ASIGNATURA DE GRADO:

AMPLIACIÓN DE TOPOLOGÍA

Curso 2013/2014

(Código:61024090)

1.PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA

La Topología es el estudio de los espacios topológicos, las aplicaciones continuas entre ellos, las propiedades topológicas, y, se ocupa también de estudiar si dos espacios topológicos dados son o no homeomorfos. Este último problema, en ocasiones, no es fácil de resolver. Además de los instrumentos que tiene la Topología General para su resolución, algunos de los cuales han sido tratados en la asignatura de Topología de este grado, existen otros métodos para resolver el mencionado problema, que son de naturaleza más bien algebraica. De estos métodos se ocupa la Topología Algebraica. En esta asignatura de Ampliación de Topología nos ocupamos de algunos conceptos y resultados de Topología Algebraica, no de tantos como desearíamos, ya que el número de créditos de la presente asignatura es limitado, pero sí de algunos de ellos que tienen gran importancia y estimamos deben ser conocido por los estudiantes del Grado en Matemáticas, o, al menos, por aquellos que opten por esta asignatura de Ampliación de Topología.

Así, entendemos que el estudiante debe conocer con cierta amplitud y profundidad la noción de grupo fundamental. Una noción prácticamente inseparable de la noción de grupo fundamental de un espacio topológico es la noción de espacios recubridores, por lo que también debe conocerse y ser objeto de estudio. Esta noción permite, entre otros, calcular el grupo fundamental de la circunferencia, considerada como subespacio topológico del Plano Euclídeo R^2. También permitirá, por ejemplo, determinar el grupo fundamental del toro, que es una de las superficies básicas más importantes en Topología, en Geometría, en el estudio de los Sistemas Dinámicos, y en otras ramas de las Matemáticas. Se estudian retracciones, puntos fijos, y se utilizan todos los métodos anteriores para dar una demostración del Teorema Fundamental del Álgebra, y de otros resultados tales como el Teorema de Borsuk-Ulam para la esfera bidimensional, y el Teorema de la Bisección, entre otros. Se estudian nociones tales como retractos de deformación, tipo de homotopía, se prueba que el grupo fundamental es también un invariante del tipo de homotopía, y se calculan el grupo fundamental de la esfera n-dimensional, y los grupos fundamentales de algunas superficies compactas sencillas. Estos últimos grupos fundamentales permitirán distinguir entre los tipos topológicos de estas superficies, resolviéndose así, en algunos casos particulares relativamente sencillos pero muy importantes, el problema que exponíamos en el párrafo anterior del estudio de si dos espacios topológicos diferentes son o no homeomorfos.

Utilizando el grupo fundamental se estudian importantes teoremas clásicos de la topología del Plano Euclídeo tales como el Teorema de Separación de Jordan, el Teorema de Separación General, el Lema de Borsuk, y el Teorema de Invariancia del Dominio. Estos resultados serían muy difíciles de demostrar si no dispusiéramos de un instrumento algebraico potente como es el grupo fundamental. En esta línea, se podría estudiar también el Teorema de la Curva de Jordan y algunas de sus aplicaciones, pero nuevamente por un problema de limitación del número de créditos de la asignatura, este estudio quedará como opción para aquellos estudiantes que sientan una gran curiosidad por estos temas y, además, dispongan de tiempo adicional que dedicarles.

