

# CÁLCULO NUMÉRICO: RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

Curso 2014/2015

(Código: 21152059)

## 1. PRESENTACIÓN

El estudio de esta materia tiene dos objetivos esenciales: Por una parte, la resolución de ecuaciones no-lineales, en una o en varias variables, mediante métodos como el de Newton que usan derivadas u otros métodos que buscan un punto fijo de una transformación. Por otra parte, también forma parte de esta asignatura, el estudio de métodos de resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias que usan aproximaciones discretas basadas en técnicas de interpolación.

## 2. CONTEXTUALIZACIÓN

Este curso pone en contacto al alumno con las herramientas para la resolución aproximada de ecuaciones algebraicas y diferenciales que en otras asignaturas han sido analizadas y cuya estructura matemática han comprendido perfectamente. Con esta materia, deberá comprender que en muchas situaciones aunque la ecuación a resolver tenga asegurada su solución y se conozcan sus propiedades, es preciso utilizar herramientas matemáticas que permitan aproximarla numéricamente.

Por otra parte, no es posible desligar el aprendizaje de las técnicas numéricas del manejo de los instrumentos de cálculo automático que permiten su verdadera puesta en práctica en situaciones que no sean deliberadamente simples. La aplicación de los algoritmos numéricos en entornos de cálculo automático es esencial para la perfecta comprensión del alumno de la metodología del Cálculo Numérico.

## 3. REQUISITOS PREVIOS RECOMENDABLES

Se considera imprescindible para el estudio de esta asignatura que el alumno haya superado los cursos de cálculo diferencial e integral (en una y varias variables), de álgebra lineal (aplicaciones lineales y autovalores), de introducción al cálculo numérico y de ecuaciones diferenciales.

## 4. RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Conocimientos:

1. Métodos elementales de resolución de ecuaciones algebraicas en una variable
2. Métodos de resolución de ecuaciones algebraicas en una variable que usan derivadas.



3. Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones algebraicas. Método de Newton
4. Resolución numérica de problemas de valor inicial para ecuaciones diferenciales
5. Resolución numérica de problemas de contorno planteados sobre ecuaciones diferenciales.

Destrezas:

1. Experimentar con métodos iterativos para resolver ecuaciones escalares mediante simple ejemplos académicos o usando entornos de cálculo
2. Desarrollar capacidades para resolver problemas reales mediante modelos matemáticos, que impliquen en los cálculos la resolución de sistemas de ecuaciones algebraicas
3. Experimentar con métodos elementales de resolución de ecuaciones diferenciales mediante simples ejemplos académicos o usando entornos de cálculo

Competencias:

1. Para una aplicación real dada, ser capaz analizar el modelo matemático propuesto, estudiar su estructura algebraica no-lineal o diferencial, proponer métodos numéricos que puedan proporcionar una solución aproximada a los problemas que sobre los modelos se planteen. Es importante que el alumno logre abstraerse de la "situación real" al modelo teórico y así extraer sus principales propiedades. Tras ello, ser capaz de regresar del modelo a la aplicación real, y evaluar las consecuencias prácticas de las aproximaciones obtenidas.
2. Adquirir las competencias necesarias que permitan abordar las asignaturas posteriores de este máster que requieren conocimientos Análisis Numérico.

## 5. CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

### CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

1. Resolución de ecuaciones no-lineales de una variable. La mayoría de los métodos de aproximación de ecuaciones algebraicas usan esquemas iterativos para obtener aproximaciones a la solución exacta. En este capítulo se presentan aspectos generales de los métodos iterativos. Algunos de los métodos elementales de resolución de ecuaciones escalares no-lineales pueden resultar eficaces sin requerir el uso de derivadas. Los métodos iterativos que se derivan de la estructura particular de la ecuación, los métodos de dicotomía o de la cuerda son algunos de estos métodos. En este capítulo se estudia la convergencia y la puesta en práctica de estos métodos elementales. Un concepto que debe ser adquirido en este capítulo es el de orden de convergencia de un algoritmo iterativo que permite medir la velocidad con la que la iteración se aproxima la solución exacta. La aproximación en cada iteración de una función no-lineal por una función afin cuya gráfica es tangente a ella en la solución aproximada obtenida en la iteración anterior, es la idea básica en la que se apoya el método de Newton-Raphson. En este capítulo se estudia la convergencia del método y su puesta en práctica.

4. Resolución de sistemas de ecuaciones no-lineales de varias variables. La aplicación del método de Newton a sistemas de ecuaciones en varias variables implica la resolución de un sistema lineal de ecuaciones cuya matriz de coeficientes varía de una iteración a otra. El estudio de la convergencia y el análisis de situaciones de singularidad es uno de los propósitos principales de este capítulo. También se hará énfasis en la puesta en práctica del método así como de algunas variantes que mejoran su eficiencia. Brevemente, se describirán algunos métodos basados en técnicas de optimización de funciones.



