

PROCESOS ESTOCÁSTICOS

Curso 2013/2014

(Código: 61024055)

1. PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA

El *Cálculo de Probabilidades* trata básicamente del estudio de una o varias variables aleatorias, de la distribución correspondiente y de sus características; pero, salvo excepciones, el número de variables aleatorias es siempre finito. En contraste con ello, la teoría de *Procesos Estocásticos* estudia familias infinitas, numerables o no, de variables aleatorias. Normalmente el motivo para ello es el análisis de algún fenómeno aleatorio que se desarrolla y se observa a lo largo del tiempo, el cual puede considerarse dividido en una sucesión de etapas discretas o que transcurre de forma continua. En consecuencia, la descripción se realiza mediante una sucesión X_n de variables aleatorias o bien mediante una familia de ellas X_t , donde t toma valores en un intervalo dado de instantes.

En una primera fase, la teoría debe fundamentar el estudio de los *Procesos Estocásticos* mediante el análisis de los sucesos a los que se puede atribuir una probabilidad, la manera de llevarlo a cabo y la definición adecuada de su distribución. Son conceptos generales que presentan ciertas dificultades, sobre todo en el caso de tiempo continuo.

Más adelante, la teoría se ocupa de diversas clases especiales de *Procesos Estocásticos* que verifican propiedades específicas que simplifican y enriquecen su estudio. Entre ellas, destaca el caso de los *Procesos Markovianos* cuya evolución futura queda determinada por su situación actual, sin que dependa de la evolución en el pasado. Si se supone además que las variables que describen el proceso son variables aleatorias discretas, surge el concepto de *Cadena de Markov*, con tiempo discreto o continuo. Estas son las que se han elegido como objetivo principal del curso, para que puedan servir de introducción al estudio de otros tipos de *Procesos Estocásticos*, que no pueden ser incluidos en un curso introductorio. Además, las cadenas de Markov tienen un buen número de propiedades específicas, que se estudiarán con detalle, así como permiten la formulación de multitud de modelos Markovianos útiles en la descripción de fenómenos reales.

2. CONTEXTUALIZACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIOS

En el contexto general del Grado, esta asignatura se encuadra en el cuarto curso y tiene el carácter de optativa.

La teoría de los *Procesos Estocásticos* es la prolongación natural del *Cálculo de Probabilidades* y no se introducen en esta asignatura elementos relacionados con la *Inferencia estadística* ni con las *Técnicas de optimización*. Sin embargo, forma parte sin duda de los conocimientos básicos de cualquier matemático especializado en el área de Estadística o Investigación Operativa, debido al uso frecuente que se hace en el conjunto de estas disciplinas de los conceptos y resultados propios de los *Procesos Estocásticos*.

3. REQUISITOS PREVIOS REQUERIDOS PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Se requieren fundamentalmente los conocimientos propios del *Cálculo de Probabilidades 2*, adquiridos en la asignatura correspondiente del tercer curso del Grado; así como la formación básica adquirida en las asignaturas de *Análisis Matemático*



y Álgebra de los primeros cursos del Grado.

4.RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Esta asignatura proporciona al estudiante la formación sustentada en los siguientes resultados del aprendizaje:

- Conocer el concepto general de Proceso Estocástico, de su distribución y de los datos necesarios para determinarla.
- Distinguir si un Proceso Estocástico cumple la condición de Markov de independencia entre el futuro y el pasado, cuando se conoce el presente.
- Saber analizar las diversas propiedades de las Cadenas de Markov
 - en tiempo discreto y
 - en tiempo continuo.
- Aplicar las técnicas de Procesos Estocásticos y, más concretamente, de Cadenas de Markov a la formulación de modelos estocásticos y markovianos de fenómenos reales.

5.CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

I. Conceptos generales

1. Procesos Estocásticos: Definición; distribución; Teorema de Kolmororov; dificultades inherentes al tiempo continuo; regularidad de las trayectorias.
2. Procesos Markovianos: Condición de Markov; Probabilidades de transición; condición de Markov fuerte.