Existe algún material sobre Teoría de Grupos que se refiere a Sumas Directas de Grupos Abelianos, Productos Libres de Grupos, Grupos Libres, y Generadores y Relaciones, que estará a disposición de aquellos estudiantes que no los conozcan, pero que no se considerará propiamente como material de esta asignatura, ya que su lugar natural sería en alguna asignatura de Álgebra (de hecho, actualmente, el equipo docente de esta asignatura entiende que algunos de los tópicos sobre Teoría de Grupos arriba enunciados se recogen efectivamente en alguna de las asignaturas de la materia de Álgebra de este Grado en Matemáticas, pero que tal vez otros no). Este material arriba enunciado sobre Teoría de Grupos se considera, por consiguiente, únicamente como material de lectura para los estudiantes que no lo hayan visto anteriormente, en la medida en que permite comprender las secciones posteriores que tratan del Teorema de Seifert y de Van Kampen, y algunas de sus aplicaciones al cálculo de grupos fundamentales de espacios concretos de dimensiones 1 y 2. El Teorema de Seifert-Van Kampen es un resultado que nos permite calcular grupos fundamentales de muchos espacios topológicos que sería prácticamente imposible calcular sin disponer de dicho teorema. Se trata de un teorema de la Topología Algebraica que relaciona el grupo fundamental de un espacio con los grupos fundamentales de dos abiertos que, conjuntamente, recubren dicho espacio, y con el grupo fundamental de la intersección de dichos abiertos, bajo ciertas condiciones. Existe una versión más general de este teorema para un recubrimiento del espacio ambiente por una cantidad arbitraria de conjuntos abiertos en lugar de tener únicamente dos conjuntos abiertos (junto con su intersección, naturalmente). Las aplicaciones más usuales del Teorema de Seifert-Van Kampen son el cálculo del grupo fundamental de una unión por un punto de circunferencias y el cálculo del grupo fundamental de espacios obtenidos adjuntando una celda bidimensional a un espacio de Hausdorff, normalmente de dimensión 1. Como veremos, esto conducirá a la posibilidad de estudiar el grupo fundamental de todos los tipos topológicos de superficies compactas, pero de momento se utilizará para calcular nuevamente el grupo fundamental del toro y de algunos espacios tales como los conocidos por el curioso nombre de “sombrero de asno de n picos”.

Se utilizan los métodos hasta ahora aprendidos para estudiar los grupos fundamentales de todas las superficies compactas, el grupo de homología 1-dimensional de dichas superficies compactas, y, utilizando las técnicas conocidas como “cortar y pegar”, se enuncia y prueba el Teorema de Clasificación de Superficies Compactas (y Conexas, naturalmente). Este es un resultado muy importante en Topología, que está íntimamente relacionado también con el estudio del grupo fundamental, por lo que nos parece óptimo estudiarlo aquí con una gran profundidad. La importancia del estudio en profundidad de las superficies compactas no sólo radica en que éstas son utilizadas muy frecuentemente como ejemplos de espacios en la Topología Algebraica, sino que, además, se debe a que los únicos teoremas de clasificación de variedades n-dimensionales compactas y conexas cuyas demostraciones son relativamente elementales y que son completos en el sentido de que permiten clasificar todas las variedades compactas y conexas de dimensión n utilizando solamente unos pocos y sencillos invariantes se conocen para n = 1 y para n = 2. A partir de la dimensión n = 3 se complican extraordinariamente las cosas. Por estos motivos es tan importante, en un primer curso sobre Topología Algebraica, llevar a cabo un estudio en profundidad del Teorema de Clasificación de Superficies Compactas y Conexas.

Otros instrumentos de naturaleza algebraica utilizados para estudiar el problema de la clasificación topológica de espacios topológicos son los grupos de homología. Estos grupos de homología se pueden calcular mediante un sencillo algoritmo algebraico cuando se trata de grupos de homología de ciertos espacios que tienen una cierta estructura geométrica, como serían los complejos simpliciales, los complejos celulares, o bien unos espacios llamados CW-complejos. Por el mencionado “problema” de la limitación del número de créditos que tiene asignados esta asignatura, en ella nos limitaremos al estudio de los grupos de homología de un complejo simplicial orientado, y, en consecuencia, de los grupos de homología de los poliedros compactos. Se darán, no obstante, indicaciones para que todo estudiante interesado en profundizar en el tema de los grupos de homología y de cohomología pueda continuar sus lecturas y sus estudios en otros textos de nivel superior al de las obras aquí utilizadas. Estos grupos de homología tienen la importante propiedad de que si dos espacios, en nuestro caso, dos poliedros compactos son homeomorfos, entonces sus grupos de homología q-dimensionales son grupos isomorfos para todo número entero no negativo q. De manera que pueden ser utilizados en muchos casos para distinguir tipos topológicos distintos de espacios que admitan una estructura geométrica de poliedros compactos. Esto hace referencia al problema fundamental de la Topología que enunciábamos al comienzo de esta exposición: el problema de estudiar si dos espacios topológicos dados son o no son homeomorfos. Por otra parte, si dos poliedros compactos son del mismo tipo de homotopía, que es una noción que ha sido introducida en esta asignatura también, entonces sus grupos de homología en cada dimensión q son asimismo isomorfos, es decir, que los grupos de homología de los poliedros compactos son no solamente invariantes topológicos, sino también invariantes homotópicos o invariantes del tipo de homotopía. Recordemos aquí que el grupo fundamental es también un invariante del tipo de homotopía. En general, podemos definir la Topología Algebraica precisamente como el estudio de todos aquellos métodos y estructuras algebraicas asociadas a espacios topológicos, que son invariantes del tipo de homotopía de dichos espacios topológicos. Cuantas más estructuras diferentes de este tipo, más nos iremos aproximando a la resolución del problema fundamental de la clasificación topológica de los espacios topológicos. En esta asignatura de Ampliación de Topología, en resumen, se estudian dos importantes invariantes topológicos, que son el grupo fundamental y los grupos de homología simplicial, y se estudian sus aplicaciones, generalmente encaminadas a avanzar significativamente en la resolución del problema de clasificación de espacios topológicos.

