

# FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES II

Curso 2016/2017

(Código: 61022027)

## 1. PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA

### Presentación

Para presentar esta asignatura, el equipo docente ha recopilado toda la información de carácter general, es decir, las principales características y requisitos de la misma, en la siguiente ficha:

### FICHA DE LA ASIGNATURA

Órgano responsable: Departamento de Matemáticas Fundamentales (UNED)	
Nombre de la asignatura: Funciones de Varias Variables II	
Semestre: 2º	Créditos ECTS: 6
Horas estimadas de trabajo del estudiante: 150	
Horas de trabajo personal (y en grupo) y otras actividades: 150	
38 horas en créditos de contenido teórico, 22 horas en créditos de contenido práctico, y 90 para trabajo autónomo adicional (ejercicios de autoevaluación, información en Internet, Pruebas Presenciales, etc.)	
Profesorado (indicando el coordinador)	
Prof. Dr. Ángel Garrido Bullón (Coordinador)	
Objetivos que se van a adquirir:	
<p>El primer objetivo es el dominio de los fundamentos matemáticos necesarios para el estudio de esta parte tan esencial de las Matemáticas, con una base firme en problemas, así como sobre cuestiones planteadas y a través de ejemplos.</p> <p>En segundo lugar, se desea mostrar cómo las herramientas de tipo matemático se aplican al estudio de casos concretos; especialmente, en temas tan relacionados con las aplicaciones como los que se desarrollan en esta materia.</p> <p>Por último, a través del conocimiento de algunos aspectos de la Historia de esta parte fundamental de las Matemáticas, apreciar el valor formativo y cultural de esta disciplina, y su contribución como lenguaje y como herramienta de la Ciencia.</p>	
Aconsejables: Conocimientos básicos de Análisis Matemático.	
Contenido (breve descripción de la asignatura)	
<ol style="list-style-type: none"> <li>Extremos condicionados y Método de los Multiplicadores de Lagrange.</li> <li>Teoremas de la Función Implícita e Inversa</li> </ol>	



3. Funciones con valores vectoriales
4. Integrales dobles
5. Integrales triples
6. El Teorema de Cambio de Variable y sus aplicaciones a la integral
6. Integrales Impropias

**Bibliografía básica:**

- J. Marsden y A. Tromba: *"Cálculo Vectorial"*. Ed. Pearson-Prentice Hall-UNED. Barcelona, 2006.

Metodología docente: Enseñanza a distancia, con la metodología propia de la UNED.

Enseñanza virtualizada.

Tipo de evaluación (exámenes/trabajo/evaluación continua):

Pruebas Presenciales en el Centro Asociado correspondiente. PEC y Trabajo.

Idioma en que se imparte: Español

## 2.CONTEXTUALIZACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIOS

### 1. Contextualización

Esta asignatura es integradora, siendo por ello capaz de reunir y aplicar métodos de campos distintos de las Matemáticas, que el alumno debe conocer, al menos en lo fundamental. La asignatura está orientada a proporcionar herramientas básicas para ciertas áreas de las Matemáticas, de la Física y de la Técnica, con el principal objetivo de cubrir la formación matemática del futuro matemático. Por ello se les trata también de complementar su formación con una buena base lógica.

Los alumnos de esta asignatura trabajarán las siguientes *competencias específicas* del título:

4. 1. Conocer el valor formativo y cultural de las materias correspondientes a la especialización y los contenidos que se cursan en las respectivas enseñanzas.
4. 2. Conocer la historia y los desarrollos recientes de las materias y de sus perspectivas de futuro, para poder transmitir una visión dinámica de las mismas.
4. 3. Conocer contextos y situaciones en que se pueden usar o aplicar los diversos contenidos curriculares.
4. 4. Dotar a los alumnos de una formación de buena base en todo lo relativo al razonamiento matemático.

Con esta asignatura se pretende cubrir también las siguientes *competencias genéricas* propuestas por la UNED, que son especialmente importantes en su formación universitaria y elemento clave en el EEES:

1. Desarrollar procesos cognitivos superiores.
2. Gestionar procesos de mejora, calidad e innovación.
3. Comunicarse de forma oral y escrita en todas las dimensiones de su actividad profesional con todo tipo de interlocutores.



