

# TEORÍA DE LA MEDIDA

Curso 2014/2015

(Código: 21152256)

## 1. PRESENTACIÓN

Las guardias y atención telefónica son los jueves lectivos, de 16 a 20 h. (teléfono 913987226).

En los siguientes apartados hay diversas informaciones sobre la asignatura.

## 2. CONTEXTUALIZACIÓN

La teoría de la medida enlaza con un antiquísimo problema histórico, el de medir longitudes y áreas y volúmenes, que está relacionado con la idea del límite y con el paso de la recta a la curva, y ha sido clave en el desarrollo de las matemáticas. Se pretende abordar éste y otros problemas con rigor, y en un contexto bastante general. También se tratan otras cuestiones. Además, todo ello permite repasar y relacionar bastantes nociones de análisis matemático, topología, etc.

Para estudiarla, conviene tener presentes algunas sugerencias elementales que parecen de perogrullo, pero que muchos alumnos no suelen seguir. Por ejemplo: empezar con lo más fácil (o más conocido) y generalizar después, en vez de hacerlo al revés; para entender bien las ideas, pensar en ejemplos y contraejemplos sencillos de distintas situaciones; llamar para preguntar lo que no se comprenda, pero después de haberlo pensado; y por supuesto, dedicarle tiempo desde el principio.

## 3. REQUISITOS PREVIOS RECOMENDABLES

En general, conocimientos correspondientes al actual primer ciclo de la licenciatura.

## 4. RESULTADOS DE APRENDIZAJE

El objetivo principal que se pretende es facilitar el acceso a herramientas relacionadas con la medida e integración, que resultan esenciales en el estudio de diversas ramas del Análisis Matemático tales como el Análisis Funcional, las ecuaciones diferenciales, el Análisis de Fourier y la Teoría de la Probabilidad. Se procurará proporcionarles asimismo una serie de destrezas relacionadas con el cálculo práctico para los espacios de medida más habituales y para funciones concretas, y también para saber aplicar teoremas fundamentales de convergencia y otros.

Finalmente, se intentará trasladarles asimismo hábitos, métodos e ideas útiles para una futura actividad investigadora.

Conocimientos.

Conocer y comprender ciertas clases de conjuntos (anillos, álgebras,  $\sigma$ -anillos,  $\sigma$ -álgebras, clases monótonas, etc.), y sus propiedades.

Conocer bien las medidas aditiva, completamente aditiva (o  $\sigma$ -aditiva), y exterior.

Conocer las funciones medibles e integrables, y sus propiedades.

Conocer los teoremas de convergencia, en relación con la integración; incluido el teorema de convergencia dominada de Lebesgue.

Entender y saber demostrar los teoremas de Fubini y de Hobson Tonelli.



Conocer la complección de una medida y, en particular, de un producto de medidas.

Conocer las medidas signadas y sus propiedades. Interpretar las integrales como medidas signadas.

Conocer la derivación de medidas de Radon, para dimensión finita, y la derivación de integrales.

Conocer los principales conceptos relacionados con la derivación en la recta real.

Destrezas y habilidades.

Saber dar diferentes ejemplos de clases fundamentales de conjuntos.

Poder demostrar con detalle el teorema de extensión de Hahn, y los resultados principales sobre extensiones de medidas.

Saber aplicar la medida de Lebesgue-Stieltjes en  $\mathbb{R}$ , y sus propiedades.

Saber demostrar los Teoremas de Egoroff y de Lusin.

Manejar con soltura distintos tipos de integrales.

Familiarizarse con los productos de espacios medibles y de espacios medidas; y con los productos tensoriales de medidas.

Saber demostrar los teoremas de Hahn y de Jordan; y el teorema de recubrimiento de Vitali.

Manejar los espacios normales, completamente regulares, y localmente compactos.

Competencias.

Poder construir con detalle la medida de Lebesgue.

Utilizar, en distintas situaciones, las medidas de Radon; y los teoremas de Lusin, y de representación de Riesz, y sus respectivas demostraciones.

Relacionar conceptos topológicos con las medidas de Borel regulares, las medidas de Baire, y sus aplicaciones.

Poder desarrollar y aplicar los principales resultados relativos a los espacios de Lebesgue.

## 5.CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

1.- Introducción. Clases de conjuntos.



- 2.- Medidas y medidas exteriores. Extensiones de medidas. Medida de Lebesgue en  $\mathbb{R}$ .
- 3.- Funciones medibles.
- 4.- Integración.
- 5.- Productos de espacios de medidas.
- 6.- Medidas signadas y complejas. Medidas de Borel y de Radon.
- 7.- Espacios  $L^p$

Se comienza con las medidas abstractas; estudiando las medidas exteriores, la medida de Lebesgue-Stieltjes de  $\mathbb{R}$ , el producto tensorial de medidas, las medidas signadas, complejas y de Radon, y complementos sobre las medidas de Borel. Se introduce la teoría de la integración general. Se termina con temas dedicados a la derivación de medidas e integrales y al estudio de los espacios de Lebesgue (espacios  $L^p$ ).

## 6.EQUIPO DOCENTE

- [FIDEL JOSE FERNANDEZ Y FERNANDEZ-ARROYO](#)

## 7.METODOLOGÍA

Enseñanza a distancia, metodología de la UNED.

Los alumnos deben disponer del texto base sobre el que pueden formular preguntas.

## 8.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13): 9788436223323  
Título: ANÁLISIS MATEMÁTICO V ([1ª ed., 1ª reimp.])  
Autor/es: Valdivia Ureña, Manuel ;  
Editorial: Universidad Nacional de Educación a Distancia

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

Comentarios y anexos:

Los alumnos deben disponer del texto base sobre el que pueden formular preguntas.

Se recuerda que el texto base es el segundo tomo de "Análisis Matemático V", del Dr. Manuel Valdivia Ureña (ed. UNED).

## 9.BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA



Comentarios y anexos:

Además de la bibliografía que figura en la última página del texto base, para los interesados en ampliar conocimientos se pueden recomendar también otros libros de consulta, como por ejemplo los siguientes:

De Guzmán; M.; y Rubio, B. Integración: Teoría y técnicas. Editorial Alhambra.  
Genet. Méasure et integration. Ed. Wuibert. París.  
Halmos, P. Measure theory. Ed. Springer-Verlag. Nueva York. Berlín.

## 10.RECURSOS DE APOYO AL ESTUDIO

El curso virtual, y la atención en las guardias. Además, el posible envío de problemas resueltos a aquellos alumnos que los soliciten.

## 11.TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO

Horario de Guardia: Jueves de 16 a 20 horas. Despacho 118 de la Facultad de Ciencias.  
Teléfono.- 913987226.

## 12.EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

Pruebas Presenciales en el Centro Asociado correspondiente.  
Cada examen constará de ejercicios o preguntas que podrán ser de tipo práctico (resolución de problemas y aplicaciones de la teoría) o teórico (cuestiones o demostraciones de resultados teóricos, o preguntas directamente relacionados con ellos). En todos los problemas y cuestiones será necesario entender bien lo que se hace. Podrán aparecer preguntas cuyo objetivo sea comprobar esa comprensión, a la que se dará importancia.

## 13.COLABORADORES DOCENTES

Véase equipo docente.