2.CONTEXTUALIZACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIOS

La presente asignatura pertenece a la materia de Geometría y Topología. Está situada en el cuarto curso del grado y dentro de éste en el segundo semestre. Se trata de una asignatura optativa. La asignatura es de 5 créditos ECTS, lo que supone 125 horas de trabajo / estudio por parte del estudiante.

Las competencias del grado en Matemáticas que se desarrollan en esta asignatura de Topología son, fundamentalmente, las siguientes:

CED 1 Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores.

CEP 4 Resolución de problemas.

CEA 1 Destreza en el razonamiento y capacidad para utilizar sus distintos tipos, fundamentalmente deducción, inducción y analogía.

CEA 2 Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución.

CEA 3 Habilidad para crear y desarrollar argumentos lógicos, con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones.

CEA 7 Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita.

3.REQUISITOS PREVIOS REQUERIDOS PARA CURSAR LA ASIGNATURA

El estudiante debería conocer y manejar previamente los espacios topológicos, y muy especialmente aquellos que son subespacios de un Espacio Euclídeo de dimensión finita y aquellos que pueden describirse como productos de colecciones finitas de subespacios de Espacios Euclídeos finito dimensionales.

Además, sería deseable que todo estudiante de esta asignatura tuviera una madurez matemática suficiente como para ser capaz de representar en la recta real, en el Plano Euclídeo, y en el Espacio Euclídeo Tridimensional, subconjuntos definidos por un número finito pequeño de ecuaciones y/o inecuaciones.

Por guardar cierta coherencia y además por los motivos antes señalados, sería recomendable que el estudiante que elija esta asignatura optativa haya cursado (y superado) la asignatura de *Topología* de tercer curso, primer semestre, de este grado.

4.RESULTADOS DE APRENDIZAJE

-Comprender y manejar las nociones de homotopía de caminos y sus propiedades.

-Comprender y manejar las nociones de grupo fundamental de un espacio topológico, de homomorfismo inducido por una aplicación continua entre espacios topológicos, de espacio simplemente conexo, así como sus primeras propiedades.

-Comprender y manejar las nociones de espacio recubridor, de aplicación recubridora, y de homeomorfismo local, así como sus primeras propiedades.

-Utilizar los espacios recubridores y aplicaciones recubridoras para determinar el grupo fundamental de la circunferencia unidad del Plano Euclídeo. Conocer y manejar las nociones de levantamiento y de correspondencia del levantamiento, y sus primeras propiedades.

-Conocer y manejar las nociones de retracto, retracción, y de campo de vectores, así como sus primeras propiedades. Conocer y manejar el Teorema de la no-retracción, y algunas sus consecuencias, tales como el Teorema del Punto Fijo de Brouwer para el disco, entre otros.

-Conocer y manejar el Teorema Fundamental del Álgebra como una aplicación de los resultados ya vistos en esta asignatura de Ampliación de Topología.