5. Resolución numérica de problemas de valor inicial para ecuaciones diferenciales. El método de Euler para la aproximación numérica de la solución de un problema de valor inicial en una ecuación diferencial ordinaria es relevante no solo como instrumento para el análisis de existencia de soluciones sino también como procedimiento numérico eficiente de aproximación. El análisis de la estabilidad, convergencia y consistencia de esta familia de esquemas y de otras más generales de un paso es propósito fundamental de este capítulo. Una breve introducción a los métodos de Runge-Kutta completará los objetivos en esta materia.

6. Resolución numérica de problemas de contorno planteados sobre ecuaciones diferenciales. El uso de esquemas en diferencias finitas en la resolución de problemas de contorno sirve como iniciación al alumno en problemas de naturaleza global en contraste con la local de los problemas de valor inicial que ha estudiado en el capítulo anterior. Aunque preferentemente el interés se centrará en problemas lineales y las dificultades de la resolución de sistemas de gran talla, en este capítulo se incluirán algunas técnicas, como los llamados métodos de tiro, para resolución de problemas no-lineales simples.

## 6.EQUIPO DOCENTE

- [CARLOS ANTONIO MORENO GONZALEZ](#)

## 7.METODOLOGÍA

### 1. PLAN DE TRABAJO DE LOS ALUMNOS

#### Aspectos generales

El estudio de cada capítulo debe ser abordado siguiendo las siguientes etapas de estudio:

· El objetivo de la primera fase es la comprensión de los conceptos matemáticos que aparecen en este capítulo. No es necesario que el alumno alcance una perfecta comprensión de ellos ya que se trata de conseguir captar sus aspectos esenciales. Puede resultar eficiente que anote las dificultades especiales que haya sufrido en la primera lectura para volver sobre ellas en una etapa posterior.

Con una comprensión inicial de estos conceptos el alumno estará en condiciones de estudiar las técnicas o procedimientos de cálculo que forman parte del contenido del capítulo. Sería conveniente que el alumno diseñara en papel, esquemas de estos procedimientos tratando de destacar en ellos las etapas fundamentales del método pensando en su posterior aplicación práctica con ayuda de un ordenador.

· El objetivo de la segunda fase es la resolución de problemas, usando los algoritmos estudiados, con ayuda de un ordenador. Algunos ejemplos prácticos estarán disponibles en las notas del curso, en la bibliografía recomendada o en las páginas del curso virtual y servirán como aplicación práctica. Algunos procedimientos sencillos puede ser puestos en práctica mediante hojas de cálculo cuyo manejo el alumno debería conocer o que en otro caso podría aprender mediante alguna actividad complementaria en el curso virtual. Para problemas más complejos podría utilizar alguno de los entornos de cálculo científico (MatLab, Mathematica, Maple y otros) que pueda manejar. Deberá utilizar el foro y la tutoría si hay algún punto en que tiene especial dificultad de comprensión.

· El objetivo de la tercera fase es la realización de ejercicios de naturaleza más conceptual y la profundización en la comprensión de conceptos y procedimientos que constituyen la materia de este capítulo.

· Finalmente se propondrá la realización de una prueba a distancia, de este modo se puede tener una opinión final sobre si el estudio realizado ha sido o no satisfactorio, antes de la evaluación final presencial. En caso necesario deberá volver sobre los puntos débiles.



ORIENTACIONES PARA SEGUIR EL PLAN DE TRABAJO.

## Capítulo 1. Resolución de ecuaciones no lineales de una variable

1. Algoritmos de punto fijo. Aplicaciones del teorema de Picard.
2. Orden de convergencia de un algoritmo.
3. Métodos que no utilizan derivadas.
4. Método de Newton-Raphson.

· Objetivo fundamental: Estudio de métodos de resolución de ecuaciones numéricas escalares, incluyendo el análisis de la convergencia y su puesta en práctica.

Conceptos más importantes y que deben ser estudiados con profundidad en la segunda lectura:

### Sección 1:

- Expresión de la solución de una ecuación escalar como un punto fijo de transformación.
- Concepto de contracción.

### Sección 2:

- Convergencia lineal y superlineal.
- Convergencia cuadrática.

### Sección 3:

- Método de Dicotomía.
- Método de la secante.

### Sección 4:

- Método de Newton-Raphson.
- Convergencia cuadrática.
- Casos de singularidad.

Ejemplos y prácticas con un computador recomendados:

Ejemplos de ecuaciones no lineales que puedan ser resueltos con diferentes métodos iterativos de modo que se puedan comparar su eficiencia y orden de convergencia.



## Capítulo 2. Resolución de ecuaciones no lineales de varias variables

1. Método de Newton.
2. Método de Broyden.
3. Caso de sistemas definidos por funciones que provienen de un gradiente. Métodos basados en la optimización de funciones.

· Objetivo fundamental: Resolución de sistemas de ecuaciones no lineales. Descripción de la puesta en práctica de los métodos. Análisis de la convergencia de los métodos iterativos.

Resultados más importantes y que deben ser estudiados con profundidad en la segunda lectura:

### Sección 1:

- Aplicación directa del método de Newton.
- Análisis de la convergencia.
- Modificaciones del método de Newton.

### Sección 2:

- Descripción y puesta en práctica del método de Broyden.