4. Utilizar de forma eficaz y sostenible las herramientas y recursos de la sociedad del conocimiento.
5. Trabajar en equipo.
6. Aprender a manejar con soltura todos los recursos del razonamiento matemático.

Por último, las *competencias* que se trata que vaya adquiriendo el alumno con esta asignatura son

1. Competencia matemática.
2. Competencia lógica y discursiva.
3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.

### 3. REQUISITOS PREVIOS REQUERIDOS PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Conocimientos previos

Para abordar el estudio de esta nueva asignatura en las mejores condiciones posibles, es conveniente que el alumno tenga conocimientos matemáticos previos de Álgebra y Análisis

También son muy convenientes conocimientos de Inglés.

### 4. RESULTADOS DE APRENDIZAJE

1. Resultados de aprendizaje

*Conocimientos teóricos:*

Para esta rama fundamental del Análisis Matemático, las *Funciones de Varias Variables*, se deben alcanzar los siguientes resultados:

- Comprender contextos y situaciones, para hacerlas interpretables mediante la herramienta lógico-matemática.
- Comprender los procesos simbólicos, propios del razonamiento, y no sólo los procesos numéricos.
- Conocer la historia y los desarrollos recientes de las aplicaciones de la Matemática y sus perspectivas futuras.
- Entender las distintas heurísticas, o estrategias, para el correcto planteamiento y resolución de los problemas.

*Conocimientos prácticos o destrezas:*

- Dominar los fundamentos geométricos, algebraicos y de cálculo desde un punto de vista superior, con sus aplicaciones.
- Manejar con soltura los distintos tipos de razonamiento matemático.

*Actitudes:*

- Apreciar el valor formativo y cultural del Análisis Matemático.
- Asimismo, entender cómo se pueden estas ir aplicando en situaciones concretas, que se han de modelizar a través de la poderosa herramienta matemática.



## 5. CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

Contenidos de la asignatura

1. Extremos condicionados. Multiplicadores de Lagrange. Optimización.
2. Teoremas de la Función Implícita e Inversa. Introducción. Estudio de dichos Teoremas. Ejemplos de su aplicación.
3. Funciones con valores vectoriales. La longitud de arco. Campos escalares y vectoriales. Gradiente, Divergencia y Rotacional. Propiedades. Su aplicación.
4. Integrales dobles. Introducción a las integrales en dimensión dos. La integral doble sobre un rectángulo. La integral doble sobre regiones más generales. Cambio del orden de integración (Teorema de Fubini).
5. La integral triple. Su cálculo sobre ejemplos notables.
6. El Teorema del Cambio de Variable y sus aplicaciones en integración. Geometría de las aplicaciones del plano al espacio euclídeos. El Teorema del Cambio de Variable. Aplicaciones.
7. Integrales impropias. Fundamentos matemáticos. Su cálculo sobre ejemplos adecuados.

## 6. EQUIPO DOCENTE

- [ANGEL LAUREANO GARRIDO BULLON](#)

## 7. METODOLOGÍA Y ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Metodología

El sistema fundamental de aprendizaje será el de la lectura y estudio de la bibliografía básica, y en su caso, de la complementaria. El alumno contará, además, con el apoyo de las tutorías. De manera general, la docencia se impartirá dentro de la plataforma UNED, complementado con la asistencia personalizada del equipo docente y la tutorización presencial en los Centros Asociados, así como de la tutorización telemática.

- *Curso virtual*

La docencia se impartirá a través del curso virtual, dentro de la plataforma educativa de la UNED, complementándose con la asistencia personalizada del equipo docente y la tutorización presencial. Siendo fundamentales las clases impartidas en los Centros Asociados.



Dentro del curso virtual el alumnado dispondrá de:

- o *Página de bienvenida*, donde se indica el concepto general de la asignatura y se presenta el equipo docente.
- o *Calendario*, donde se establece el orden temporal de actividades y sugerencias sobre el reparto temporal de la materia, para que el estudiante los adapte a su disponibilidad y necesidades.
- o *Materiales*:
  - a) *Guías del curso*, donde se establecen los objetivos concretos y los puntos de especial interés.
  - b) *Programa*, donde se especifica la división del contenido por capítulos.
  - c) *Procedimientos*, donde se sugieren al alumno las tareas que debe realizar.
  - d) *Recursos*, donde se proporciona el material necesario para el estudio. Entre ellos, los libros para la elaboración de trabajos, que en caso de optar por la evaluación continua, serán tenidos en cuenta a la hora de calificar la materia.
- o *Actividades y trabajos*:
  - Una prueba de evaluación a distancia.*
  - Un trabajo a realizar por el alumno.*
- o *Comunicación*:
  - a) *Correo*, para comunicaciones individuales.
  - b) *Foros de Debate*, donde se intercambian conocimientos y se resuelven dudas de carácter general.

