

# ÁLGEBRA (MATEMÁTICAS)

Curso 2013/2014

(Código: 61022091)

## 1. PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA

La asignatura consta de 6 créditos ECTS de formación obligatoria, y se ubica en el segundo cuatrimestre, del segundo curso, del grado en Matemáticas. Dentro de su plan formativo se presentan contenidos y resultados básicos del Álgebra no Lineal que completan los estudios iniciados en la asignatura Estructuras Algebraicas, del mismo curso y del primer cuatrimestre, por lo que resulta esencial haber cursado ésta previamente. Dichos contenidos pueden resumirse en: estudio de las estructuras de anillos y cuerpos conmutativos.

## 2. CONTEXTUALIZACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIOS

Álgebra es una de las cuatro asignaturas del grado en Matemáticas que conforman la materia *Álgebra y Estructuras*. Las otras tres son:

Álgebra Lineal I y II (1<sup>er</sup> curso),

Estructuras Algebraicas (2<sup>o</sup> curso, 1<sup>er</sup> cuatrimestre)

Las asignaturas Álgebra Lineal I y II trabajan fundamentalmente sobre la estructura algebraica de espacio vectorial, estudiando sus propiedades, elementos y procesos intrínsecos a ella. Posteriormente, en las asignaturas de segundo curso, se estudian otras estructuras algebraicas: grupos, anillos y cuerpos, que forman parte de la matemática conocida como Álgebra no lineal.

En esta asignatura se trabajan de modo particular las siguientes competencias propias del grado en matemáticas:

### Competencias Generales:

CG13: Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica.

CG14: Competencia en el uso de las TIC (Tecnologías de la información y la comunicación).

### Competencias Específicas:

CE1: Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores.

CE4: Resolución de problemas.

CEA1: Destreza en el razonamiento y capacidad para utilizar sus distintos tipos, fundamentalmente por deducción, inducción y analogía.

CEA2: Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Incluyendo la representación gráfica y la aproximación geométrica.

CEA3: Habilidad para crear y desarrollar argumentos lógicos, con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones.

CEA4: Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa.

## 3. REQUISITOS PREVIOS REQUERIDOS PARA CURSAR LA ASIGNATURA



Los conocimientos necesarios que debe de tener el alumno para afrontar la asignatura son, fundamentalmente, los que se estudian en la asignatura Estructuras Algebraicas, del primer cuatrimestre, del mismo curso, que se refieren al lenguaje elemental de la Teoría de grupos.

Así mismo, deberá conocer los resultados más importantes de la Teoría de números y tener una formación sólida en Álgebra Lineal (espacios vectoriales y aplicaciones lineales). Estos contenidos se han estudiado en asignaturas de primer curso, a saber: Matemática Discreta y Álgebra Lineal I y II.

#### 4.RESULTADOS DE APRENDIZAJE

##### Conocimientos:

1. Conocer los conceptos de anillo, subanillo e ideal.
2. Saber usar el algoritmo de la división en polinomios.
3. Conocer las propiedades de factorización de los anillos de polinomios.
4. Aplicar criterios de irreducibilidad de polinomios.
5. Definir el concepto de cuerpo y extensión de un cuerpo dado.
6. Conocer los conceptos de extensión simple, finito generada y trascendente.
7. Saber qué es un grupo de automorfismos asociado a una extensión de cuerpos dada.
8. Identificar los subcuerpos fijos de un grupo de automorfismos.
9. Conocer los teoremas de Galois.

##### Destrezas y habilidades:

1. Dotar a un conjunto de estructura de anillo.
2. Distinguir subconjuntos notables en un anillo: ideales y subanillos.
3. Aplicar el cálculo en congruencias sobre ideales del anillo  $Z$  a resolver problemas concretos de teoría de números y ecuaciones diofánticas.
4. Operar con polinomios en una y varias indeterminadas.
5. Discriminar el carácter irreducible de un polinomio dado.
6. Considerar extensiones de cuerpos como forma de generalizar el estudio de raíces de polinomios.

##### Competencias:

1. El Álgebra abstracta es la disciplina básica en materias posteriores en matemática pura como la Geometría Algebraica y, en menor medida, la Topología Algebraica.
2. Forma parte del lenguaje de buena parte de la física moderna como Mecánica Cuántica y Física de Partículas.
3. Es la esencia de problemas de gran interés hoy en día como los provenientes de la Criptografía.

