

9-10

# GUÍA DE ESTUDIO DE LDI



## ANÁLISIS MATEMÁTICO V

CÓDIGO 01085121

UNED

9-10

ANALISIS MATEMATICO V

CÓDIGO 01085121

# ÍNDICE

OBJETIVOS

CONTENIDOS

EQUIPO DOCENTE

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

SISTEMA DE EVALUACIÓN

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

## OBJETIVOS

## CONTENIDOS

El curso comienza con unas lecciones dedicadas a repasar los conceptos relativos a los espacios vectoriales más importantes, y a introducir los espacios vectoriales topológicos, de los cuales se hace un estudio detallado. Se presta especial atención a los espacios vectoriales topológicos semimetricables y metricables. Dentro del estudio que se hace en el curso, de los espacios vectoriales topológicos localmente convexos, se estudian los espacios tonelados, bornológicos y ultrabornológicos. Posteriormente se trata el problema de la dualidad y se dedica un tema a estudiar algunos espacios particulares y espacios de funciones continuas de especial importancia dentro del Análisis Funcional.

Lo que podríamos llamar segunda parte del programa consiste en una introducción a la teoría de la integración superior. Esta parte comienza con el estudio de las medidas abstractas, estudiando las medidas exteriores, la medida de Lebesgue-Stieltjes de  $\mathbb{R}$ , el producto tensorial de medidas, las medidas signadas, complejas y de Radon, terminando con unos complementos sobre las medidas de Borel. El programa termina con unos temas dedicados a la derivación de medidas e integrales y al estudio de los espacios de Lebesgue (espacios  $L^p$ ).

TEMA 1.

### **Espacios vectoriales (I)**

Bases de Hamel. Subespacios de un espacio vectorial. Aplicaciones lineales.

TEMA 2.

### **Espacios vectoriales (II)**

Cociente de un espacio vectorial. Producto y suma directa de espacios vectoriales. Formas lineales. Conjuntos en un espacio vectorial.

TEMA 3.

### **Espacios vectoriales topológicos**

Topologías compatibles con una estructura vectorial. Propiedades elementales de los espacios vectoriales topológicos. Una caracterización de espacio vectorial topológico.

TEMA 4.	<b>Conjuntos en un espacio vectorial topológico</b> Conjuntos convexos y conjuntos equilibrados. Conjuntos acotados. Conjuntos precompactos.
TEMA 5.	<b>Filtros en un espacio vectorial topológico. Aplicaciones continuas</b> Filtros y convergencia. Aplicaciones sobre un espacio vectorial topológico. Espacios vectoriales topológicos completos.
TEMA 6.	<b>Productos, subespacios y cocientes de espacios vectoriales topológicos</b> Productos de espacios vectoriales topológicos. Subespacios y cocientes de espacios vectoriales topológicos.
TEMA 7.	<b>Seminormas sobre un espacio vectorial</b> Definición y propiedades elementales de las seminormas. Funcional de Minkowski. Seminormas continuas.
TEMA 8.	<b>El teorema de Hahn-Banach</b> Forma geométrica del teorema de Hahn-Banach. Forma analítica del teorema de Hahn-Banach.
TEMA 9.	<b>Espacios vectoriales topológicos semimetricizables y seminormables</b> Caracterización de los espacios semimetricizables y metricizables.

- Espacios seminormables y normables.  
 Cocientes de espacios  
 semimetrizables completos.
- TEMA 10. Límites proyectivos y límites inductivos**  
 Límites proyectivos de espacios localmente convexos. Límites inductivos de espacios localmente convexos. Sumas directas topológicas.
- TEMA 11. Límites inductivos numerables**  
 Límites inductivos numerables estrictos. Límites inductivos numerables hiperrestringidos.
- TEMA 12. Espacios de segunda categoría**  
 Espacios de segunda categoría y espacios de Baire. El teorema de la acotación uniforme. Espacios vectoriales topológicos de dimensiones finitas.
- TEMA 13. Clases importantes de espacios localmente convexos**  
 Espacios tonelados. Espacios bornológicos. Espacios ultrabornológicos.
- TEMA 14. Los teoremas de la aplicación abierta y de la gráfica cerrada**  
 El teorema de la aplicación abierta. El teorema de la gráfica cerrada. Bases de Schauder.
- TEMA 15. Espacios de aplicaciones lineales (I)**  
 Topologías sobre los espacios de aplicaciones lineales continuas. Subconjuntos en los espacios de aplicaciones lineales continuas. El teorema de Banach-Steinhaus.
- TEMA 16. Espacios de aplicaciones lineales (II)**  
 Conjuntos equicontinuos en los espacios de aplicaciones lineales continuas. Topologías sobre el dual topológico de un espacio localmente convexo. Teorema de Mackey sobre los conjuntos acotados.
- TEMA 17. Dualidad**  
 El teorema de Mackey-Arens. Dual fuerte y bidual de un espacio localmente convexo de Hausdorff. Aplicaciones transpuestas.
- TEMA 18. Espacios de funciones continuas**  
 El teorema generalizado de Ascoli. Los espacios  $D_M$ ,  $D$  y  $D'$ . Los espacios  $D^m$ ,  $D^m$ ,  $D'^m$ ,  $S$  y  $S'$ .
- TEMA 19. Clases de conjuntos (I)**  
 Anillos de conjuntos. Un anillo de intervalos. Álgebras de conjuntos.
- TEMA 20. Clases de conjuntos (II)**  
 Definición y propiedades de los  $\sigma$ -anillos. Definición y propiedades de las  $\sigma$ -álgebras. Clases monótonas.
- TEMA 21. Medida y medida exterior**

