

21-22

GRADO EN FÍSICA  
SEGUNDO CURSO

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## MÉTODOS MATEMÁTICOS II

CÓDIGO 61042024

UNED

21-22

MÉTODOS MATEMÁTICOS II

CÓDIGO 61042024

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Nombre de la asignatura	MÉTODOS MATEMÁTICOS II
Código	61042024
Curso académico	2021/2022
Departamento	FÍSICA INTERDISCIPLINAR
Título en que se imparte	GRADO EN FÍSICA
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN FÍSICA (PLAN 2011) - SEGUNDOCURSO - SEMESTRE 1
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN FÍSICA (PLAN 2019) - SEGUNDOCURSO - SEMESTRE 1
Tipo	OBLIGATORIAS
Nº ETCS	6
Horas	150.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

El objetivo de esta asignatura de la materia de Métodos Matemáticos de la Física es profundizar en la formación matemática que el alumno que estudia el Grado en Física debe poseer. Es importante no sólo por sus propios contenidos sino también porque está en la base matemática de algunas de las asignaturas que deberá cursar. Sus contenidos se usarán como herramienta y fundamentación matemática básica de algunas de las disciplinas de la física.

El curso está estructurado en tres partes:

Parte A: Introducción a las ecuaciones diferenciales no lineales: sistemas autónomos de orden dos.

Parte B: Integración en variable compleja y teoría de residuos.

Parte C: Espacios de Hilbert y operadores.

Está estrechamente relacionada tanto con las asignaturas de Fundamentos de Matemáticas (Análisis Matemático I y II y Álgebra) y con el resto de asignaturas de Métodos Matemáticos de la Física. Además, otras asignaturas del grado usan estos contenidos como herramienta y fundamentación. La teoría de variable compleja tiene aplicaciones no sólo como herramienta de cálculo, sino también en electromagnetismo, óptica, mecánica de fluidos y otros campos de la física. La fundamentación matemática de la formulación abstracta de la mecánica cuántica y la teoría de campos cuántica usa los contenidos de análisis funcional y espacios de Hilbert. Y las ecuaciones diferenciales no lineales aparecen en la formulación de muchos problemas de la física, en mecánica clásica, en óptica, en sistemas dinámicos, en física estadística, etc.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Es **indispensable** haber superado previamente las asignaturas de **Álgebra, Análisis Matemático I y II y Métodos Matemáticos I**. Se recomienda especialmente el repaso previo de los siguientes conceptos ya estudiados previamente y que juegan un papel muy importante en esta asignatura:

- Sistemas lineales de ecuaciones diferenciales y mapas de fases.
- Sucesiones y series de números reales.
- Números complejos y funciones holomorfas.
- Continuidad de funciones en una y varias variables: definición y demostraciones.
- Integración de funciones de una variable real.
- Parametrización de curvas en el plano.
- Topología de la recta real y del plano: abiertos, cerrados, compactos, sucesiones, sucesiones de Cauchy, convergencia...
- Espacios vectoriales, independencia lineal, bases...
- Diagonalización de aplicaciones lineales, autovalores y autovectores.
- Producto escalar, sistemas ortogonales y ortonormales.

Es también aconsejable tener ciertos conocimientos de inglés para seguir una pequeña parte de la asignatura por la bibliografía básica recomendada, si bien es posible preparar la asignatura por cualquier otro libro en español que cubra esos mismos contenidos.

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	CESAR FERNANDEZ RAMIREZ (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	cefera@ccia.uned.es
Teléfono	91398-8902
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	FÍSICA INTERDISCIPLINAR
Nombre y Apellidos	CASIANO HERNANDEZ SAN JOSE
Correo Electrónico	casianoh@ccia.uned.es
Teléfono	91398-7180
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	FÍSICA INTERDISCIPLINAR
Nombre y Apellidos	CARLOS FERNANDEZ GONZALEZ
Correo Electrónico	cafernan@ccia.uned.es
Teléfono	91398-8364
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	FÍSICA INTERDISCIPLINAR

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

La labores de tutorización y seguimiento se harán principalmente a través de las tutorías presenciales en los Centros Asociados, y mediante las herramientas de comunicación del Curso Virtual (correo y foros de debate). Además, los estudiantes podrán siempre entrar en contacto con los profesores de la asignatura por medio de correo electrónico teléfono o entrevista personal.

