchy se obtiene la importante Fórmula de Cauchy y de aquí el desarrollo en serie de Taylor. se prueban las desigualdades de Cauchy y el Teorema de Liouville. Finalmente se presenta la propiedad de la media y como consecuencia el Principio del máximo del que a su vez se deduce el Lema de Schwarz.

6. El Teorema general de Cauchy. En este capítulo se introducen las nociones de homología y homotoplía que son de naturaleza topológica pero que proporcionan el marco apropiado para dar las versiones generales del Teorema de Cauchy. Se prueba el Teorema general de Cauchy y se introduce el concepto de índice de un camino respecto a un punto exterior al mismo. Se describen los dominios simplemente conexos, concepto estrechamente relacionado con los de homología y homotopía. Finalmente se prueba el Teorema del desarrollo en serie de Laurent.

7. Ceros de las funciones analíticas. Singularidades aisladas. Utilizando los resultados obtenidos como consecuencia del Teorema de Cauchy probaremos también el principio de identidad de las funciones analíticas que básicamente equivale al hecho que los ceros de las funciones analíticas no se pueden acumular en el interior del dominio de definición. A continuación se estudian las singularidades aisladas de las funciones analíticas, se las clasifica en evitables, polos, esenciales y finalmente se describe el comportamiento de la función en un entorno de una singularidad aislada. También relacionaremos la naturaleza de las singularidades aisladas con los correspondientes desarrollos de Laurent.

8. Aplicaciones del método de los residuos al cálculo de integrales reales. En este capítulo de carácter práctico se presentan algunos modelos de integrales reales que se pueden obtener mediante los métodos complejos del cálculo de residuos.

Ámbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección https://sede.uned.es/valida/
900E762540AE3E6F85AAFEA81A8BB614

9.Transformación Conforme. En el capítulo segundo se introdujo la noción de transformación conforme, en este capítulo se estudian más extensivamente las funciones analíticas desde este punto vista. Introducimos las transformaciones fraccionarias lineales o de Möbius, se estudian sus propiedades y se describen algunas familias de transformaciones de Möbius particulares, por ejemplo aquellas que dejan invariante el círculo unidad. Se presenta sin demostración el Teorema de la transformación conforme de Riemann que permite representar un dominio simplemente conexo sobre el círculo unidad. Finalmente se enuncia el Teorema de Schwarz-Christoffel que proporciona la transformación conforme de un polígono sobre el semiplano o equivalentemente sobre el círculo unidad.

## 6.EQUIPO DOCENTE

- ARTURO FERNANDEZ ARIAS

## 7.METODOLOGÍA Y ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

La metodología del aprendizaje se basa fundamentalmente en el estudio del libro base por parte del alumno.El estudio de la parte teórica del libro base debe acompñarse de la realización y comprensión de los ejercicios prácticos. Es recomendable la consulta de otros textos recomendados en la bibliografía que presenten la misma materia desde otro punto de vista.En esto se hace especial énfasis en la parte práctica, hasta el punto de llegar a ser estrictamente necesario. Es preciso larealización de problemas y ejercicios más allá de los ejercicios del texto. Finalmente es recomendable el contacto con el equipo docente para resolver dudas y mejorar la comprensión de la materia.

## 8.EVALUACIÓN

La evaluación se llevará a cabo mediante una prueba presencial de 2 horas de duración. La prueba constará de cuestiones teóricas donde se pedirá reproducir demostraciones de resultados presentados en teoría y de ejercicios prácticos. Se valorará la parte teórica y la práctica en la misma proporción, es decir al 50% cada una. Se valorará principalmente la comprensión de la materia.

## 9.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA


LIBRO ACTUALMENTE NO PUBLICADO
ISBN(13):
Título: A COLLECTION ON PROBLEMS ON COMPLEX ANALYSIS. (PROBLEMS)
Autor/es: L.I.Volkovyski, G.L.Lunts And I.G.Aramanovich. ;
Editorial: DOVER PUBLICATIONS

LIBRO ACTUALMENTE NO PUBLICADO
ISBN(13):
Título: COMPLEX ANALYSIS
Autor/es: L.V.Ahlfors ;
Editorial: : MCGRAW HILL

LIBRO ACTUALMENTE NO PUBLICADO
ISBN(13):
Título: FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA Y TEORÍA DE LA ESTABILIDAD (PROBLEMAS)
Autor/es: M.L.Krasnov, A.I.Kiseliov Y G.I.Makarenkoi ;
Editorial: Ed.Reverté

LIBRO ACTUALMENTE NO PUBLICADO



Ámbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección https://sede.uned.es/valida/
900E762540AE3E6F85AAFEA81A8BB614

