

ANÁLISIS DE FOURIER Y ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

Curso 2015/2016

(Código: 61023073)

1. PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA

En esta asignatura se presentan las nociones básicas del análisis de Fourier y las ecuaciones en derivadas parciales junto con su conexión y aplicaciones a otras ramas de las Matemáticas y de otras Ciencias.

2. CONTEXTUALIZACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIOS

Esta asignatura es el segundo paso en la introducción de los conceptos, herramientas y aplicaciones de las Ecuaciones diferenciales. (El primer paso está formado por la asignatura del primer semestre "Introducción a las Ecuaciones Diferenciales"). En el primer semestre estudiábamos ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) y ahora ecuaciones (diferenciales) en derivadas parciales (EDPs). El análisis de Fourier se presenta en estrecha relación con las EDPs.

Las Ecuaciones diferenciales forman, por una parte, una de las grandes subramas del Análisis matemático, con importantes contactos con otras ramas de las Matemáticas, como la Geometría diferencial, la Teoría de variable compleja, la Optimización y el Cálculo de variaciones. Por otro lado, las Ecuaciones diferenciales (ordinarias y parciales) son una herramienta omnipresente en Física e Ingeniería desde que Galileo y Newton fundaron la Física moderna. En la actualidad también tienen aplicaciones relevantes en Química, Biología y Ciencias sociales. Entre las EDPs, citemos la ecuación del potencial (o de Laplace), la ecuación del calor y la ecuación de ondas, que han dado en llamarse las ecuaciones básicas de la Física matemática. Podemos añadir la ecuación de Schrödinger en la Física cuántica (optativa en esta asignatura). Estas EDPs son *lineales*. Las ecuaciones *lineales* predominan cualitativa y cuantitativamente (en Matemáticas, Física e Ingeniería), debido a que, o bien corresponden con la naturaleza de los problemas, o bien constituyen la primera aproximación a modelos no lineales. En los últimos 30 o 40 años han empezado a tener importancia modelos reales no lineales que sobrepasan el mero planteamiento y llegan a estudios concretos. El factor principal de este cambio es el desarrollo de los ordenadores y de los programas informáticos de cálculo científico. No obstante, los modelos lineales siguen siendo fundamentales: 1) porque en muchos campos proporcionan un cuerpo de doctrina básico o al menos una firme orientación, y 2) porque la linealización es uno de los instrumentos para estudiar los problemas no lineales.

Otras asignaturas relacionadas son: "Herramientas Informáticas para Matemáticas" (2º curso), "Campos y Formas" (3º curso), "Introducción a los Espacios de Hilbert" (3º curso), "Geometría Diferencial de Curvas y Superficies" (3º curso), "Geometría Diferencial" (4º curso) y "Física Matemática" (4º curso).

3. REQUISITOS PREVIOS REQUERIDOS PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Además de la asignatura "Introducción a las Ecuaciones Diferenciales", se requieren nociones de Números complejos y de Geometría euclídea, así como conocimientos de Álgebra lineal y Análisis matemático de una y varias variables reales.

4. RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Algunas de las competencias más importantes que se adquieren con esta asignatura son:

1. Conocimientos generales en uno de los principales campos de las Matemáticas.



2. Aplicación de los métodos y técnicas matemáticas a diversos problemas de la realidad, modelización de la realidad.
3. Capacidad de combinar razonamientos deductivos, razonamientos inductivos, inferencia empírica y aprendizaje directo en la literatura matemática y sus aplicaciones.
4. Capacidad de comunicación de los resultados (en la evaluación se tendrá en cuenta también la buena exposición de las soluciones a los ejercicios propuestos).
5. Motivación histórica y práctica de problemas clásicos de las matemáticas y de sus aplicaciones.

5. CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

1. Características; problemas clásicos
 - 1.1 EDPs lineales de primer orden
 - 1.2 EDPs lineales de segundo orden; clasificación
 - 1.3 Los problemas clásicos; unicidad
2. Problemas de contorno para EDOs
 - 2.1 Problemas de Sturm-Liouville homogéneos
 - 2.2 Series de Fourier
 - 2.3 Problemas no homogéneos; función de Green
3. Separación de variables
 - 3.1 Separación de variables para calor y ondas
 - 3.2 Separación de variables para Laplace
 - 3.3 Algunos problemas en tres variables
 - 3.4 Funciones de Green
4. Otros métodos en EDPs
 - 4.1 Ecuación de la cuerda vibrante
 - 4.2 Ondas en tres y dos dimensiones
 - 4.3 Transformadas de Fourier

6. EQUIPO DOCENTE

- [JAVIER PEREZ ALVAREZ](#)

7. METODOLOGÍA Y ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

En cada capítulo se debe llevar a cabo el estudio del siguiente modo:

- Estudio del texto base



- Realización de los ejercicios propuestos
- Realización de actividades complementarias si se indican

Se propondrá un ejercicio de evaluación continua. (Ver sección sobre evaluación).