Los horarios de las tutorías presenciales los establecerán los distintos Centros Asociados que las impartan. Cada alumno debe ponerse en contacto con su Centro Asociado para saber si se imparten tutorías presenciales o tutorías telemáticas AVIP.

Las guardias del Equipo Docente serán en los siguientes horarios:

Mikel Sanz Monasterio

E-mail: mikelsanz@ccia.uned.es

Horario: Martes, de 10:00 a 14:00

Despacho: 023 (Centro Asociado de Las Rozas)

Avda. Esparta s/n - 28232 Las Rozas

Carlos Fernández González

E-mail: cafernan@ccia.uned.es

Horario: Martes, de 10:00 a 14:00

Teléfono: 913988364

Despacho: 009 (Centro Asociado de Las Rozas)

Avda. Esparta s/n - 28232 Las Rozas

## TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

•**Tutorías de centro o presenciales:** se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.

•**Tutorías campus/intercampus:** se puede acceder vía internet.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 61042024

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

### Competencias específicas:

**CE01** Tener una buena comprensión de las teorías físicas más importantes: su estructura lógica y matemática, su soporte experimental y los fenómenos que describen; en especial, tener un buen conocimiento de los fundamentos de la física moderna

**CE02** Saber combinar los diferentes modos de aproximación a un mismo fenómeno u objeto de estudio a través de teorías pertenecientes a áreas diferentes

**CE04** Ser capaz de identificar las analogías en la formulación matemática de problemas físicamente diferentes, permitiendo así el uso de soluciones conocidas en nuevos problemas

**CE05** Ser capaz de entender y dominar el uso de los métodos matemáticos y numéricos más comúnmente utilizados, y de realizar cálculos de forma independiente, incluyendo cálculos numéricos que requieran el uso de un ordenador y el desarrollo de programas de software

**CE10** Ser capaz de buscar y utilizar bibliografía sobre física y demás literatura técnica, así como cualesquiera otras fuentes de información relevantes para trabajos de investigación y desarrollo técnico de proyectos

### Competencias generales:

- CG01** Capacidad de análisis y síntesis
- CG02** Capacidad de organización y planificación
- CG03** Comunicación oral y escrita en la lengua nativa
- CG04** Conocimiento de inglés científico en el ámbito de estudio
- CG07** Resolución de problemas
- CG09** Razonamiento crítico
- CG10** Aprendizaje autónomo

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Según la memoria de verificación del título, los resultados de aprendizaje de esta asignatura son:

- Conocer la teoría de integrales complejas y sus aplicaciones.
- Conocer las ideas esenciales de los Espacios de Hilbert.
- Entender las nociones de operadores diferenciales e integrales.
- Conocer los métodos del análisis de Fourier.
- Realizar integrales apoyándose en teoría de residuos.
- Distinguir las propiedades de las ecuaciones de evolución y las ecuaciones para problemas estacionarios.

A continuación se detallan estos resultados de aprendizaje en las diferentes partes de la asignatura:

### **Parte A: Introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales: sistemas autónomos de orden 2.**

El alumno habrá comprendido la terminología usada en la descripción cualitativa de los sistemas dinámicos de orden dos; en concreto, qué es un sistema autónomo, qué es el plano de las fases correspondiente, qué se entiende por trayectoria y puntos críticos del sistema y cómo se clasifican, etc.

El alumno habrá entendido cómo llevar a cabo, en primer término, el tratamiento cualitativo de los sistemas lineales autónomos de orden dos y cómo hacer el estudio de su mapa fásico, cómo obtener sus puntos críticos y cómo clasificarlos, cómo obtener sus trayectorias, cómo determinar su estabilidad, etc. y su importancia como punto de referencia en el estudio cualitativo de los sistemas autónomos no lineales de orden dos.

El alumno habrá entendido cómo llevar a cabo el tratamiento cualitativo de estos últimos, sabrá cómo se hace el estudio de su mapa fásico, cómo se clasifican sus puntos críticos aislados, sus trayectorias, qué son sus ciclos límite y cuándo el sistema tiene soluciones periódicas. Qué es un sistema conservativo y en qué consiste el método de Lyapunov para el estudio de la estabilidad del sistema, etc.

**Parte B: Integración en variable compleja y teoría de residuos.**

Tras la introducción en el primer curso de las funciones holomorfas y las transformaciones más elementales, en este curso se profundiza en la estructura analítica de estas funciones y las consecuencias que esta tiene.