El sistema fundamental de aprendizaje será el estudio sobre los temas expuestos en el texto base, el de teoría, y los libros complementarios, por parte del alumno.

Con el fin de planificar el estudio de esta asignatura, gestionar el tiempo y el esfuerzo, y ayudar con ello a lograr un mejor aprendizaje, el equipo docente ha distribuido el tiempo asignado para la realización de las actividades formativas en esta asignatura según la tabla siguiente:

Actividades formativas
Con su contenido en ECTS (6) « 150 horas por cada asignatura
<i>Créditos de contenido teórico « 55 h.</i>
Lectura de orientaciones « 1 h.
Lectura comprensiva del material didáctico « 46 h.
Visualización y audición de materiales audiovisuales « 4 h.
Intercambio de información y consulta de dudas (equipo docente, tutores y grupos de trabajo) « 4 h.
<i>Créditos de contenido práctico « 74 h.</i>



Resolución de problemas en línea y/o presenciales « 66 h.

Intercambio de información en foros « 3 h.

Manejo de herramientas informáticas y plataforma alf « 6 h.

*Trabajo autónomo adicional* « 21h.

Realización de trabajos « 14 h.

Búsqueda de información adicional en Biblioteca, Internet, etc. « 3 h.

Realización de pruebas de evaluación continua en línea y/o presenciales « 2 h.

Realización de pruebas presenciales « 2 h.

## 8.EVALUACIÓN

### Evaluación de los aprendizajes

Dependiendo del modelo de evaluación (continua o sólo examen final) elegido por el estudiante, las pruebas son:

~~- Pruebas presenciales (obligatorio en ambos casos), mediante la resolución de tres problemas y/o ejercicios, con los pasos justificados con un razonamiento lógico adecuado; asimismo, se pueden pedir demostraciones útiles para la formación de un matemático.

- Una Prueba de evaluación continua o formativa (PEC, o Prueba de Evaluación a Distancia), a corregir por el Tutor Presencial correspondiente. (Evaluación continua)
- Un Trabajo, que ha de realizar el alumno a partir de la lectura de la Bibliografía Complementaria recomendada. Será corregido por el profesor de la asignatura de la Sede Central. (Evaluación continua)
- Participación dinámica y positiva en el curso virtual.

En primer lugar, se dispone de los foros y de los medios de comunicación que son muy válidos para la "virtualización" de la asignatura.

La *tutorización presencial y telefónica* se llevará a cabo por parte del

- *Profesor Doctor D. Angel Garrido*: los martes, de 10 a 13 horas, en el despacho 134 de la Facultad de Ciencias. Tel.: 91 398 72 37. e-mail: [agarrido@mat.uned.es](mailto:agarrido@mat.uned.es)

El equipo docente de la asignatura estará disponible para atender cualquier cuestión de la asignatura que sea planteada por los tutores, y para responder cualquier duda sobre la asignatura que planteen los alumnos.



El Tutor será el responsable de atender todas las preguntas, dudas o cuestiones referentes a los contenidos científicos de la asignatura, así como de corregir la PEC. De la corrección de los trabajos se encargará el Profesor que coordina la asignatura en la Sede Central. El alumno sólo trasladará sus dudas al profesor de la asignatura de la Sede Central como un "último recurso", cuando a través del tutor no haya podido resolverlas, o bien porque no disponga de dicho tutor.

La calificación final del alumno ponderará, conforme a los criterios fijados por el Equipo Docente, los resultados de la evaluación continua (o formativa) desarrollada por el alumno, y asimismo, de la Prueba Presencial, contando tanto la PEC como el Trabajos, mediante una media ponderada.

Evaluación final:

El alumno podrá elegir libremente entre cualquiera de estos dos sistemas de evaluación:

- Presentarse solamente al examen final, en cuyo caso obtendría como nota final la de esa prueba presencial.
- Si el alumno opta por la evaluación continua, entonces deberá realizar el trabajo y la Pec. Su calificación final se obtendrá a partir del siguiente polinomio:  $0,8 E + 0,1 P + 0,1 T$ , donde E es la nota del examen presencial, P, la de la Pec, y T la del trabajo.

