

# FLUCTUACIONES EN SISTEMAS DINÁMICOS

Curso 2014/2015

(Código: 21156204)

## 1. PRESENTACIÓN

En esta asignatura se analizarán algunos de los efectos de las fluctuaciones (consecuencia de la consideración de términos o comportamientos aleatorios) en la evolución de sistemas de relevancia en Física, Química, Biología, etc. En muchos casos, el tener en cuenta el efecto de las fluctuaciones es una descripción más realista que una modelización puramente determinista.

Después de una introducción sobre aspectos básicos de la teoría de los procesos estocásticos, se estudiarán los conceptos de fluctuaciones internas y externas y la diferente manera de analizar su influencia. Se presentarán los conceptos de ecuación maestra (para fluctuaciones internas) y de ecuación diferencial estocástica (para fluctuaciones internas y externas) y su tratamiento analítico y numérico. En el caso de las fluctuaciones externas, se estudiará la aparición de fenómenos como las transiciones inducidas por ruido y la resonancia estocástica, entre otros.

Esta asignatura tiene asignados 6 créditos ECTS y se imparte en el segundo semestre del curso.

### Equipo Docente

Dr. Javier de la Rubia Sánchez

Javier de la Rubia Sánchez es Catedrático de Universidad en el Departamento de Física Fundamental en el área de Física Aplicada. Se licenció en Ciencias Físicas por la Universidad Autónoma de Madrid y se doctoró en Ciencias Físicas por la UNED. Amplió estudios en la Universidad de California en San Diego (Estados Unidos) y en la Universidad de Bremen (Alemania). Actualmente imparte docencia de *Fundamentos de Física I* (Grado en Física), *Mecánica* y *Ondas* (Grado en Química), *Mecánica Estadística* (Grado en Física) y *Biofísica* (Grados en Física y en Ciencias Ambientales). Su principal tema de investigación es el estudio del efecto de las fluctuaciones en el comportamiento de sistemas dinámicos de relevancia en Física, Química y Biología.

## 2. CONTEXTUALIZACIÓN

Esta asignatura forma parte del módulo denominado *Física Estadística de Sistemas Complejos* y se enmarca dentro de un perfil mixto de formación académica y de iniciación a la investigación. Los conocimientos que se imparten en la asignatura no son normalmente considerados en profundidad en los estudios de grado, por lo que su comprensión completará la formación académica de las personas que la cursen; por otra parte, los conceptos y técnicas que se aprenderán en la asignatura son actualmente utilizados en diversas áreas de investigación activas, por lo que capacitarán para el inicio en la investigación actual en diversas áreas, muchas de ellas con un elevado carácter multidisciplinar.

En el marco del máster, esta asignatura se relaciona directamente con otras, como, por ejemplo, *Introducción a la Ciencia no lineal*, *Métodos numéricos avanzados* o *Modelización y simulación de sistemas complejos*, asignaturas con las que, en muchos casos, comparte el lenguaje descriptivo y las técnicas de análisis de los problemas. Dentro del plan de formación del máster, su nivel puede considerarse medio en cuanto a los requerimientos matemáticos, y avanzado en relación con los conceptos manejados y adquiridos.

En relación con los objetivos generales del máster y el desarrollo de competencias generales y específicas, esta asignatura contribuye a:



#### Objetivos:

- Poder ser originales en el desarrollo y aplicación de ideas en el contexto de la investigación actual, habiendo adquirido conocimientos especializados que permitan el análisis de las soluciones de las ecuaciones que modelan los sistemas en consideración y su dependencia con los parámetros, así como analizar la importancia de las fluctuaciones en su evolución.
- Poder aplicar los conocimientos adquiridos a problemas prácticos de posible carácter multidisciplinar, tanto en el ambiente académico como empresarial, mejorando sus capacidades de modelización y simulación.

#### Competencias generales:

- Capacidad de análisis y síntesis.
- Conocimiento de una lengua extranjera.
- Resolución de problemas.
- Razonamiento crítico.
- Adaptación a nuevas situaciones.
- Creatividad.

#### Competencias específicas:

- Saber utilizar y relacionar los diferentes tipos de descripción (microscópica, mesoscópica y macroscópica) de los fenómenos físicos.
- Comprender las propiedades cualitativas de las soluciones de las ecuaciones de la Física y su dependencia con los parámetros.
- Comprender el papel del ruido y las fluctuaciones en los fenómenos físicos y manejar su modelización matemática.
- Capacidad de lectura crítica de artículos científicos.
- Capacidad de búsqueda de bibliografía especializada.

### 3. REQUISITOS PREVIOS RECOMENDABLES

Para cursar la asignatura con garantías de éxito son precisos los conocimientos básicos de Matemáticas y de Física que se hayan adquirido en asignaturas cursadas previamente en una licenciatura o grado en Ciencias o Ingeniería y en las asignaturas obligatorias del máster *Introducción a la Ciencia no lineal* y *Métodos numéricos avanzados*.

Por otra parte, dado que una parte de los materiales didácticos suministrados por el equipo docente estarán en inglés, para un completo aprovechamiento de la asignatura es imprescindible un conocimiento de la lengua inglesa suficiente para entender textos técnicos escritos en esa lengua.