II. Cadenas de Markov

3. Cadenas de Markov en tiempo discreto

- 3.1 Ejemplos preliminares
- 3.2 Probabilidades de transición
- 3.3 Distribución de la cadena
- 3.4 Distribución de los instantes de llegada
- 3.5 Clasificación de los estados
- 3.6 Excursiones y medidas estacionarias
- 3.7 Periodicidad
- 3.8 Comportamiento asintótico
- 3.9 Criterios de clasificación
- 3.10 Cadenas condicionadas
- 3.11 Características de las cadenas finitas
- 3.12 Aplicaciones y ejercicios

4. Cadenas de Markov en tiempo continuo

- 4.1 Probabilidades de transición y distribución de la cadena



- 4.2 Propiedades de las funciones de transición
- 4.3 Trayectorias de una cadena de Markov
- 4.4 Clasificación de los estados y teorema límite
- 4.5 Cálculo de valores esperados
- 4.6 Aplicaciones y ejercicios

6.EQUIPO DOCENTE

- [RICARDO VELEZ I BARROLA](#)
- [TOMAS PRIETO RUMEAU](#)

7.METODOLOGÍA Y ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

La primera parte, sobre Conceptos generales, debe ser leída con atención a fin de adquirir las ideas fundamentales sobre el tratamiento de los Procesos Estocásticos en las circunstancias más generales posibles; así como las nociones básicas que intervendrán al tratar las Cadenas de Markov.

El estudio de la segunda parte, que incluye la teoría de las Cadenas de Markov en tiempo discreto y en tiempo continuo, debe ser estudiada con detenimiento, no sólo para entender sus propiedades características, sino para ser capaz de formular modelos prácticos y aprender a utilizar dichas propiedades en el contexto del modelo considerado. Para este fin, es importante examinar detalladamente los ejemplos y ejercicios tratados en el texto y dedicarle una parte sustancial del esfuerzo dedicado a cada uno de estos dos temas; ello supone, además, el principal procedimiento de autoevaluación que asegure un dominio suficiente de cada técnica estudiada. Por el contrario, los métodos de demostración de los resultados son accesorios, en el sentido de que sólo son útiles en la medida que aclaran el contenido de cada afirmación.

8.EVALUACIÓN

Prueba presencial: procedimiento básico de evaluación que se realiza en los Centros Asociados en las fechas previstas (debe consultarse la información en la página web de la UNED). Son obligatorias para todos los estudiantes.

Pruebas de evaluación continua: consistirán en la realización de actividades prácticas, en forma de ejercicios y problemas, cuya calificación por los Profesores Tutores y el Equipo Docente, será añadida a la calificación de la prueba presencial, siempre que esta última supere un determinado umbral. Son voluntarias y tendrán que haber sido calificadas antes de la realización de la prueba presencial.



9. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Comentarios y anexos:

Título: Procesos Estocásticos y Cadenas de Markov.

Autores: Ricardo Vélez Ibarrola - Tomás Prieto Rumeau

Será publicado por la Editorial de la UNED antes de Septiembre de 2013.

10. BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

11. RECURSOS DE APOYO

Ante cualquier duda sobre la asignatura, puede consultar al equipo docente, así como al Profesor Tutor, en caso de los estudiantes que lo tengan asignado.

La UNED pone a disposición de los alumnos diversos medios de apoyo, como el curso virtual en el que se puede entrar en contacto con otros estudiantes, las bibliotecas de los Centros Asociados, etc.

12. TUTORIZACIÓN

Además de las consultas a través del foro del curso virtual, los estudiantes podrán ponerse directamente en contacto con los profesores del equipo docente por medio del correo electrónico, por teléfono o mediante entrevista personal. En estos últimos casos, la atención será en los locales de la Facultad de Ciencias (Senda del Rey, 9) y en los teléfonos y horarios:

Ricardo Vélez Ibarrola (miércoles de 9:30 a 13:30)

rvez@ccia.uned.es tfno: 91 3987258

Tomás Prieto Rumeau (lunes de 10:00 a 14:00)

tprieto@ccia.uned.es tfno: 91 3987812

Los estudiantes deben indagar en su Centro Asociado si les ha sido asignado un Profesor Tutor y, en tal caso, la manera de contactar con él.

13. Recomendaciones

Se recomienda visitar periódicamente el Curso Virtual de la asignatura, sin que ello pueda sustituir, en forma alguna, el estudio personal del material didáctico.

