

9-10

GUÍA DE ESTUDIO DE LDI



ANÁLISIS MATEMÁTICO V

CÓDIGO 01085121

UNED

9-10

ANALISIS MATEMATICO V

CÓDIGO 01085121

ÍNDICE

OBJETIVOS

CONTENIDOS

EQUIPO DOCENTE

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

SISTEMA DE EVALUACIÓN

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

OBJETIVOS

CONTENIDOS

El curso comienza con unas lecciones dedicadas a repasar los conceptos relativos a los espacios vectoriales más importantes, y a introducir los espacios vectoriales topológicos, de los cuales se hace un estudio detallado. Se presta especial atención a los espacios vectoriales topológicos semimetrizables y metrizables. Dentro del estudio que se hace en el curso, de los espacios vectoriales topológicos localmente convexos, se estudian los espacios tonelados, bornológicos y ultrabornológicos. Posteriormente se trata el problema de la dualidad y se dedica un tema a estudiar algunos espacios particulares y espacios de funciones continuas de especial importancia dentro del Análisis Funcional.

Lo que podríamos llamar segunda parte del programa consiste en una introducción a la teoría de la integración superior. Esta parte comienza con el estudio de las medidas abstractas, estudiando las medidas exteriores, la medida de Lebesgue-Stieltjes de $\mathbb{R}$, el producto tensorial de medidas, las medidas signadas, complejas y de Radon, terminando con unos complementos sobre las medidas de Borel. El programa termina con unos temas dedicados a la derivación de medidas e integrales y al estudio de los espacios de Lebesgue (espacios L^p).

TEMA 1.

Espacios vectoriales (I)

Bases de Hamel. Subespacios de un espacio vectorial. Aplicaciones lineales.

TEMA 2.

Espacios vectoriales (II)

Cociente de un espacio vectorial. Producto y suma directa de espacios vectoriales. Formas lineales. Conjuntos en un espacio vectorial.

TEMA 3.

Espacios vectoriales topológicos

Topologías compatibles con una estructura vectorial. Propiedades elementales de los espacios vectoriales topológicos. Una caracterización de espacio vectorial topológico.

TEMA 4.

Conjuntos en un espacio vectorial topológico

Conjuntos convexos y conjuntos equilibrados.
Conjuntos

acotados. Conjuntos precompactos.

TEMA 5.

Filtros en un espacio vectorial topológico. Aplicacio-**nes continuas**

Filtros y convergencia. Aplicaciones sobre un espacio vectorial

topológico. Espacios vectoriales topológicos completos.

TEMA 6.

Productos, subespacios y cocientes de espacios vecto-**riales topológicos**

Productos de espacios vectoriales topológicos. Subespacios y

cocientes de espacios vectoriales topológicos.

TEMA 7.

Seminormas sobre un espacio vectorial

Definición y propiedades elementales de las seminormas.

Funcional de Minkowski. Seminormas continuas.

TEMA 8.

El teorema de Hahn-Banach

Forma geométrica del teorema de Hahn-Banach. Forma analí-

tica del teorema de Hahn-Banach.

TEMA 9.

Espacios vectoriales topológicos semimetricizables y**seminormables**

Caracterización de los espacios semimetricizables y metricizables.

- Temas 9. Espacios seminormables y normables.
Cocientes de espacios
semimetrizables completos.
- TEMA 10. **Límites proyectivos y límites inductivos**
Límites proyectivos de espacios localmente convexos. Límites
inductivos de espacios localmente convexos.
Sumas directas
topológicas.
- TEMA 11. **Límites inductivos numerables**
Límites inductivos numerables estrictos. Límites inductivos numerables hiperrestringidos.
- TEMA 12. **Espacios de segunda categoría**
Espacios de segunda categoría y espacios de Baire. El teorema de la acotación uniforme. Espacios vectoriales topológicos de dimensiones finitas.
- TEMA 13. **Clases importantes de espacios localmente convexos**
Espacios tonelados. Espacios bornológicos. Espacios ultrabornológicos.
- TEMA 14. **Los teoremas de la aplicación abierta y de la gráfica cerrada**
El teorema de la aplicación abierta. El teorema de la gráfica cerrada. Bases de Schauder.
- TEMA 15. **Espacios de aplicaciones lineales (I)**
Topologías sobre los espacios de aplicaciones lineales continuas. Subconjuntos en los espacios de aplicaciones lineales continuas. El teorema de Banach-Steinhaus.
- TEMA 16. **Espacios de aplicaciones lineales (II)**
Conjuntos equicontinuos en los espacios de aplicaciones lineales continuas. Topologías sobre el dual topológico de un espacio localmente convexo. Teorema de Mackey sobre los conjuntos acotados.
- TEMA 17. **Dualidad**
El teorema de Mackey-Arens. Dual fuerte y bidual de un espacio localmente convexo de Hausdorff. Aplicaciones transpuestas.
- TEMA 18. **Espacios de funciones continuas**
El teorema generalizado de Ascoli. Los espacios D_M , D y D' . Los espacios D^m , D'^m , S y S' .
- TEMA 19. **Clases de conjuntos (I)**
Anillos de conjuntos. Un anillo de intervalos. Álgebras de conjuntos.
- TEMA 20. **Clases de conjuntos (II)**
Definición y propiedades de los σ -anillos. Definición y propiedades de las σ -álgebras. Clases monótonas.
- TEMA 21. **Medida y medida exterior**