En primer lugar el estudiante aprenderá el uso de las integrales de camino en el caso complejo, y las consecuencias que el Teorema Fundamental del Cálculo tiene.

También estudiará el papel del desarrollo en serie de las funciones holomorfas, los dominios de convergencia de esas series, y la relación de las series de Taylor y de Laurent con la analiticidad y las singularidades que una función compleja puede presentar en un punto.

Por último lugar se estudiará la teoría de residuos, y sus aplicaciones en el cálculo de integrales de variable real.

**Parte C: Espacios de Hilbert y operadores.**

El análisis funcional es una herramienta importante en la investigación de multitud de problemas que aparecen tanto en la matemática pura y aplicada como en distintas ramas de la física y la ingeniería e incluso en la biología y en la economía.

El objetivo principal es un estudio introductorio de las propiedades fundamentales de determinados espacios abstractos, generalmente de dimensión infinita, y de las propiedades básicas de los operadores que actúan entre ellos.

Esta parte del curso comienza con un repaso de algunos de los conceptos de la asignatura de Álgebra, ampliándolos al caso de espacios vectoriales infinitodimensionales. A continuación, el alumno debe aprender el concepto de métrica y espacio métrico y conocer las propiedades básicas de la topología asociada al sistema de bolas abiertas definidas por la norma. También debe conocer el concepto de sucesión, y en especial el concepto de sucesión de Cauchy en un espacio métrico, y el de aplicación lineal entre espacios métricos. Finalmente aprenderá el concepto de continuidad y el de límite de una sucesión y el de espacio métrico completo

En segundo lugar, el alumno aprenderá el concepto de norma y espacio normado y cómo introducir en él una métrica mediante la norma de manera que el espacio normado es también un espacio métrico con todas sus propiedades y saber que cuando es completo en la métrica introducida por la norma se llama espacio de Banach. El alumno aprenderá que los operadores y funcionales continuos en un espacio normado constituyen a su vez un espacio normado con la norma definida para ellos y que en caso de los funcionales lineales continuos este espacio es de Banach y se llama espacio dual del espacio normado inicial.

En tercer lugar, el alumno aprenderá el concepto de producto escalar y de espacio lineal con producto escalar o espacio pre- Hilbert. Aprenderá también que el producto escalar es capaz de generar una norma que lo dota de la estructura de espacio normado con todas sus

propiedades. Cuando en la métrica inducida por esta norma el espacio es completo se denomina de Hilbert. Otro concepto importante generado por el producto escalar es el de ortogonalidad que nos proporciona herramientas muy importantes para el estudio de los espacios de Hilbert, conjuntos ortogonales, bases ortonormales, etc.

En este contexto el alumno aprenderá dos herramientas fundamentales en las matemáticas y la física: las series trigonométricas de Fourier y los polinomios ortogonales.

El alumno también aprenderá a conocer las propiedades básicas de determinados operadores y funcionales lineales que actúan entre los espacios pre-Hilbert y de Hilbert y aprenderá qué es un operador continuo y operador acotado, un operador compacto y que en estos espacios operador continuo y acotado son conceptos equivalentes. Aprenderá el concepto y las propiedades más importantes del operador adjunto a uno dado y el de operador hermítico, unitario y operador normal, y aprenderá que el dual de un espacio de Hilbert coincide con él mismo entre otras cosas.

Por último, estudiará la estructura básica de la teoría espectral de algunos de los tipos de operadores arriba indicados, principalmente de tipo compacto y del tipo acotados. El alumno aprenderá qué es la resolvente de un operador y qué es su espectro y sus diferentes tipos: espectro puntual, espectro continuo y residual y cómo se caracteriza cada uno de ellos. Se estudiarán además los resultados de descomposición espectral de operadores autoadjuntos acotados.

## CONTENIDOS

Tema 1.- Las ecuaciones diferenciales no lineales: un primer contacto.

Tema 2.- Estabilidad lineal de puntos críticos.

Tema 3.- Una simple teoría cualitativa de bifurcaciones locales de codimensión 1.

Tema 4.- La integración en el campo complejo.

Tema 5.- Sucesiones y series complejas.

Tema 6.- Residuos y polos: Aplicaciones.

Tema 7.- Espacios vectoriales.

Tema 8.- Espacios métricos.

Tema 9.- Espacios normados.

Tema 10. Espacios de Hilbert.