#### 5.CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA



1. Anillos. Se introducen las nociones básicas de anillo, ideal, anillo cociente y homomorfismo. Se estudia la divisibilidad de ideales y las propiedades de factorización en dominios de integridad. Por último se estudian las congruencias de números enteros como una aplicación de los anillos cocientes, viéndose los teoremas clásicos de Euler, Fermat y Wilson.

2. Polinomios. Se desarrolla un estudio sistemático de los anillos de polinomios en una y varias variables. En primer lugar se definen y estudian las nociones básicas: evaluación y funciones polinomiales, sustitución y componentes homogéneas. Posteriormente se describe el algoritmo de división de polinomios cuando el anillo de coeficientes es un dominio de integridad arbitrario. A continuación se caracterizan los anillos de polinomios que son dominios euclídeos, así como el teorema de Gauss que determina qué anillos de polinomios son dominios de factorización única. Por último se estudian los diferentes criterios de irreducibilidad de polinomios: de Eisenstein y del módulo finito.

3. Extensiones de cuerpos. Se define el concepto de extensión de cuerpos y las propiedades básicas: grado de una extensión, extensiones finito-generadas, dependencia e independencia algebraica. Posteriormente se estudia las extensiones simples algebraicas y las extensiones simples trascendentes. De igual manera se introduce el grado de trascendencia y se demuestra el teorema del elemento primitivo para cuerpos de característica cero.

4. Teoría de Galois. Se estudian los grupos de automorfismos de las extensiones de cuerpos de característica cero. Se estudian los grupos de automorfismos de extensiones finitas, es decir simples y algebraicas. EL orden del grupo está acotado por el grado de la extensión. Cuando orden y grado coinciden la extensión es de Galois. Se demuestra el teorema fundamental de la teoría de Galois viendo como las subextensiones se corresponden biyectivamente con los subgrupos, y las subextensiones de Galois con los subgrupos normales. Se define el concepto de extensión de descomposición de un polinomio, probando que todas las extensiones de Galois son extensiones de descomposición.

## 6.EQUIPO DOCENTE

- [VICTOR FERNANDEZ LAGUNA](#)

## 7.METODOLOGÍA Y ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

En la modalidad de educación a distancia propia de la UNED, las actividades formativas se distribuyen entre el trabajo autónomo (la mayor parte) y el tiempo de interacción con los equipos docentes, tutores y alumnos. Esta interacción se realiza, fundamentalmente, por dos medios:

1.- Las orientaciones y los materiales de estudio diseñados por los equipos docentes: en esta asignatura se seguirá el texto recomendado en la bibliografía básica, y a él se referirá la Guía de estudio II que encontrará disponible en el curso virtual, que le orientará en el estudio tema a tema, destacando los conceptos fundamentales, las destrezas y objetivos.

2.- La comunicación entre docentes y estudiantes para la resolución de dudas, que se lleva a cabo de dos modos:

Personalmente: si dispone de Tutor en su Centro Asociado (no en todos) y con el Equipo Docente en su horario de atención a estudiantes.

A través del curso virtual: tanto con Tutores como con Equipo Docente donde hay espacios de comunicación específicamente diseñados para eso (foros).

## 8.EVALUACIÓN

La herramienta principal para la evaluación de los aprendizajes es la Prueba Presencial que se realiza en los Centros Asociados en las fechas fijadas por la UNED. La prueba consistirá en un examen, de dos horas de duración, con preguntas teóricas (definiciones y enunciados de resultados importantes) más dos o tres problemas de carácter práctico o práctico-teórico. En ningún caso superarán en dificultad a los problemas de la bibliografía básica. Durante el examen no se permitirá el uso de ningún tipo de material impreso ni calculadora.

Evaluación continua(no obligatoria)

Opcionalmente, podrá realizar una prueba de evaluación hacia la mitad del cuatrimestre, que se ofertará a través del curso



virtual. La nota de esta prueba se ponderará con la de la Prueba Presencial.