### 4. RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Comprender las propiedades y características de diferentes procesos estocásticos.
- Entender la diferencia entre fluctuaciones internas y externas.
- Identificar la ecuación maestra como medio principal para describir las fluctuaciones internas.
- Saber escribir la ecuación maestra para un proceso de nacimiento y muerte y calcular e interpretar su solución estacionaria.
- Manejar de las ecuaciones de evolución de los momentos asociados a una ecuación maestra y de la ecuación de Fokker-Planck como aproximación de la ecuación central.



- Entender el concepto de ecuación diferencial estocástica: fluctuaciones externas aditivas y multiplicativas.
- Comprender el significado de integral estocástica y la diferencia entre sus distintas interpretaciones.
- Saber escribir la ecuación de Fokker-Planck asociada a una ecuación diferencial estocástica y analizar su solución estacionaria.
- Ser capaz de implementar métodos numéricos para resolver una ecuación diferencial estocástica.
- Conocer la diferencia entre ruido blanco y de color.
- Saber definir e interpretar el concepto de transición inducida por ruido.
- Comprender el fenómeno de la resonancia estocástica e identificar los ingredientes fundamentales para su aparición.

## 5.CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

Tema 1. Conceptos básicos de la teoría de procesos estocásticos.

Definiciones y propiedades elementales.

Probabilidades conjuntas y condicionales.

Clasificación de los procesos estocásticos.

Valores característicos de las distribuciones de probabilidad.

Tema 2. Fluctuaciones internas. La ecuación maestra.

Concepto de fluctuaciones internas.

La ecuación maestra ("master equation").

Procesos de nacimiento y muerte.

Ecuaciones de evolución para los momentos.

Aplicación a sistemas de reacciones químicas.

La ecuación de Fokker-Planck como aproximación de la ecuación maestra.

Tema 3. Ecuaciones diferenciales estocásticas.

La ecuación de Langevin.

Integrales estocásticas. Integrales de Ito y de Stratonovich.

La ecuación de Fokker-Planck asociada.

Solución estacionaria de la ecuación de Fokker-Planck.

Simulación numérica de ecuaciones diferenciales estocásticas.

Tema 4. Fluctuaciones externas: descripción y aplicaciones básicas.

Concepto de fluctuaciones externas: ruido aditivo y multiplicativo.

Transiciones inducidas por ruido: ruido blanco.



Transiciones inducidas por ruido: ruido de color.

Resonancia estocástica.

## 6.EQUIPO DOCENTE

- [FCO JAVIER DE LA RUBIA SANCHEZ](#)

## 7.METODOLOGÍA

La docencia se impartirá a través de un curso virtual dentro de la plataforma educativa de la UNED.

Dentro del curso virtual los estudiantes dispondrán de:

(a) Información y Materiales:

- Guía del curso.
- Comentarios sobre los distintos temas del programa.
- Recursos, donde se proporciona el material básico necesario para el estudio y lecturas complementarias, de divulgación y técnicas, que ayudan a entender y ampliar los conceptos e ideas presentados en el curso.
- Ejemplos de exámenes propuestos en cursos anteriores.

(b) Herramientas de comunicación:

- Foros de debate, donde se intercambian conocimientos y se resuelven dudas de tipo conceptual o práctico.
- Plataforma de entrega de los trabajos, exámenes, problemas y otras posibles herramientas de calificación.

Fuera del curso virtual el estudiante también tendrá acceso a realizar consultas al equipo docente a través del correo, teléfono y presencialmente en los horarios establecidos para estas actividades.

## 8.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Comentarios y anexos:

El material básico para preparar la asignatura se pondrá a disposición del alumnado a través del curso virtual. Dicho material ha sido generado por el equipo docente de la asignatura y contempla los aspectos fundamentales de todo el temario de la asignatura. En el apartado relativo a la bibliografía complementaria se recogen algunos textos que pueden servir al alumnado para profundizar en algunos de los conceptos abordados en el material básico o bien para extender su visión a otros temas no tocados en el presente curso.

## 9.BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Comentarios y anexos:

M. O. Cáceres, *Elementos de estadística de no equilibrio y sus aplicaciones al transporte en medios desordenados*. Editorial Reverté, Barcelona, 2003.



La primera parte de este texto es una buena (aunque algo escueta en algunos aspectos) introducción a los conceptos de probabilidad, procesos estocásticos y ecuaciones diferenciales estocásticas considerados en este curso. Es una buena alternativa al material básico del curso para una parte importante del temario. Sin embargo, no trata el tema de las fluctuaciones internas (ecuación maestra), por lo que no puede considerarse como texto base completo del curso. La segunda parte del libro contiene varios capítulos interesantes acerca de algunos fenómenos de transporte, lo que puede resultar de utilidad para ampliar los temas considerados en el curso.

