

20-21

GRADO EN MATEMÁTICAS  
SEGUNDO CURSO

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## **FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES II**

CÓDIGO 61022027

UNED

20-21

FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES II

CÓDIGO 61022027

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Nombre de la asignatura	FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES II
Código	61022027
Curso académico	2020/2021
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES
Título en que se imparte	GRADO EN MATEMÁTICAS
Curso	SEGUNDO CURSO
Periodo	SEMESTRE 1
Tipo	OBLIGATORIAS
Nº ETCS	6
Horas	150.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

### Presentación

Para presentar esta asignatura, el equipo docente ha recopilado toda la información de carácter general, es decir, las principales características y requisitos de la misma, en la siguiente ficha:

#### FICHA DE LA ASIGNATURA

<b>Órgano responsable:</b> Departamento de Matemáticas Fundamentales (UNED)	
Nombre de la asignatura: <b>Funciones de Varias Variables II</b>	
<b>Semestre:</b> 2º	<b>Créditos ECTS:</b> 6
<b>Horas estimadas de trabajo del estudiante:</b> 138	
<b>Horas de trabajo personal (y en grupo) y otras actividades:</b> 12	
40 horas en créditos de contenido teórico, 20 horas en créditos de contenido práctico, y 80 para trabajo autónomo adicional (ejercicios de autoevaluación, información en Internet, Pruebas Presenciales, etc.)	
<b>Profesorado (indicando el coordinador)</b>	
Prof. Dr. D. Carlos Escudero Liébana (Coordinador)	
<b>Objetivos que se van a adquirir:</b>	
El primer objetivo es el dominio de los fundamentos matemáticos necesarios para el estudio de esta parte tan esencial de las Matemáticas, adquiriendo una base firme para la resolución de problemas, así como sobre cuestiones planteadas y a través de ejemplos.	
En segundo lugar, se desea mostrar cómo las herramientas de tipo matemático se aplican al estudio de casos concretos; especialmente, en temas tan relacionados con las aplicaciones como los que se desarrollan en esta materia.	
Por último, a través del conocimiento de algunos aspectos de la Historia de esta parte fundamental de las Matemáticas, apreciar el valor formativo y cultural de esta disciplina, y su contribución como lenguaje y como herramienta de la Ciencia.	
<b>Aconsejables:</b> Conocimientos esenciales de Álgebra y de Análisis Matemático.	

<p><b>Contenido (breve descripción de la asignatura)</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Máximos y Mínimos.</li> <li>2. Extremos condicionados y Método de los Multiplicadores de Lagrange.</li> <li>3. Teoremas de la Función Implícita e Inversa</li> <li>4. Funciones con valores vectoriales</li> <li>5. Integrales dobles</li> <li>6. Integrales triples</li> <li>7. El Teorema de Cambio de Variable y sus aplicaciones a la integral</li> <li>8. Integrales Impropias</li> </ol> <p><b>Bibliografía básica:</b></p> <p>- J. Marsden y A. Tromba: “<i>Cálculo Vectorial</i>”. Sexta Edición. Pearson-Prentice Hall-UNED. Barcelona, 2018.</p>
<p><b>Metodología docente:</b> Enseñanza a distancia, con la metodología propia de la UNED. Enseñanza virtualizada.</p>
<p><b>Tipo de evaluación (exámenes/trabajo/evaluación continua):</b></p> <p>Pruebas Presenciales en el Centro Asociado correspondiente. Una Prueba de Evaluación Continua.</p>
<p><b>Idioma en que se imparte:</b> Español</p>

### 1. Contextualización

Esta asignatura es integradora, siendo por ello capaz de reunir y aplicar métodos de campos distintos de las Matemáticas, que el alumno debe conocer, al menos en lo fundamental. La asignatura está orientada a proporcionar herramientas básicas para ciertas áreas de las Matemáticas, de la Física y de la Técnica, con el principal objetivo de cubrir la formación matemática del futuro matemático. Por ello se les trata también de complementar su formación con una buena base lógica.

Los alumnos de esta asignatura trabajarán las siguientes *competencias específicas* del título:

4. 1. Conocer el valor formativo y cultural de las materias correspondientes a la especialización y los contenidos que se cursan en las respectivas enseñanzas.
4. 2. Conocer la historia y los desarrollos recientes de las materias y de sus perspectivas de futuro, para poder transmitir una visión dinámica de las mismas.
4. 3. Conocer contextos y situaciones en que se pueden usar o aplicar los diversos contenidos curriculares.
4. 4. Dotar a los alumnos de una formación de buena base en todo lo relativo al razonamiento matemático.