-Conocer y manejar el Teorema de Borsuk-Ulam para la esfera bidimensional y sus consecuencias, tales como el Teorema de la Bisección. Conocer y manejar los resultados sobre aplicaciones continuas que conservan antípodas necesarios para poder establecer el citado Teorema de Borsuk-Ulam.

-Conocer y manejar las nociones de retracto de deformación, de equivalencia de homotopía, de tipo de homotopía, y sus primeras propiedades. Entre éstas, cabe destacar la propiedad de que el grupo fundamental es un invariante del tipo de homotopía, y, en consecuencia, es un invariante topológico.

-Conocer y manejar el resultado que asegura que la esfera n-dimensional es simplemente conexa para n entero mayor o igual que 2, y conocer y manejar también los resultados previos necesarios.

-Conocer y manejar el resultado sobre el grupo fundamental de un espacio topológico producto de dos espacios, utilizarlo para estudiar el grupo fundamental del toro, y, utilizando los espacios recubridores, determinar los grupos fundamentales de algunas superficies. Deducir la existencia de al menos cuatro tipos topológicos distintos de superficies compactas y conexas.

-Conocer y manejar el Teorema de Separación de Jordan, y el Teorema de Separación General, en la esfera bidimensional, así como los lemas previos necesarios para establecer dichos teoremas.

-Conocer y manejar el Teorema de Invariancia del Dominio en el Plano Euclídeo, así como los lemas previos necesarios: Lema de la Extensión Homotópica y Lema de Borsuk.

-Leer y comprender todos los resultados relacionados con el Teorema de la Curva de Jordan en la esfera bidimensional, sin estudiar la demostración de dichos resultados. Trazar esquemas geométricos que ayuden a comprender estos resultados.

-Leer las nociones y resultados acerca de Sumas Directas de Grupos Abelianos, Productos Libres de Grupos, Grupos Libres, Conmutadores, y Generadores y Relaciones, especialmente aquellos que no lo hayan estudiado en una asignatura de Álgebra, o bien, aquellos que deseen conocer la notación y terminología que se va a seguir aquí en relación con dichas nociones. Estas nociones y resultados se utilizarán posteriormente en esta asignatura de Ampliación de Topología.

-Conocer y manejar el Teorema de Seifert-van Kampen, sus diferentes versiones y sus consecuencias.

-Conocer y manejar los espacios conocidos como unión por un punto de circunferencias. Conocer y manejar los resultados acerca del grupo fundamental de dichos espacios.

-Comprender y manejar el efecto sobre los grupos fundamentales de la operación de añadir una celda bidimensional a un espacio de Hausdorff.

-Deducir de lo anterior una nueva forma de obtener el grupo fundamental del toro, y la forma de determinar el grupo fundamental del espacio denominado sombrero de asno de un número finito de picos.

-Estudiar los grupos fundamentales de las superficies compactas y conexas. Conocer y manejar las nociones de esquema de longitud n, y de suma conexa.

-Estudiar la homología unidimensional de las superficies compactas y conexas.

-Conocer las técnicas de “cortar y pegar” para polígonos a través de sus aristas. Conocer el resultado fundamental y las operaciones elementales con esquemas.

-Conocer y manejar los esquemas de tipo toro y de tipo proyectivo. Conocer y manejar el Teorema de Clasificación de Superficies Compactas Conexas, así como los resultados previos necesarios.

-Conocer y manejar los resultados acerca de construcción de superficies compactas.

-Leer y comprender los resultados que no se conozcan acerca del espacio afín y de las coordenadas baricéntricas necesarios para entender las nociones y resultados sobre Símplices y Complejos Simpliciales Geométricos que se estudian después en esta asignatura de Ampliación de Topología.

-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Símplices Rectilíneos.

-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Complejos Simpliciales Geométricos Finitos y Aplicaciones Simpliciales entre ellos.

-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Poliedros Geométricos.

-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Complejos Simpliciales Geométricos Orientados.

-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Grupos de Cadenas Orientadas.

-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con el Homomorfismo Borde.

-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Grupos de Homología de un Complejo Simplicial Geométrico Orientado.

-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con las Componentes Conexas de un Complejo, y con los Complejos Conexos.

-Conocer y manejar la relación existente entre la Conexión de un Complejo y su Grupo de Homología de dimensión cero.