Tema 11. Operadores en espacios normados.

Tema 12. Introducción a la teoría espectral.

## METODOLOGÍA

La metodología de la asignatura está basada en la enseñanza a distancia, donde tiene gran importancia el trabajo autónomo, con el apoyo docente a través del correo, correo electrónico, medios virtuales, foro de debate, telemáticos, teléfono y reuniones presenciales. Para el trabajo autónomo y la preparación de la asignatura los estudiantes disponen de una bibliografía básica acorde con el programa de la materia, así como de materiales de apoyo y la tutoría telemática proporcionada por los profesores de apoyo, y las tutorías presenciales disponibles.

Se considera que el trabajo autónomo (excluyendo lectura de material y realización de trabajos) corresponde al menos al 50 % del total de los créditos de la asignatura. El tiempo dedicado a la lectura del material docente estaría en torno al 20 % del tiempo dedicado por el alumno a la asignatura, y otro 30 % dedicado a la resolución de problemas y elaboración de trabajos.

Los estudiantes matriculados en esta asignatura dispondrán de:

- Una guía con los temas del programa, en la que para cada uno de ellos se hace una introducción, se da un esquema con los objetivos de aprendizaje y se da una bibliografía básica y complementaria para su estudio
- Ejercicios prácticos.

Todos estos materiales de apoyo se encontrarán accesibles en la web de la UNED, en el espacio virtual de esta asignatura en la plataforma aLF.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	0
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

Ninguno

### Criterios de evaluación

El estudiante deberá resolver las cuestiones y problemas de forma razonada aplicando los conocimientos adquiridos durante el curso.

**Se valorará no sólo la solución correcta de cada pregunta, sino su planteamiento y la justificación de los pasos seguidos.**

% del examen sobre la nota final	80
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	0

### Comentarios y observaciones

El examen presencial final escrito será de dos horas de duración, en el que se deberán contestar cuestiones teóricas y/o resolver problemas concretos aplicando los conocimientos teóricos adquiridos. Este examen es obligatorio y se celebrará en todos los Centros Asociados, de manera coordinada, al final del semestre correspondiente.

### PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? Si

### Descripción

Se realizarán tres pruebas de evaluación continua, correspondientes a las tres partes de la asignatura. El tiempo previsto de realización de las mismas es de aproximadamente dos horas, siempre y cuando se hayan asimilado adecuadamente los contenidos requeridos para la misma.

### Criterios de evaluación

El estudiante deberá resolver las cuestiones y problemas de forma razonada aplicando los conocimientos adquiridos durante el curso.

**Se valorará no sólo la solución correcta de cada pregunta, sino su planteamiento y la justificación de los pasos seguidos.**

**La calificación de las pruebas de evaluación continua es válida tanto para la convocatoria ordinaria como para la extraordinaria.**

Ponderación de la PEC en la nota final	20
Fecha aproximada de entrega	PECs 1 y 2 - mediados de noviembre; PEC 3 - mediados de enero

### Comentarios y observaciones

La evaluación continua no es obligatoria. Para aquellos alumnos que opten por no acogerse a la evaluación continua su nota dependerá únicamente de la prueba presencial.

#### **OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

-

Criterios de evaluación

-

Ponderación en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

-

#### **¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

Dado que el curso está formado por tres partes completamente independientes, es necesario mostrar en cada una de ellas un nivel de suficiencia para aprobar la asignatura. En cada bloque, la calificación correspondiente a la evaluación continua ponderará un 20% en la nota final (y el examen presencial el 80% restante) únicamente en el caso de que la calificación se vea mejorada con respecto a contabilizar sólo el examen final. El peso de cada bloque en la evaluación es A (temas 1 al 3) 25%, B (temas 4 al 6) 25%, C (temas 7 al 12) 50%.

## **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

ISBN(13):9788436269802

Título:INTRODUCCIÓN A LOS ESPACIOS DE HILBERT, OPERADORES Y ESPECTROS (1º)

Autor/es:Carlos Fernández González ;

Editorial:U N E D

ISBN(13):9788448142124

Título:VARIABLE COMPLEJA Y APLICACIONES (7?)

Autor/es:Brown, James Ward ; Churchill, Ruel V. ;

Editorial:MC GRAW HILL

Para la parte A del curso, correspondiente al estudio de ecuaciones diferenciales no lineales, se proporcionarán notas en el curso virtual. Se puede completar su estudio con el libro de la bibliografía complementaria 'Ecuaciones Diferenciales', de Ross, Ed. Reverté.