- Medidas aditivas sobre un anillo. Medidas sobre un anillo.
- Medidas exteriores sobre un -anillo hereditario.
- TEMA 22. **Extensiones de medidas**
- Teorema de extensión de Hahn. Extensiones de medidas - finitas.
- TEMA 23. **Medidas de Lebesgue-Stieltjes en  $\mathbb{R}$**
- Medida de Lebesgue-Stieltjs en  $\mathbb{R}$ . Medida de Lebesgue en  $\mathbb{R}$ .
- TEMA 24. **Funciones medibles**
- Propiedades de las funciones medibles. Teorema de Egoroff.
- Teorema de Lusin.
- TEMA 25. **Integración (I)**
- Integrales de funciones no negativas. Aditividad de la integral con respecto al integrando. Teoremas de convergencia.
- TEMA 26. **Integración (II)**
- Funciones integrables e integrales. Propiedades elementales de la integral. Teorema de la convergencia dominada de Lebesgue.
- TEMA 27. **Productos de espacios medidas (I)**
- Productos de espacios medibles. Productos de espacios medidas. Medida de Lebesgue en  $\mathbb{R}^n$ .
- TEMA 28. **Productos de espacios medidas (II)**
- Productos tensoriales de medidas. Teoremas de Fubini y de

- Hobson Tonelli. Complección del producto de medidas.
- TEMA 29. **Medidas signadas**  
 Propiedades elementales de las medidas signadas. Teoremas de Hahn y de Jordan. Las integrales como medidas signadas.
- TEMA 30. **Medidas complejas**  
 Propiedades elementales de las medidas complejas. Teorema de Radon-Nikodym. Descomposición de Lebesgue.
- TEMA 31. **Conceptos topológicos**  
 Espacios normales. Espacios completamente regulares. Espacios localmente compactos.
- TEMA 32. **Medida de Radon**  
 Medidas de Radon. El teorema de Lusin para medidas de Radon. Teorema de representación de Riesz.
- TEMA 33. **Complementos sobre medidas de Borel**  
 Medidas de Borel regulares. Medidas de Baire. Aplicaciones.
- TEMA 34. **Derivación en  $\mathbb{R}^n$**   
 Teorema de recubrimiento de Vitali. Derivación de medidas de Radon en  $\mathbb{R}^n$ . Derivación de integrales.
- TEMA 35. **Derivación en  $\mathbb{R}$**   
 Derivación de funciones crecientes. Derivación de integrales. Funciones de variación acotada. Funciones absolutamente continuas. Integración de derivadas.
- TEMA 36. **Espacios de Lebesgue**  
 Desigualdades fundamentales. Teoremas de convergencia. Espacios  $L^p(\mu)$ ,  $1 < p < \infty$ . El espacio  $L^1(\mu)$ . El espacio conjugado de  $L^1(\mu)$ . Los espacios conjugados de  $L^p(\mu)$ ,  $1 < p < \infty$ .

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	FIDEL JOSE FERNANDEZ Y FERNANDEZ-ARROYO
Correo Electrónico	ffernan@mat.uned.es
Teléfono	91398-7226
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788436223309

Título:ANÁLISIS MATEMÁTICO V (1ª)

Autor/es:Valdivia Ureña, Manuel ;

Editorial:U.N.E.D.

VALDIVIA, M.: *Análisis Matemático V*. UNED.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

### Primera Prueba Personal

KIRILOV-GUIGUIANI: *Theorèmes et Problèmes d'Analyse Fonctionnelle*. Ed. Mir. Moscú.

RUDIN: *Análisis Funcional*. Ed. Reverté.

SCHAEFER: *Espacios Vectoriales Topológicos*. Ed. Teide.

### Segunda Prueba Personal

GENET: *Measure et Integration*. Ed. Wuibert. París.

DE GUZMÁN, M.: *Integración, Teoría y Técnica*. Ed. Alhambra.

HALMOS, P.: *Measure Theory*. Ed. Springer-Verlag. Nueva York. Berlín.

ROGER, R.: *Measure et Integration*. Les Presses de l'Université de Quebec.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### 5.1. PRUEBAS PRESENCIALES

La primera corresponderá al primer tomo del texto-base (es decir, a las tres primeras Unidades Didácticas), y la segunda al segundo tomo (que corresponde a las Unidades Didácticas 4, 5 y 6).

Cada examen constará de ejercicios o preguntas que podrán ser de tipo práctico (resolución de problemas y aplicaciones de la teoría) o teórico (cuestiones o demostraciones de resultados teóricos, o preguntas directamente relacionadas con ellos). En todos los problemas y cuestiones será necesario entender bien lo que se hace. Podrán aparecer preguntas cuyo objetivo sea comprobar esa comprensión, a la que se dará importancia.



## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

**Dr. D. Fidel José Fernández y Fernández-Arroyo**

Jueves de 16 a 20 horas.

Despacho 118 de la Facultad de Ciencias.

Tel.: 91 398 72 26

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.