Entre 7 y 9 puntos se obtiene Notable. Y a partir de 9 puntos, Sobresaliente. Las Matrículas de Honor que se pudieran conceder se distribuirán entre aquellos alumnos que tengan el máximo de puntos.

## 9. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13): 9788478290697  
Título: CÁLCULO VECTORIAL (5ª)  
Autor/es: Tromba, Anthony J. ; Marsden, Jerrold E. ;  
Editorial: PEARSON ADDISON-WESLEY

Buscarlo en Editorial UNED

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Comentarios y anexos:

Los temas de esta asignatura corresponden aproximadamente a la segunda parte del libro de Marsden y Tromba. Se aconseja pensar detenidamente los temas, aclarando algunos puntos por otros libros; sobre todo, conviene manejar colecciones de problemas, lo que permite asimilar mejor los conceptos, y de paso, ver las aplicaciones de los mismos.

En cuanto a la elaboración del trabajo complementario, las siguientes obras, algunas de ellas especialmente diseñadas para nuestros alumnos: las de Ángel Garrido, en Sanz y Torres-UNED o en la Ed. Dykinson. En ellas se podrán recorrer los nuevos caminos de la Computación y de cómo la Matemática va intentando resolver sus problemas.

Sobre la *Historia del Cálculo* existen obras muy adecuadas, como son las de Carl B. Boyer, las de Morris Kline, o Miguel de Guzmán, junto con las de José Ferreirós, las de Antonio J. Durán, o las de P. M. González-Urbaneja.

## 10. BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA



Comentarios y anexos:

HAY MUCHOS LIBROS QUE TRATAN ESTA MATERIA DESDE DIVERSOS PUNTOS DE VISTA Y CON DIFERENTES GRADOS DE DIFICULTAD.

SE PUEDE CONSULTAR TAMBIEN LA OBRA "FUNDAMENTOS DE ANALISIS", DEL PROFESOR GARRIDO.

Los temas de esta asignatura corresponden aproximadamente a la segunda parte del libro de Marsden y Tromba. Se aconseja pensar detenidamente los temas, aclarando algunos puntos por otros libros; sobre todo, conviene manejar colecciones de problemas, lo que permite asimilar mejor los conceptos, y de paso, ver las aplicaciones de los mismos.

En cuanto a la elaboración del trabajo complementario, las siguientes obras, algunas de ellas especialmente diseñadas para nuestros alumnos: las de Ángel Garrido, en Sanz y Torres-UNED o en la Ed. Dykinson. En ellas se podrán recorrer los nuevos caminos de la Computación y de cómo la Matemática va intentando resolver sus problemas. Sobre la Historia del Cálculo existen obras muy adecuadas, como son las de Carl B. Boyer, las de Morris Kline, o las de Miguel de Guzmán, junto con las de José Ferreirós, las de Antonio J. Durán, o las de P. M. González-Urbaneja.

## 11.RECURSOS DE APOYO

1. *Curso virtual*, donde se encuentran materiales de apoyo al estudio, el acceso al foro y los correos electrónicos de profesores y alumnos, junto con laboratorios informáticos para el uso de programas de apoyo al estudio, etc. Asimismo, los libros sobre Lógica Matemática comentados en la Bibliografía Básica, una herramienta indispensable para la elaboración de los trabajos y la buena formación del matemático.

2. *Programa MAXIMA, de cálculo simbólico libre:*

<http://maxima.sourceforge.net/es/>

3. *Editor GEOGEBRA, un programa de geometría dinámica:*

<http://www.geogebra.org/cms/>

## 12.TUTORIZACIÓN

La *tutorización presencial y telefónica* se llevará a cabo por parte del

- *Profesor Doctor D. Angel Garrido Bullón*: los martes lectivos, de 10 a 13 horas, en el despacho 129 de la Facultad de Ciencias. Teléfono: 91 3987237, e-mail: [agarrido@mat.uned.es](mailto:agarrido@mat.uned.es)

El equipo docente de la asignatura estará disponible en su horario de guardia para atender a cualquier cuestión de los tutores y resolver cualquier duda de carácter general de la asignatura planteada por los alumnos.