-Conocer y manejar la Fórmula de Euler-Poincaré para Complejos Simpliciales.

-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Homomorfismos de los Grupos de Homología inducidos por una Aplicación Simplicial.

-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con la Subdivisión Baricéntrica de un Complejo Simplicial.

-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Homomorfismos inducidos por las Aplicaciones Continuas entre Poliedros Geométricos.

-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Poliedros Curvilíneos Compactos.

-Conocer y manejar las nociones y resultados relativos a la Invariancia por Homeomorfismos de los Grupos de Homología de Poliedros (Compactos) así como a la Invariancia Homotópica de dichos Grupos de Homología.

5.CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

1. El grupo fundamental.

Homotopía de caminos.

El grupo fundamental.

Espacios recubridores.

El grupo fundamental de S^1 (es decir, de la circunferencia unidad).

Retracciones y puntos fijos.

El teorema fundamental del álgebra.

El teorema de Borsuk – Ulam.

Retractos de deformación y tipos de homotopía.

El grupo fundamental de la esfera de dimensión n.

Los grupos fundamentales de algunas superficies.

2. Teoremas de separación en el plano.

El teorema de separación de Jordan.

Invariancia del dominio.

3. El teorema de Seifert – van Kampen.

El teorema de Seifert – van Kampen.

El grupo fundamental de una unión por un punto de circunferencias.

Añadiendo una 2-celda.

Los grupos fundamentales del toro y del sombrero de asno.

4. Clasificación de superficies.

Grupos fundamentales de superficies.

Homología de superficies.

Cortar y pegar.

El teorema de clasificación de superficies.

Construcción de superficies compactas.

5. Grupos de homología simplicial de un poliedro compacto.

Complejo simplicial geométrico orientado.

Espacio afín. Coordenadas baricéntricas.

Símplices rectilíneos.

Complejos simpliciales geométricos finitos.

Poliedros geométricos.

Complejos simpliciales geométricos orientados.

Grupos de homología de un complejo simplicial geométrico orientado.

Grupos de cadenas orientadas.

Homomorfismo borde.

Grupos de homología de un complejo simplicial geométrico orientado.

Componentes conexas de un complejo. Complejo conexo.

La conexión de un complejo K y el grupo de homología simplicial de dimensión 0 de K.

La fórmula de Euler – Poincaré para complejos simpliciales.

Poliedros. Grupos de homología de poliedros.

Homomorfismos de los grupos de homología inducidos por una aplicación simplicial.

Subdivisión baricéntrica de un complejo simplicial.

Aplicaciones continuas entre poliedros geométricos.

Poliedros curvilíneos compactos.

Invariancia por homeomorfismos de los grupos de homología de poliedros.

6.EQUIPO DOCENTE

- VICTOR FERNANDEZ LAGUNA

7.METODOLOGÍA Y ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

El plan de trabajo se referirá tanto al texto base *Topología (2ª Edición)* de James R. Munkres (Pearson, Prentice Hall, Madrid, 2002) , como al texto básico *Topología* de Joaquín Arregui (UNED, Madrid, colección Unidades Didácticas).

En ellos se fijan tanto los contenidos para el estudio de esta asignatura como la notación y terminología en general.

La notación puede variar de unos libros de Topología a otros.

En la segunda parte de la Guía (Guía de Estudio de la asignatura) se concretarán orientaciones para el estudio de los temas, se indicará la duración (aproximada) del tiempo que el estudiante debe dedicar a cada tema, capítulo o sección, y se harán, en su caso, algunos comentarios acerca de los ejercicios.

Gran parte de la formación recae sobre el trabajo personal del estudiante con la bibliografía recomendada, tanto la básica como la complementaria, siempre contando con ayuda del profesor de la asignatura de la Sede Central de la UNED, los tutores y las tecnologías que la UNED pone a disposición de todos como ayuda para la preparación de las asignaturas.

En el curso virtual existen diferentes foros:

-Foro docente - guardia virtual: en él, los estudiantes consultan al profesor cuestiones específicas de la asignatura, que serán resueltas por el profesor, o al menos, se les darán las indicaciones necesarias para que el estudiante pueda, por sí mismo, resolver sus propias dudas.