Calificación final: En caso de que el alumno decida no realizar los ejercicios de evaluación continua, la nota final será la de la prueba presencial. Los alumnos que realicen la prueba de evaluación continua obtendrán su calificación final sumando el 80% de la Prueba Presencial y el 20% de la prueba de evaluación continua, siempre que la nota de la Prueba Presencial no sea inferior a 4.

En cualquiera de las prueba se evaluará, no sólo la comprensión de los conceptos básicos y la resolución de problemas, si no también, la exposición correcta en lenguaje matemático, y el desarrollo de argumentos lógicos, con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones.

## 9. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Comentarios y anexos:

- José M. Gamboa y Jesús M. Ruiz, "Anillos y cuerpos conmutativos." UNED Ediciones, 2002.
- Víctor Fernández, "Problemas de Anillos y cuerpos conmutativos." Ed.: Sanz y Torres, 2001.

## 10. BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Comentarios y anexos:

Son libros para ser consultados en bibliotecas, no son de uso obligatorio.

- Libros introductorios y elementales:

Delgado, F., Fuertes C., Xambó S. Introducción al Álgebra Vol. II. Universidad de Valladolid, 1998.

Dorronsoro, J., Hernández, E. Números, grupos y anillos. Addison-Wesley. Universidad Autónoma de Madrid. 1996.

Clark, A. Elements of abstract algebra. Dover, New york. 1974.

Fraleigh, J. A first course in abstract algebra. Reading (Massachusetts), Addison-Wesley. 1982.

Gallian, J. A. Contemporary abstract Algebra. Health and Company. Massachusetts. 1990.

- Libros para profundizar, consultar y aplicar la Teoría de Galois.

Edwards, H. Galois Theory. Springer-Verlag. 1984.

Garling, D. J. H., A course in Galois theory. Cambridge University Press. 1988.

Rotman, J. H. Galois theory. Universitext, Springer-Verlag. 1990.

- Libros donde se aplican las técnicas de álgebra abstracta en teoría de números.

Cilleruelo, J., Córdoba A. La teoría de números. Biblioteca Mondadori. 1992.

Le Veque, W. J. Elementary theory of numbers. Dover. 1990.



- Libros donde el álgebra abstracta ramifica en cálculo computacional, teoría de códigos, criptografía.

Cohen, H. A course in computational algebraic number theory. GTM 138. Springer-Verlag. 1991.

Hill, R. A First Course in Coding theory. Clarendon Press. Oxford. 1986.

Hoffman (et al.) Coding Theory: the essentials. Marcel Decker. Inc., New-York. 1992.

Koblitz, N. A course in number theory and cryptography. GTM 114, Springer-Verlag. 1992.

## 11.RECURSOS DE APOYO

- Curso virtual. Las herramientas telemáticas son el recurso más importante para el estudio a distancia. A través del curso virtual de la asignatura podrá obtener distintos materiales e informaciones importantes. Además dispondrá de diversas herramientas de comunicación para contactar con profesores y compañeros y preguntar sus dudas. El acceso a los cursos virtuales de cada asignatura se hace desde la página web de la UNED [www.uned.es](http://www.uned.es) (identificándose con un nombre de usuario y clave que obtendrá al matricularse). El equipo docente utilizará este medio telemático para comunicar a los alumnos novedades y hechos relevantes relacionados con la preparación de la asignatura.
- Software: Dispone del programa de cálculo simbólico Maple que se distribuye de forma gratuita a alumnos de la UNED.

## 12.TUTORIZACIÓN

En algunos casos, tendrá un Tutor en su Centro Asociado al que podrá consultarle sus dudas personalmente y de modo más cercano. También dispondrá de un Tutor en el curso virtual, que eventualmente, podrá coincidir con el tutor del Centro Asociado.

El equipo docente realizará la tutorización y el seguimiento de los alumnos fundamentalmente a través del curso virtual de la asignatura. En él se habilitarán foros temáticos en los que el alumno podrá plantear sus dudas y trabajar junto con sus compañeros. Así mismo, los alumnos podrán contactar con el equipo docente telefónicamente o de manera presencial en el siguiente horario:

Martes de 11:00 a 13:00 y de 16:00 a 18:00  
Despacho 124  
Tel.: 91 398 72 48  
Facultad de Ciencias