ISBN(13):
Título: FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA Y TEORÍA DE LA ESTABILIDAD. (PROBLEMAS)
Autor/es: M.L.Krasnov, A.I.Kiseliov Y G.I.Makarenko ;
Editorial: Ed.Reverté

LIBRO ACTUALMENTE NO PUBLICADO
ISBN(13):
Título: FUNCTIONS OF ONE COMPLEX VARIABLE
Autor/es: J.H.Conway ;
Editorial: : SPRINGER VERLAG

LIBRO ACTUALMENTE NO PUBLICADO
ISBN(13):
Título: PROBLEMS IN ADVANCED THEORY OF FUNCTIONS, VOL. I,II. (PROBLEMAS)
Autor/es: K.Knopp ;
Editorial: DOVER PUBLICATIONS

LIBRO ACTUALMENTE NO PUBLICADO
ISBN(13):
Título: PROBLEMS IN ADVANCED THEORY OF FUNCTIONS, VOL. I,II. (PROBLEMAS)
Autor/es: K.Knopp ;
Editorial: DOVER PUBLICATIONS

LIBRO ACTUALMENTE NO PUBLICADO
ISBN(13):
Título: REAL AND COMPLEX ANALYSIS
Autor/es: W.Rudin ;
Editorial: McGraw Hill

LIBRO ACTUALMENTE NO PUBLICADO
ISBN(13):
Título: TEORÍA Y PROBLEMAS RESUELTOS. (PROBLEMAS)
Autor/es: M.R.Spiegel ;
Editorial: Ed.Mcgraw-Hill, Serie Schaum

LIBRO ACTUALMENTE NO PUBLICADO
ISBN(13):
Título: VARIABLE COMPLEJA, UN CURSO PRÁCTICO. (PROBLEMAS)
Autor/es: D.Pestana, J.M.Rodríguez Y F.Marcellán ;
Editorial: Editorial Sintesis S.A.

Comentarios y anexos:

El Texto base son las notas:

"Introducción a las funciones de variable compleja" de Arturo Fernández Arias que aparecerá en los materiales de la asignatura en la plataforma Alf.

## 10.BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

LIBRO ACTUALMENTE NO PUBLICADO
ISBN(13):
Título: FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA Y TEORÍA DE LA ESTABILIDAD

Ámbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección https://sede.uned.es/valida/
900E762540AE3E6F85AAFEA81A8BB614

Autor/es: M.L.Krasnov, A.I.Kiseliov Y G.I.Makarenkoi ;
Editorial: Ed.Reverté

LIBRO ACTUALMENTE NO PUBLICADO
ISBN(13):
Título: PROBLEMS IN ADVANCE THEORY OF FUNCTIONS, VOL. I,II
Autor/es: K.Knopp ;
Editorial: : DOVER PUBLICATIONS

LIBRO ACTUALMENTE NO PUBLICADO
ISBN(13):
Título: TEORÍA DE LAS FUNCIONES ANALÍTICAS. (LECTURA AVANZADA)
Autor/es: A.Markushevich ;
Editorial: Ed.Mir.

LIBRO ACTUALMENTE NO PUBLICADO
ISBN(13):
Título: THEORIE DES FONCTIONS ANALYTIQUES. (LECTURA AVANZADA)
Autor/es: A.Zygmund Et S.Saks. ;
Editorial: MASSON ET CIE

LIBRO ACTUALMENTE NO PUBLICADO
ISBN(13):
Título: THEORY OF COMPLEX FUNCTIONS. (LECTURA AVANZADA)
Autor/es: R.Remmert ;
Editorial: SPRINGER VERLAG

LIBRO ACTUALMENTE NO PUBLICADO
ISBN(13):
Título: VARIABLE COMPLEJA, UN CURSWO PRÁCTICO
Autor/es: D.Pestana, J.M.Rodríguez Y F.Marcellán ;
Editorial: Editorial Sintesis S.A.

## 11.RECURSOS DE APOYO

Existen los foros y medios de comunicación virtuales.

## 12.TUTORIZACIÓN

La tutorización presencial y telefónica se lleva a cabo los Jueves de 16.00 a 20.00 h en el despacho 125 de la Facultad de Ciencias.
Teléfono: 918037776 , e-mail : afernan@mat.uned.es

## 13.Presentaci&ocaute;n

La asignatura trata sobre las funciones del cuerpo de los números complejos C en sí mismo, más precisamente se centra en el estudio de las llamadas funciones analíticas que resultan ser las funciones

Ámbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección https://sede.uned.es/valida/
900E762540AE3E6F85AAFEA81A8BB614

complejas derivables. Es una materia más especializada que los primeros cursos de Análisis Matemático pero es básica para la formación de un matemático sea puro o aplicado.

Ámbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección https://sede.uned.es/valida/
900E762540AE3E6F85AAFEA81A8BB614