-Foro de consultas generales: en él, se plantearán preferentemente cuestiones de carácter general sobre la asignatura, de gestión, de procedimientos de evaluación, etc.

-Foro de alumnos: Este foro no está tutelado por el profesor, por lo que el profesor no se responsabilizará de los contenidos del mismo. Se utiliza para que los estudiantes intercambien entre sí preguntas y/o información siempre respecto de temas de la asignatura o al menos del curso o de la universidad.

-Foros acerca de cuestiones concretas, y de creación "improvisada": Se podrán crear foros relativos a cuestiones concretas, como por ejemplo, grupo fundamental de un espacio topológico, espacios recubridores, clasificación de superficies, grupos de homología, etc., que consistirán en preguntas orientadas a la profundización y comprensión de los estudiantes, podrán estar abiertos durante un tiempo limitado, en el cual los estudiantes se contestarán entre sí y el profesor solo participará cuando lo considere necesario u oportuno.

8.EVALUACIÓN

La evaluación consistirá en:

-Pruebas Presenciales en un Centro Asociado de la UNED, en la fecha y hora fijadas por la universidad. Duración: 2 horas. Se puntuará sobre 10 puntos. Esta prueba será obligatoria. Esta prueba consistirá en 3 o 4 cuestiones de contenido teórico, teórico - práctico o práctico, con un nivel análogo al de los ejercicios de autoevaluación propuestos en el/los libro/libros de texto y los resultados teóricos del /de los mismo /mismos texto/textos base.

- Prueba de Evaluación Continua. (PEC). Vía curso virtual. Se realizará en un día concreto que será anunciado en el curso virtual a comienzos del curso académico o del semestre en que se imparta esta asignatura. Se puntuará sobre 10 puntos. Esta prueba será voluntaria.

Cálculo de la calificación final de un estudiante presentado:

Si un estudiante *no realiza la Prueba de evaluación Continua*, pero se presenta a la Prueba Presencial, entonces su nota final coincidirá con la calificación de la Prueba Presencial.

Si un estudiante *se presenta a ambas pruebas*, entonces, para calcular su calificación final se realizará la media ponderada según la fórmula:

(NOTA FINAL) = (80/100)(CALIFICACIÓN PRUEBA PRESENCIAL) + (20/100)(CALIFICACIÓN PEC).

No obstante, para obtener matricula de honor, y siempre dentro de las posibilidades dadas por el número de estudiantes matriculados, se fijarán unas condiciones necesarias (aunque no siempre suficientes) que serán dadas a conocer a los estudiantes a través de los canales adecuados.

9.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13): 9788420531809
Título: TOPOLOGÍA (2ª ed.)
Autor/es: Munkres, J.R. ;
Editorial: PRENTICE HALL

Buscarlo en Editorial UNED

Buscarlo en libreria virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

ISBN(13): 9788436216745
Título: TOPOLOGÍA (1ª)
Autor/es: Arregui Fernández, Joaquín ;
Editorial: UNED

Buscarlo en Editorial UNED

Buscarlo en libreria virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Comentarios y anexos:

Textos- Base:

Munkres, J. R. Topología, 2ª Edición. Pearson Educación, Prentice Hall. Madrid, 2002.

Arregui, J. Topología. Unidades Didácticas. UNED. Madrid, 1984.

El estudiante seguirá la notación y la terminología de los libros de texto básicos en su estudio, ya que, según hemos indicado, éstas pueden variar de un libro a otro.

Las secciones de los libros de texto básicos están ilustradas y dotadas de un buen número de ejemplos para facilitar la comprensión de las nociones y resultados básicos a los lectores del mismo, y, en este caso, a los estudiantes de esta asignatura de Ampliación de Topología.

Al final de todas o de casi todas las secciones aparece una relación de ejercicios propuestos que deberán ser realizados por los estudiantes para comprobar su adquisición de conocimientos relativos a la sección, y, en muchos casos, como repaso de nociones y/o resultados ya adquiridos o ya conocidos de otras secciones anteriores. En la segunda parte de la guía de estudio (plan de trabajo y orientaciones para el estudio) se darán algunos comentarios acerca de los ejercicios concretos. En cualquier caso, cada estudiante deberá intentar seriamente la resolución de los ejercicios para adquirir una experiencia específica relacionada con los tópicos que trata esta asignatura.