8.EVALUACIÓN

La evaluación principal se llevará a cabo mediante un examen presencial de dos horas de duración. Se calificará de 0 a 10.

Evaluación continua:

Se propondrá un trabajo a elegir entre varios temas, que se calificará de 0 a n puntos (n se concretará en la convocatoria). Este ejercicio es optativo y su nota se sumará a la nota de la prueba presencial, con la única condición de que la nota final del curso no sobrepase el 10.

En la evaluación se tendrán en cuenta tanto aspectos matemáticos como de redacción.

Además se valorará hasta un punto las participaciones positivas en los foros de la virtualización.

9.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Comentarios y anexos:

Bibliografía Básica (Texto Base)

José Aranda Iriarte, Apuntes de ecuaciones diferenciales II (EDPs). Universidad Complutense de Madrid, 2011. (Existe en forma digital como PDF).

10.BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Comentarios y anexos:

Textos de EDPs

R.V. Churchill, Series de Fourier y Problemas de Contorno. 2ª Ed. McGraw-Hill, 1966. Solo 256 páginas. (Disponible edición digital en español).

R. Haberman, Ecuaciones en Derivadas Parciales con Series de Fourier y Problemas de Contorno. Pearson-Prentice Hall, 3ª Ed. 2003 en español y 1998 en inglés. 4ª y 5ª Ed. en inglés 2004 y 2012. Las 200 figuras del texto en MATLAB pueden descargarse de <http://faculty.smu.edu/rhaberma>.

Texto que puede complementar todos los aspectos de la asignatura. Excelente traducción al español (de la 3ª Ed.).

P. Puig Adam, Ecuaciones diferenciales. Biblioteca Matemática, 1970. (Disponible edición digital en español).

H.F. Weinberger, Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Reverté, 1986, 1992, reimpresión 2005.

Textos de EDOs con capítulos relevantes sobre EDPs y series de Fourier

W.E. Boyce y R.C. DiPrima, Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. Limusa, 2005. (Disponible edición digital en inglés).

S.G. Krantz, Differential Equations Demystified. McGraw-Hill, 2005.



G. Simmons, Ecuaciones diferenciales. Con aplicaciones y notas históricas. Segunda Edición. McGraw-Hill, 1993. Nota: Una edición anterior tiene importantes deficiencias de traducción. (Disponible edición digital en español de la Segunda Edición).

D.G. Zill y M.R. Cullen, Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera, Sexta Ed. Thomson, 2006. Incluye CD-ROM. (Disponible edición digital en español).

Análisis de Fourier (series de Fourier y transformación de Fourier)

P. Puig Adam, Cálculo integral. Biblioteca Matemática, 1970. (Disponible edición digital en español). Claros capítulos sobre Series de Fourier y funciones ortogonales.

R.V. Churchill, Series de Fourier y Problemas de Contorno. 2ª Ed. McGraw-Hill, 1966. Solo 256 páginas. (Disponible edición digital en español).

M.R. Spiegel, Análisis de Fourier. Serie de Compendios Schaum, McGraw-Hill, diversas ediciones.

Análisis de Fourier avanzado

H.S. Carslaw, An Introduction to the Theory of Fourier's Series and Integrals. Third Revised Edition. Dover, 1950. Texto muy técnico y detallado, en el marco de la integral de Riemann.

Antonio García García y María José Muñoz Bouzo, Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos. Sanz y Torres, 2012. (Texto de la asignatura "Introducción a los Espacios de Hilbert", tercer curso de Grado, semestre 1). Convergencia de las series y transformadas de Fourier en el marco de la integral de Lebesgue. Contiene un resumen muy conveniente sobre la integral de Lebesgue y los espacios L^1 , L^2 y L^∞ .

G.P. Tolstov, Fourier Series, Dover, 1962. Contiene exposiciones sobre series de Fourier trigonométricas y otros sistemas ortononales. En las últimas 60 páginas trata separación de variables en EDPs.

Libros de problemas

B.M. Budak, A.A. Samarsky y A.N. Tijonov, Problemas de la Física Matemática, Tomos I y II. Editorial Mir. (Disponible edición digital en español). Contiene problemas muy avanzados además de los introductorios.

S.G. Krantz, Differential Equations Demystified. McGraw-Hill, 2005. (Aunque no es propiamente un libro de problemas, lo citamos aquí por sus cuidados y detallados ejemplos y ejercicios).