	Medidas aditivas sobre un anillo. Medidas sobre un anillo.
	Medidas exteriores sobre un σ -anillo hereditario.
TEMA 22.	Extensiones de medidas Teorema de extensión de Hahn. Extensiones de medidas - finitas.
TEMA 23.	Medidas de Lebesgue-Stieltjes en $\mathbb{R}$ Medida de Lebesgue-Stieltjes en $\mathbb{R}$. Medida de Lebesgue en $\mathbb{R}$.
TEMA 24.	Funciones medibles Propiedades de las funciones medibles. Teorema de Egoroff. Teorema de Lusin.
TEMA 25.	Integración (I) Integrales de funciones no negativas. Aditividad de la integral con respecto al integrando. Teoremas de convergencia.
TEMA 26.	Integración (II) Funciones integrables e integrales. Propiedades elementales de la integral. Teorema de la convergencia dominada de Lebesgue.
TEMA 27.	Productos de espacios medidas (I) Productos de espacios medibles. Productos de espacios medibles. Medida de Lebesgue en $\mathbb{R}^n$.
TEMA 28.	Productos de espacios medidas (II) Productos tensoriales de medidas. Teoremas de Fubini y de

TEMA 29.

Hobson Tonelli. Complección del producto de medidas.

Medidas signadas

Propiedades elementales de las medidas signadas. Teoremas de

Hahn y de Jordan. Las integrales como medidas signadas.

TEMA 30.

Medidas complejas

Propiedades elementales de las medidas complejas. Teorema de

Radon-Nikodym. Descomposición de Lebesgue.

TEMA 31.

Conceptos topológicos

Espacios normales. Espacios completamente regulares. Espa-

cios localmente compactos.

TEMA 32.

Medida de Radon

Medidas de Radon. El teorema de Lusin para medidas de

Radon. Teorema de representación de Riesz.

TEMA 33. **Complementos sobre medidas de Borel**

Medidas de Borel regulares. Medidas de Baire. Aplicaciones.

TEMA 34. **Derivación en $\mathbb{R}^n$**

Teorema de recubrimiento de Vitali. Derivación de medidas de Radon en $\mathbb{R}^n$. Derivación de integrales.

TEMA 35. **Derivación en $\mathbb{R}$**

Derivación de funciones crecientes. Derivación de integrales. Funciones de variación acotada. Funciones absolutamente continuas. Integración de derivadas.

TEMA 36. **Espacios de Lebesgue**

Desigualdades fundamentales. Teoremas de convergencia. Espacios $L^p(\mu)$, $1 \leq p < \infty$. El espacio $L^1(\mu)$. El espacio conjugado de $L^1(\mu)$. Los espacios conjugados de $L^p(\mu)$, $1 < p < \infty$.

EQUIPO DOCENTE

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788436223309

Título:ANÁLISIS MATEMÁTICO V (1ª)

Autor/es:Valdivia Ureña, Manuel ;

Editorial:U.N.E.D.

VALDIVIA, M.: *Análisis Matemático V*. UNED.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Primera Prueba Personal

KIRILOV-GUIGUIANI: *Theorèmes et Problèmes d'Analyse Fonctionnelle*. Ed. Mir. Moscú.

RUDIN: *Análisis Funcional*. Ed. Reverté.

SCHAEFER: *Espacios Vectoriales Topológicos*. Ed. Teide.

Segunda Prueba Personal

GENET: *Measure et Integration*. Ed. Wuibert. París.

DE GUZMÁN, M.: *Integración, Teoría y Técnica*. Ed. Alhambra.

HALMOS, P.: *Measure Theory*. Ed. Springer-Verlag. Nueva York. Berlín.

ROGER, R.: *Measure et Integration*. Les Presses de l'Université de Quebec.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

5.1. PRUEBAS PRESENCIALES

La primera corresponderá al primer tomo del texto-base (es decir, a las tres primeras Unidades Didácticas), y la segunda al segundo tomo (que corresponde a las Unidades Didácticas 4, 5 y 6).

Cada examen constará de ejercicios o preguntas que podrán ser de tipo práctico (resolución de problemas y aplicaciones de la teoría) o teórico (cuestiones o demostraciones de resultados teóricos, o preguntas directamente relacionadas con ellos). En todos los problemas y cuestiones será necesario entender bien lo que se hace. Podrán aparecer preguntas cuyo objetivo sea comprobar esa comprensión, a la que se dará importancia.

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

Dr. D. Fidel José Fernández y Fernández-Arroyo

Jueves de 16 a 20 horas.

Despacho 118 de la Facultad de Ciencias.

Tel.: 91 398 72 26

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.