10.BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Comentarios y anexos:

Bujalance, E. y Tarrés, J. Problemas de Topología. UNED. Colección Cuadernos de la UNED. Madrid, 1989.

Massey, W. S. Introducción a la Topología Algebraica. Editorial Reverté. Barcelona, 1972.

Kosniowski, C. Topología Algebraica. Editorial Reverté. Barcelona, 1992.

Outerelo, E. y Sánchez Abril, J. M. Elementos de Topología. Editorial Sanz y Torres. Madrid, 2008.

Margalef, J. y Outerelo, E. Introducción a la Topología. Editorial Complutense. Madrid, 1993.

Margalef, J., Outerelo, E., y Pinilla, J. L. Topología. Volumen V. Editorial Alhambra. Madrid, 1982.

Armstrong, M. A. Topología Básica. Editorial Reverté. Barcelona, 1987.

Los libros reseñados como bibliografía complementaria pueden ser consultados para aclarar algunas cuestiones o bien para ampliar algunos conocimientos.

De estos libros cabe destacar el primero de ellos, de los autores Emilio Bujalance y Juan Tarrés, que es el libro de problemas que este equipo docente recomienda.

Deseamos añadir aquí algunos libros de nivel similar o superior al de los Textos Básicos de J. R. Munkres y de Joaquín Arregui, que también podrán ser consultados por el estudiante para algunas cuestiones concretas:

-Munkres, J. R. Elements of Algebraic Topology. Addison-Wesley. Menlo Park, California. U. S. A.1984.

-Greenberg, M. J. and Harper, J. R. Algebraic Topology: A First Course. Addison-Wesley. U. S. A. 1981.

-Spanier, E. H. Algebraic Topology. Mc Graw-Hill. U. S. A.1966.

-Massey, W. S. Singular Homology Theory. Springer-Verlag. New York. U. S. A.1980.

-Singer, I.M. and Thorpe, J. A. Lecture Notes on Elementary Topology and Geometry. UTM. Springer-Verlag. New York. U. S. A.1967.

-Hatcher, A. Algebraic Topology. CambridgeUniversityPress. New York, U. S. A.2001.

11.RECURSOS DE APOYO

-Curso Virtual. La UNED pone a disposición de los estudiantes un curso virtual atendido por profesores en el que se abren posibilidades muy importantes como puede ser la comunicación casi inmediata con una persona, un tutor virtual, que puede resolver las dudas de los estudiantes tanto generales como más específicas de la asignatura, en este caso de Ampliación de Topología. Además, permite que los estudiantes se comuniquen entre sí en el llamado “foro de alumnos”, y además, se pueden ir abriendo otros foros con cuestiones específicas dentro de temas concretos en los que los estudiantes podrán intercambiar cuestiones, soluciones de cuestiones, y en los que el profesor podrá examinar los mensajes, pero no tendrá que intervenir en general, excepto si es preciso reconducir alguno de los foros.

-Programa de edición científica Scientific Notebook, al que los estudiantes tienen acceso mediante una clave que les proporcionará la UNED.

12.TUTORIZACIÓN

Ademas de las tutorías en los Centros Asociados (en su caso) y de las Tutorías Intercampus (en su caso), que son relaciones académicas entre los tutores de la asignatura y los estudiantes de la misma, la labor de tutorización que llevará a cabo el profesor responsable de esta asignatura de la Sede Central tendrá varias vías:

-Tutorización telefónica en horario de guardias.

-Tutorización por correo postal.

-Tutorización a través del curso virtual de la asignatura. (Actualmente ésta sería la forma más utilizada de tutorización debido al importante desarrollo de las tecnologías relacionadas. Por este motivo, se recomienda vivamente a todos los estudiantes que entren regularmente en el curso virtual y observen todas las aportaciones del mismo, ya que les resultarán, en general, altamente formativas e ilustrativas).

Existen otras formas de contacto entre el estudiante y el profesor, como puede ser a través del fax del departamento, aunque ésta es, reconozcámoslo, mucho menos utilizada en el presente.