M. López Rodríguez, Problemas Resueltos de Ecuaciones Diferenciales. Thomson, 2007. Incluye CD-ROM.

M.M. Smirnov, Problemas de ecuaciones de la física matemática. Editorial Mir. (Disponible edición digital en español). Solo 144 páginas.

M.R. Spiegel: Análisis de Fourier. Serie de Compendios Schaum, McGraw-Hill, diversas ediciones.

W.E. Williams, Series de Fourier y problemas con valores en la frontera. Limusa, 1975. Útil texto de 112 páginas.

Manuales de Matemáticas

I. Bronshtein y K. Semendiaev, Manual de Matemáticas. Editorial Mir, 1971. Se reimprime con frecuencia y suele encontrarse en las librerías españolas. Al contrario que otros manuales de fórmulas y tablas, contiene relevantes párrafos de texto explicativo. (Disponible edición digital en español, y otra bastante más extensa en inglés).

M.R. Spiegel, J. Liu y L. Abellanas, Fórmulas y tablas de Matemática aplicada. Segunda edición revisada. Schaum, McGraw-Hill Interamericana de España, Madrid, 2005. Se beneficia del importante refuerzo de L. Abellanas. (Disponible edición digital en español).

Este libro está relacionado con el siguiente, que suele encontrarse en la mayoría de las bibliotecas.

M.R. Spiegel, Manual de fórmulas y tablas matemáticas, Schaum, McGraw-Hill. Diversas ediciones o reimpressiones a partir



de 1970. (Disponible edición digital en español).

Aplicaciones y modelización

E. Beltrami, *Mathematics for Dynamic Modeling*. Academic Press, 2ª Ed., 1987. En cuanto a EDPs presenta modelos sobre: algae blooms, pollution in rivers, highway traffic, travelling waves, morphogenesis, tidal dynamics. Sobre EDOs ver la correspondiente asignatura.

F.R. Giordano and M.D. Weir, *A First Course in Mathematical Modeling*, Brooks/Cole Publishing Company, 1985. Interesante texto de modelización con métodos matemáticos elementales. Sirve de contrapunto de las otras referencias.

R. Haberman, *Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics and Traffic Flow*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998.

P. Puig Adam, *Ecuaciones diferenciales*. Biblioteca Matemática, 1970. (Disponible edición digital en español). Contiene una exposición clara de la deducción y el significado físico de las ecuaciones (EDPs) más básicas.

W. Simon, *Mathematical Techniques for Biology and Medicine*. Academic Press, New York, 1972. MIT Press, Cambridge, Mass., 1977. Dover, New York, 1986. Una extensa e intensa muestra de modelos y aplicaciones que utiliza matemáticas accesibles en el tercer curso del Grado.

A.N. Tijonov y A.A. Samarsky, *Ecuaciones de la Física Matemática*. Mir. (Disponible edición digital en español). Ver comentario más abajo.

Bibliografía más avanzada

F. John, *Partial Differential Equations*. Springer-Verlag, 4ª Ed. 1981.

I. Stakgold, *Green's Functions and Boundary Value Problems*, Wiley, 2ª Ed. 1997.

A.N. Tijonov y A.A Samarsky, *Ecuaciones de la Física Matemática*. Mir. (Disponible edición digital en español). Contiene exposiciones detalladas de gran número de problemas de la Física junto con su tratamiento matemático, incluyendo diversas condiciones de contorno, problemas en dimensión tres, problemas con simetría cilíndrica y esférica y sus correspondientes funciones especiales, problemas de cuarto orden de la elasticidad (barras o vigas, "beams" en inglés; placas), ecuaciones de Maxwell del campo electromagnético...

11.RECURSOS DE APOYO

Curso virtual donde se encuentran materiales de apoyo al estudio, acceso al foro y correos electrónicos de profesores y alumnos.

12.TUTORIZACIÓN

Equipo docente de la asignatura:

Francisco Bernis Carro

Despacho 126a
Departamento de Matemáticas Fundamentales
Facultad de Ciencias de la UNED
Paseo Senda del Rey, 9
28040 Madrid

Horario de atención al alumno:

Jueves de 15:30 a 19:30

Teléfono: 91-3988473

Correo electrónico:



fbernis@mat.uned.es

La tutorización y seguimiento se llevará a cabo sobre todo en el foro de la asignatura del curso virtual. Así las preguntas y respuestas serán visibles para todos los compañeros y también se da la oportunidad de que todos participen en los debates o conversaciones.

13.Recomendaciones

Se recomienda visitar regularmente el curso virtual de la asignatura.

Ámbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección <https://sede.uned.es/valida/>



F590B78F9E99C4FEA0A4BFC039E1B474