La parte B se puede seguir en el libro 'Variable Compleja y Aplicaciones'. Para la mayor parte de los contenidos se proporcionarán, alternativamente, unas notas en el curso virtual (cedidas por el profesor David Sánchez, de la UiB) que deben ser complementadas con el

libro ya mencionado.

La parte C se seguirá fundamentalmente con el libro 'Introducción a los espacios de Hilbert, operadores y espectros', que se puede obtener directamente de la Editorial UNED o de la librería de la UNED en la calle Bravo Murillo (Madrid) (913987560). Además, el libro se proporcionará gratuitamente en el curso virtual. Esta parte se completará con la parte de series de Fourier del libro 'Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera', de Nagle, Saff y Snider, la parte de transformada de Fourier del libro 'Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos.', de García y Muñoz. Ed. Sanz y Torres, y la parte de polinomios ortogonales del libro 'Introductory Functional Analysis with Applications', de E. Kreyszig. Estos tres libros aparecen en la bibliografía complementaria de la asignatura. Quien prefiera seguir la parte C por un libro de texto podrá encontrar todos los contenidos en el libro 'Introductory Functional Analysis with Applications', de Kreyszig, con los añadidos anteriormente citados para series y transformadas de Fourier.

En la segunda parte de la guía de la asignatura, que estará disponible en el curso virtual, se proporcionará de forma más detallada la secuenciación de los contenidos y su correspondencia con la bibliografía.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9780471507314

Título:INTRODUCTORY FUNCTIONAL ANALYSIS WITH APPLICATIONS

Autor/es:

Editorial:JOHN WILEY AND SONS

ISBN(13):9788415550204

Título:ESPACIOS DE HILBERT Y ANALISIS DE FOURIER: LOS PRIMEROS PASOS

Autor/es:Muñoz Bouzo, M<sup>a</sup> José ; García García, Antonio ;

Editorial:U.N.E.D.

ISBN(13):9788429151138

Título:ECUACIONES DIFERENCIALES

Autor/es:Ross, Shefley L. ;

Editorial:REVERTÉ

ISBN(13):9788436254563

Título:INTRODUCCIÓN AL FORMALISMO DE LA MECÁNICA CUÁNTICA (2<sup>a</sup>)

Autor/es:Alvarellos Bermejo, José Enrique ; García Sanz, José Javier ; García González, Pablo ;

Editorial:U.N.E.D.

ISBN(13):9788477540359

Título: ESPACIOS DE HILBERT : GEOMETRÍA, OPERADORES, ESPECTROS

Autor/es:Galindo Tixaire, Alberto ; Abellanas, Lorenzo. ;

Editorial:EDICIONES DE LA UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID (EUDEMA)

ISBN(13):9789702605928

Título:ECUACIONES DIFERENCIALES Y PROBLEMAS CON VALORES EN LA FRONTERA (4)

Autor/es:Snider, Arthur David ; Saff, Edward B. ; Nagle, R. Kent ;

Editorial:PEARSON EDUCACIÓN

El libro "Ecuaciones Diferenciales" de Ross es una magnífica referencia para los contenidos de la primera parte de la asignatura.

El libro "Introductory Functional Analysis with Applications", de E. Kreyszig, contiene casi todo el temario de la parte C de la asignatura. Además, se usará para una pequeña parte del temario: los polinomios ortogonales.

Los libros "Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos", de García y Muñoz, "Espacios de Hilbert: Geometría, Operadores, Espectros", de Abellanas y Galindo, e "Introducción al Formalismo de la Mecánica Cuántica", de Alvarellos, García y García, constituyen un buen apoyo para la esta parte de la asignatura (Introducción al Análisis Funcional), principalmente para aquellos alumnos que encuentren dificultades en la comprensión del inglés.

Además, se usará el libro "Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos", de García y Muñoz, para la parte de transformada de Fourier, y el libro "Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera", de Kent y Nagle, para la parte de series de Fourier.

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

A través del curso virtual se pondrá a disposición de los alumnos diverso material de apoyo al estudio. Con ellos el alumno puede desarrollar su capacidad de aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de problemas y cuestiones.

El alumno puede contar con las bibliotecas de la UNED para consultas bibliográficas.

Además, se ofertarán tutorías intercampus con parte de los contenidos de la asignatura.

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.