Con esta asignatura se pretende cubrir también las siguientes *competencias genéricas* propuestas por la UNED, que son especialmente importantes en su formación universitaria y elemento clave en el EEES:

1. Desarrollar procesos cognitivos superiores.
2. Gestionar procesos de mejora, calidad e innovación.
3. Comunicarse de forma oral y escrita en todas las dimensiones de su actividad profesional con todo tipo de interlocutores.
4. Utilizar de forma eficaz y sostenible las herramientas y recursos de la sociedad del conocimiento.
5. Preparar para el trabajo en equipo.
6. Aprender a manejar con soltura todos los recursos del razonamiento lógico-matemático.

Por último, las *competencias* que se trata que vaya adquiriendo el alumno con esta asignatura son

1. Competencia matemática.
2. Competencia lógica.
3. Competencia en el conocimiento y para la interacción con el mundo físico y la técnica.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

### Conocimientos previos

Para abordar el estudio de esta digamos nueva asignatura en las mejores condiciones posibles, es conveniente que el alumno tenga conocimientos matemáticos previos de Álgebra y del Análisis Matemático, así como de las herramientas fundamentales de la Lógica Matemática

También son muy convenientes algunos conocimientos de Inglés, a nivel de lectura al menos.

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos  
 Correo Electrónico  
 Teléfono  
 Facultad  
 Departamento

JORGE LOPEZ ABAD (Coordinador de asignatura)  
 abad@mat.uned.es  
 91398-7234  
 FACULTAD DE CIENCIAS  
 MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

Nombre y Apellidos  
 Correo Electrónico  
 Teléfono  
 Facultad  
 Departamento

JOSE IGNACIO TELLO DEL CASTILLO  
 jtello@mat.uned.es  
 91398-7350  
 FACULTAD DE CIENCIAS  
 MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

La **tutorización presencial y telefónica** se llevará a cabo por parte del

- *Prof. Dr. Carlos Escudero Liébana*: los jueves lectivos, de 10 a 14 horas, en el despacho 138bis, Facultad de Ciencias, 1.ª planta, tf. 913987238, cescudero@mat.uned.es

El equipo docente de la asignatura estará disponible en su horario de guardia (o a través de mensajes de correo electrónico, a los que se tiende cada vez más), para atender cualquier cuestión general que parta de los tutores, y para resolver cualquier duda de carácter concreto sobre la asignatura que nos sea planteada por los alumnos y que no hayan podido resolver antes los tutores.

## TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

- **Tutorías de centro o presenciales**: se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.
- **Tutorías campus/intercampus**: se puede acceder vía internet.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 61022027

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Con esta asignatura se pretende cubrir también las siguientes *competencias genéricas* propuestas por la UNED, que son especialmente importantes en su formación universitaria y elemento clave en el EEES:

1. Desarrollar procesos cognitivos superiores.
2. Gestionar los suficientes procesos de mejora, dentro del logro de la calidad y de la innovación.
3. Comunicarse eficientemente, de forma oral y escrita, en todas las dimensiones de su actividad profesional con todo tipo de interlocutores.
4. Utilizar de forma eficaz y sostenible las herramientas y recursos de la sociedad del conocimiento.
5. Técnicas para conseguir llegar a trabajar en equipo.
6. Aprender a manejar con soltura todos los recursos del razonamiento lógico y matemático.

Por último, las *competencias* que se trata que vaya adquiriendo el alumno con esta asignatura son

1. Competencia matemática.
2. Competencia lógica y discursiva.
3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico y en particular, el de la Técnica.

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

### 1. Resultados de aprendizaje

#### *Conocimientos teóricos:*

Para alcanzar cierto dominio en esta rama fundamental del Análisis Matemático, las *Funciones de Varias Variables II*, se deberán alcanzar los siguientes resultados:

- Comprender contextos y situaciones, para hacerlas interpretables mediante nuestra herramienta lógico-matemática.
- Comprender los procesos simbólicos, propios del razonamiento lógico-matemático, y no sólo los procesos numéricos.
- Conocer la historia y los desarrollos recientes de las aplicaciones de la Matemática y sus perspectivas futuras.
- Entender las distintas heurísticas, o estrategias, para el correcto planteamiento y resolución de los problemas.

#### *Conocimientos prácticos o destrezas:*

- Dominar los fundamentos geométricos, lógicos, algebraicos y de cálculo desde un punto de vista superior, junto con sus aplicaciones.
- Manejar con suficiente destreza los distintos tipos de razonamiento matemático.

#### *Actitudes:*

- Apreciar el valor formativo y cultural que tienen el Razonamiento Lógico y el Análisis Matemático.
- Asimismo, entender cómo se pueden ir aplicando en situaciones concretas, que se pueden modelizar a través de tan poderosas herramientas de resolución de problemas matemáticos.