C. W. Gardiner, *Handbook of stochastic methods*. Springer, Berlín, 1985.

Este es un libro muy recomendable que aborda prácticamente todos los temas de este curso. Escrito de una manera eminentemente práctica, aunque con más detalle de lo que podría esperarse de un "Handbook", trata aspectos de la teoría de probabilidades, procesos estocásticos, ecuaciones diferenciales estocásticas (con una excelente explicación de las diferencias entre la interpretación de Ito y la de Stratonovic), ecuación maestra, etc.. Puede perfectamente ser una alternativa al material básico para el curso.

W. Horsthemke, R. Lefever, *Noise-induced transitions*. Springer, Berlín, 1984.

Este texto es la referencia "clásica" sobre las fluctuaciones externas (ecuaciones diferenciales estocásticas) para las personas que no son matemáticas. Sobre ese tema hay bastantes referencias matemáticas, escritas con mucho rigor pero difíciles de entender (y sobre todo de aplicar a situaciones concretas) para las personas que no tienen una sólida formación matemática relacionada con la teoría de las probabilidades y los procesos estocásticos. En este libro se explican, con seriedad pero de forma más sencilla y práctica, los conceptos necesarios acerca de las ecuaciones diferenciales estocásticas para estudiar el efecto de las fluctuaciones externas, exponiendo, además, algunos ejemplos detallados. Muy recomendable para esta parte del curso.

R. Mahnke, J. Kaupuzs, I. Lubashevsky, *Physics of stochastic processes*. Wiley-VCH, Weinheim, 2009.

Es un libro reciente, que trata de manera bastante técnica pero asequible, casi todos los temas de este curso. La parte dedicada a la ecuación maestra es bastante escueta, pero suficiente para comprender los aspectos básicos. De mayor extensión e interés es la parte dedicada a las ecuaciones diferenciales estocásticas, con una descripción bastante buena de los aspectos técnicos y con un detallado estudio de algunas aplicaciones, entre ellas las transiciones inducidas por ruido.

D. Henderson, P. Plaschko, *Stochastic differential equations in Science and Engineering*, World Scientific, Singapore, 2006.

Un libro moderno, escrito con el mismo espíritu que el anterior y que trata exclusivamente el tema de las fluctuaciones externas (ecuaciones diferenciales estocásticas). Tiene un buen capítulo sobre métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales estocásticas.

N. G. van Kampen, *Stochastic processes in Physics and Chemistry*. North-Holland, Amsterdam, 1981.

Es una referencia clásica en este campo, con una buena introducción a la teoría de las probabilidades y los procesos estocásticos, y con numerosos ejemplos del efecto de las fluctuaciones (principalmente internas) en diversos sistemas físicos y químicos. En este texto es particularmente brillante el estudio de la ecuación maestra y, sobre todo, el análisis del desarrollo aproximado de la ecuación maestra en función del tamaño del sistema (lo que no es de extrañar, pues ese método fue desarrollado originalmente por el propio autor). Por otra parte, el tema de las fluctuaciones externas es tratado por el autor de una manera más marginal y con poco detalle. Es un libro excelente para ampliar algunos aspectos relacionados con la ecuación maestra.

## 10. RECURSOS DE APOYO AL ESTUDIO

A través del curso virtual se pondrá a disposición del alumnado diverso material de apoyo al estudio, como, por ejemplo, artículos de divulgación y científicos relacionados con la temática general del curso (la mayoría de ellos en inglés), en particular con la aplicación de los conceptos teóricos aprendidos a situaciones concretas. Este material complementario pretende estimular al alumnado, ampliar sus conocimientos y desarrollar su capacidad de aplicarlos a casos prácticos y establecer contacto con temas de investigación actual.



## 11.TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO

Las labores de tutorización y seguimiento se harán principalmente a través de las herramientas de comunicación del curso virtual (correo y foros de debate). Por otra parte, el alumnado podrá siempre entrar en contacto con el profesor de la asignatura por medio del correo electrónico, teléfono o entrevista personal en las siguientes coordenadas:

Dr. Javier de la Rubia Sánchez

Correo Electrónico: jrubia@fisfun.uned.es

Teléfono: 91 398 7128

Horario: Miércoles, de 11:00 a 13:00 y de 16:00 a 18:00

Despacho: 204 (Facultad de Ciencias, 2ª planta).

## 12.EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

Se realizará a través de la valoración de un examen final obligatorio y la realización voluntaria de un trabajo de curso. La calificación final se obtendrá a partir de los siguientes elementos:

- Examen final obligatorio. El examen se dará a conocer a través del curso virtual y el alumnado dispondrá de un tiempo fijado para realizarlo en su casa y devolverlo al equipo docente. La puntuación de este examen representará un 80% de la calificación final si se ha realizado el trabajo voluntario; si no se realiza el trabajo, la puntuación del examen será el 100% de la calificación final. La fecha para realizar el examen y las características principales del mismo se anunciarán oportunamente en el curso virtual.
- Trabajo de curso de aplicación de los conocimientos adquiridos en el curso o de ampliación de los mismos. La valoración del trabajo representará un 20% de la calificación final. La realización del trabajo es voluntaria y, en el caso de que no se realice, su porcentaje de la nota final se sumará al adjudicado al examen final obligatorio que, en este caso, representará el 100% de la nota final.

## 13.COLABORADORES DOCENTES

Véase equipo docente.