### Sección 3:

- Caso de ecuaciones no lineales que pueden ser interpretadas como una condición de extremo de una función de varias variables
- Descripción de métodos de descenso y del gradiente conjugado.

## Capítulo 3. Resolución numérica de problemas de valor inicial para ecuaciones diferenciales

1. Problemas de valor inicial para una ecuación diferencial ordinaria.
2. Método de Euler. Modificaciones del método de Euler.
3. Métodos generales de un paso.
4. Métodos de Runge-Kutta.

· Objetivo fundamental: Se trata de describir y analizar esquemas numéricos para resolver problemas de valor inicial para ecuaciones diferenciales ordinarias.

Resultados más importantes y que deben ser estudiados con profundidad en la segunda lectura: Los conceptos



de error de discretización, consistencia, estabilidad y convergencia son esenciales para clasificar los métodos numéricos.

Sección 1:

- Descripción de modelos que implican ecuaciones diferenciales.
- Problemas locales para valores iniciales dados.

Sección 2:

- Método de la poligonal de Euler.
- Métodos explícitos e implícitos. Modificaciones al método de Euler
- Estabilidad y consistencia.

Sección 3:

- Método de un paso.
- Puesta en práctica de los métodos de un paso.

Sección 4:

- Métodos de Runge-Kutta explícitos.

Capítulo 4. Resolución numérica de problemas de contorno sobre ecuaciones diferenciales.

1. Problemas de contorno. Naturaleza global de los problemas de contorno.
2. Métodos en diferencias finitas.
3. Problemas lineales. Dificultades debidas a la gran talla.
4. Problemas no lineales. Métodos de tiro.

· **Objetivos fundamentales:** La comprensión de la naturaleza global de los problemas de contorno en contraste con la naturaleza local de los problemas de valor inicial y de cómo se ello se traduce en los sistemas discretizados es un objetivo fundamental. El método de las diferencias finitas permite transformar sistemas diferenciales en sistemas algebraicos.

Resultados más importantes y que deben ser estudiados con profundidad en la segunda lectura:

Sección 1:

- Algunos modelos que motivan el estudio de los problemas de contorno.

Sección 2:

- Diversos tipos de esquemas en diferencias finitas.

Sección 3:



- Caso lineal: Construcción del sistema de ecuaciones algebraicas asociado al problema de contorno discretizado.
  - Matrices triangulares. Matrices dispersas.
- Sección 4:
- Caso no lineal: Métodos de tiro.

## 8. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13): 9788436221183  
 Título: CÁLCULO NUMÉRICO I (6ª)  
 Autor/es: Gasca González, Mariano ;  
 Editorial: UNED

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

## 9. BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

## 10. RECURSOS DE APOYO AL ESTUDIO

Dobova, A., Guillen, F (2007). *Un curso de Cálculo Numérico*. Universidad de Sevilla.

Bourden , L.R., Faires, J.D. (2003). *Análisis Numérico*. Thomson International.

Kincaid, D., Cheney, W., (1994). *Análisis Numérico*. Addison-Wesley Iberoamericana.

Stoer, J., Bulirsh, R., (1980). *Introduction to Numerical Analysis*, Springer.

Libros disponibles en la red Internet son

[http://es.wikipedia.org/wiki/An%C3%A1lisis\\_num%C3%A9rico](http://es.wikipedia.org/wiki/An%C3%A1lisis_num%C3%A9rico)

[http://en.wikibooks.org/wiki/Numerical\\_Methods](http://en.wikibooks.org/wiki/Numerical_Methods)



## 11.TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO

En primer lugar están los foros y los medios de comunicación de la virtualización de la asignatura. A través de ellos, el alumno recibirá información actualizada sobre la asignatura y podrá solicitar información o resolución de las dudas que pudieran tener sobre la materia o sobre la organización de la enseñanza.

La tutorización presencial y telefónica se lleva a cabo los lunes de 16 a 20 horas, en el despacho 116 de la Facultad de Ciencias.

Tel.: 91 398 72 57, e-mail: [cmoreno@ccia.uned.es](mailto:cmoreno@ccia.uned.es).

## 12.EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

### 9. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

La evaluación se llevará a cabo mediante una prueba presencial de dos horas de duración.

La prueba constará de varios ejercicios prácticos y alguna pregunta teórica precisa. Los ejercicios prácticos serán parecidos a los ejemplos y ejercicios de los libros de la bibliografía básica.

#### CRITERIOS GENERALES PARA LA EVALUACIÓN FINAL

En todos los ejercicios se valorará, esencialmente, el grado de comprensión de la materia y el planteamiento razonado del problema. También se valorará la buena exposición y la eficiencia en la realización de los cálculos dando una gran importancia a la verificación y validación de resultados.

## 13.COLABORADORES DOCENTES

Véase equipo docente.

## 14.Notas del Curso

En los primeros días del curso académico, estarán disponibles en el curso virtual unas Notas del Curso que cubrirán las materias descritas en los Contenidos. Redactadas para facilitar el autoaprendizaje, contendrán consideraciones teóricas y ejercicios relativos a todos los temas que constituyen el programa de la asignatura.