## CONTENIDOS

### 1. MAXIMOS Y MINIMOS.

Se introduce al manejo correcto de estas herramientas, que luego resultan ser claves en la modelización.

### 2. METODO DE LOS MULTIPLICADORES DE LAGRANGE. EXTREMOS CONDICIONADOS.

Se amplían los conocimientos adquiridos en el tema anterior, ahora también para recintos y analizando condiciones especiales.

## 2 IMPLICITA E INVERSA

Ambos importantes Teoremas, junto con sus aplicaciones.

## 3. FUNCIONES VECTORIALES DE VARIABLE VECTORIAL

Manejar bien las funciones de varias variables.

## 4. INTEGRALES DOBLES

Saber calcular estas integrales y conocer bien los métodos para resolverlas.

## 5. INTEGRALES TRIPLES

Y también resolver estas otras integrales.

## 6. CAMBIO DE VARIABLE

No descuidar este método, que puede resultar útil y de manejo delicado y sutil.

## 7. INTEGRALES IMPROPIAS

Integrales que no siempre se abordan, aún teniendo un gran interés desde el punto de vista teórico.

# METODOLOGÍA

### Metodología

El sistema fundamental de aprendizaje será el de la lectura y estudio de la bibliografía básica, y en su caso, de la complementaria. El alumno contará, además, con el apoyo de las tutorías. De manera general, la docencia se impartirá dentro de la plataforma UNED, complementado con la asistencia personalizada del equipo docente y la tutorización presencial en los Centros Asociados, así como de la tutorización telemática.

#### *- Curso virtual*

La docencia se impartirá a través del curso virtual, dentro de la plataforma educativa de la UNED, complementándose con la asistencia personalizada del equipo docente y la tutorización presencial. Siendo fundamentales las clases impartidas en los Centros Asociados.

Dentro del curso virtual el alumnado dispondrá de:

- o *Página de bienvenida*, donde se indica el concepto general de la asignatura y se presenta el equipo docente.
- o *Calendario*, donde se establece el orden temporal de actividades y sugerencias sobre el reparto temporal de la materia, para que el estudiante los adapte a su disponibilidad y

necesidades.

o *Materiales:*

a) *Guías del curso*, donde se establecen los objetivos concretos y los puntos de especial interés.

b) *Programa*, donde se especifica la división del contenido por capítulos.

c) *Procedimientos*, donde se sugieren al alumno las tareas que debe realizar.

d) *Recursos*, donde se proporciona el material necesario para el estudio.

o *Actividades y trabajos:*

*Una prueba de evaluación a distancia (PEC), a corregir por el profesor Tutor de la materia.*

o *Comunicación:*

a) *Correo*, para comunicaciones individuales.

b) *Foros de Debate*, donde se intercambian conocimientos y se resuelven dudas de carácter general.

El sistema fundamental de aprendizaje será el estudio sobre los temas expuestos en el texto base, el de teoría, y los libros complementarios, por parte del alumno.

Con el fin de planificar el estudio de esta asignatura, gestionar el tiempo y el esfuerzo, y ayudar con ello a lograr un mejor aprendizaje, el equipo docente ha distribuido el tiempo asignado para la realización de las actividades formativas en esta asignatura según la tabla siguiente:

<p><b>Actividades formativas</b></p> <p><b>Con su contenido en ECTS (6) «150 horas por cada asignatura</b></p> <p><b><i>Créditos de contenido teórico «55 h.</i></b></p> <p>Lectura de orientaciones «1 h.</p> <p>Lectura comprensiva del material didáctico «46 h.</p> <p>Visualización y audición de materiales audiovisuales «4 h.</p> <p>Intercambio de información y consulta de dudas (equipo docente, tutores y grupos de trabajo) «4 h.</p> <p><b><i>Créditos de contenido práctico «75 h.</i></b></p> <p>Resolución de problemas en línea y/o presenciales «65 h.</p> <p>Intercambio de información en foros «4 h.</p> <p>Manejo de herramientas informáticas y plataforma alf «6 h.</p> <p><b><i>Trabajo autónomo adicional« 20 h.</i></b></p> <p>Realización de trabajos «14 h.</p> <p>Búsqueda de información adicional en Biblioteca, Internet, etc. «2 h.</p> <p>Realización de pruebas de evaluación continua en línea y/o presenciales «2 h.</p> <p>Realización de pruebas presenciales «2 h.</p>
---

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	3
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

Ninguno.

#### Criterios de evaluación

Se valorarán tanto los desarrollos y justificaciones teóricas manejadas como la resolución concreta de los problemas propuestos.

% del examen sobre la nota final	90
----------------------------------	----

Nota del examen para aprobar sin PEC	5
--------------------------------------	---

Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
--	----

Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4
--	---

#### Comentarios y observaciones

Existirá la posibilidad de realizar una PEC, siempre de carácter voluntario, pero constituyendo una práctica recomendable, contando un 10% sobre la nota final.

### PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC?	Si
-----------	----

#### Descripción

Tres problemas práctico-teóricos, de la primera parte de la asignatura (hasta las integrales pero sin incluirlas) que se han de resolver con todo el detalle del razonamiento seguido. Alguno de ellos puede contener ciertas preguntas más puramente teóricas.

#### Criterios de evaluación

Los problemas contarán en función de su grado de dificultad.

Ponderación de la PEC en la nota final	10%
--	-----

Fecha aproximada de entrega	Diciembre de 2020
-----------------------------	-------------------

#### Comentarios y observaciones

Será esencial la consistencia del razonamiento lógico-matemático seguido en la resolución de los problemas o cuestiones planteados; no bastando, por tanto, con un somero resumen y con la solución numérica.

### OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s?	No
---------------------------------------	----

#### Descripción

#### Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final

Fecha aproximada de entrega

## Comentarios y observaciones

### ¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

Para aplicar el espíritu de la Evaluación Continua, se hará la evaluación aplicando la fórmula:

**Máximo{0.9 X PP + 0.1 X PEC, PP} (siempre que la nota de la PP sea mayor o igual que 4, en otro caso la nota final es la de la PP).**

**Las MH se distribuirán entre los alumnos con la calificación máxima en todos los ítems.**

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788478290697

Título:CÁLCULO VECTORIAL (5ª)

Autor/es:Tromba, Anthony J. ; Marsden, Jerrold E. ;

Editorial:PEARSON ADDISON-WESLEY

Los temas de esta asignatura corresponden aproximadamente a la segunda parte del libro de Marsden y Tromba. Se aconseja pensar detenidamente los temas, aclarando algunos puntos por otros libros; sobre todo, conviene manejar colecciones de problemas, lo que permite asimilar mejor los conceptos, y de paso, ver las aplicaciones de los mismos.

Fueron escritas para nuestros alumnos las obras del Prof. Dr. Ángel Garrido, publicadas en Sanz y Torres-UNED sobre Análisis, o en la Editorial Dykinson sobre Lógica y Computación (pueden verse tanto unos como otros por la Red). En ellas se podrán conocer los nuevos caminos de la Computación y de cómo la Matemática va intentando resolver sus problemas más difíciles.

Sobre la *Historia del Análisis Matemático* existen obras muy adecuadas, como son las de Carl B. Boyer, las de Ángel Garrido, Morris Kline, o Miguel de Guzmán, junto con las de José Ferreirós, las de Antonio J. Durán, o las de P. M. González-Urbaneja. Existe también un curso de PFP en la UNED, sobre "Historia y Filosofía de las Matemáticas", que resulta muy adecuado para llegar a completar la formación que debiera tener todo matemático que se precie.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

HAY MUCHOS LIBROS QUE TRATAN ESTA MATERIA DESDE DIVERSOS PUNTOS DE VISTA Y CON DIFERENTES GRADOS DE DIFICULTAD.

SE PUEDE CONSULTAR TAMBIEN LA OBRA "*FUNDAMENTOS DE ANALISIS*", DEL EXPROFESOR DE LA ASIGNATURA, ÁNGEL GARRIDO, editada por Sanz y Torres. Éste libro puede resultar muy útil a la hora de ver problemas y ejemplos de esta materia, así como para fijar bien los conceptos.

Los temas de esta asignatura corresponden aproximadamente a la segunda parte del libro de Marsden y Tromba. Se aconseja pensar detenidamente todos los temas propuestos, aclarando algunos puntos por otros libros; sobre todo, conviene manejar colecciones de problemas, lo que permite asimilar mejor las ideas, y de paso, ver las aplicaciones de las mismas.

Sobre la *Historia del Cálculo* existen obras muy adecuadas, como son las de Carl B. Boyer, o las de Morris Kline.

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

1. *Curso virtual*, donde se encuentran materiales de apoyo al estudio, el acceso al foro y los correos electrónicos de profesores y alumnos, junto con laboratorios informáticos para el uso de programas de apoyo al estudio, etc.

2. *Programa MAXIMA, de cálculo simbólico libre:*

<http://maxima.sourceforge.net/es/>

3. *Editor GEOGEBRA, un programa de geometría dinámica:*

<http://www.geogebra.org/cms/>

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.