

22-23

GRADO EN MATEMÁTICAS  
CUARTO CURSO

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS

CÓDIGO 61024109

UNED

22-23

HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS

CÓDIGO 61024109

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Nombre de la asignatura	HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS
Código	61024109
Curso académico	2022/2023
Departamento	LÓGICA, HISTORIA Y F. <sup>a</sup> DE LA CIENCIA
Título en que se imparte	GRADO EN MATEMÁTICAS
Curso	CUARTO CURSO
Periodo	SEMESTRE 2
Tipo	OPTATIVAS
Nº ETCS	5
Horas	125.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

El objetivo de esta asignatura no es tanto proporcionar una visión general de la Historia de las matemáticas, sino invitar al alumno a la reflexión sobre su disciplina a partir de un estudio detallado de algunos episodios históricos centrales.

En el presente curso estudiaremos con detalle la articulación histórica y conceptual de la lógica y la teoría de conjuntos entre la segunda mitad del siglo XIX y la primera mitad del XX a partir de la monografía del eminente filósofo chileno Roberto Torretti, *El paraíso de Cantor. La tradición conjuntista en filosofía matemática*. Este trabajo nos permitirá adentrarnos, a través de sus distintos protagonistas (Cantor, Hilbert, Gödel) en el origen y sentido de algunos conceptos centrales de la matemática contemporánea (conjunto, sistema axiomático, demostración, computabilidad, etc.). Una ventaja del trabajo de Torretti es que se encuentra libremente disponible en la red, gracias a la donación del autor.

La asignatura se propone como espacio para la reflexión humanística sobre la matemática dentro del curriculum científico del grado.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Se suponen en el alumno las competencias técnicas adquiridas a lo largo del Grado. La bibliografía básica está en castellano, pero es deseable leer en inglés para poder acceder al material complementario.

El curso se basa enteramente en la monografía de Torretti, un comentario pormenorizado de los textos fundamentales de la tradición conjuntista. El proyecto de Torretti (sólo parcialmente realizado) consiste en analizar el auge y caída del programa de Hilbert frente a las paradojas planteadas por los transfinitos de Cantor. Dicho programa articula un ideal sobre qué podamos considerar conocimiento matemático y, en particular, en qué consiste una prueba.

La monografía de Torretti constituye un ejemplo de Historia *interna* de las matemáticas: se basa en el análisis de los conceptos sobre los que se basa el desarrollo del programa de Hilbert, tal como los presentan sus autores, pero con la vista puesta en lo que hoy sabemos

sobre estas mismas cuestiones. El lector no encontrará, sin embargo, otros elementos *externos*, como la biografía de los autores, su contexto o circunstancias, ni su conexión con otras ideas de la época. Desde el curso virtual, y en función de las necesidades de nuestros alumnos, intentaremos suplir tales elementos cuando sean necesarios para la mejor comprensión del texto. Sin embargo, el texto de Torretti tiene la virtud de que es auto-suficiente: contiene y explica todos los elementos necesarios para poder seguirlo y, en este sentido es perfecto para el aprendizaje a distancia.

El texto de Torretti es extenso y sumamente detallado en la presentación de las demostraciones de cada una de las tesis analizadas. Dejamos al juicio de interés de cada estudiante cuánto profundizar en cada una de ellas. El nivel mínimo del curso lo fija el cuestionario de las PEC, en cuyas respuestas cada estudiante podrá trabajar por su cuenta o, a través del curso virtual.

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos  
Correo Electrónico  
Teléfono  
Facultad  
Departamento

DAVID TEIRA SERRANO  
dteira@fsf.uned.es

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

### **Javier González de Prado**

Horario de atención al estudiante: martes y miércoles de 10:00 a 14:00 horas.

Tf.. (34) 91 398 69 42

Dirección: Dpto. de Lógica, Historia y Filosofía de la ciencia UNED. Humanidades Paseo de Senda del rey 7 28040 Madrid

Despacho 2.34

### **Elena Denia Navarro**

Horario de atención al estudiante: martes y jueves de 10:00 a 14:00 horas.

Tf.. (34) 91 398 69 42

Dirección: Dpto. de Lógica, Historia y Filosofía de la ciencia UNED. Humanidades Paseo de Senda del rey 7 28040 Madrid

Despacho 2.34

## TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

- **Tutorías de centro o presenciales:** se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.
- **Tutorías campus/intercampus:** se puede acceder vía internet.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 61024109

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Competencias generales

- CG1 Iniciativa y motivación
- CG2 Planificación y organización
- CG3 Manejo adecuado del tiempo
- CG4 Análisis y Síntesis
- CG5 Aplicación de los conocimientos a la práctica
- CG6 Razonamiento crítico
- CG7 Toma de decisiones
- CG8 Seguimiento, monitorización y evaluación del trabajo propio o de otros
- CG9 Motivación por la calidad
- CG10 Comunicación y expresión escrita
- CG11 Comunicación y expresión oral
- CG12 Comunicación y expresión en otras lenguas (con especial énfasis en el inglés)
- CG13 Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica
- CG14 Competencia en el uso de las TIC
- CG15 Competencia en la búsqueda de información relevante
- CG16 Competencia en la gestión y organización de la información
- CG17 Competencia en la recolección de datos, el manejo de bases de datos y su presentación
- CG18 Habilidad para coordinarse con el trabajo de otros
- CG19 Compromiso ético (por ejemplo en la realización de trabajos sin plagios, etc.)
- CG20 Ética profesional (esta última abarca también la ética como investigador)
- CG21 Conocer y promover los Derechos Humanos, los principios democráticos, los principios de igualdad entre mujeres y hombres, de solidaridad, de protección mediambiental, de accesibilidad universal, y de fomento de la cultura de la paz.

Competencias específicas

- CED1 Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores

- CED2 Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos
- CEP4 Resolución de problemas
- CEA1 Destreza en el razonamiento y capacidad para utilizar sus distintos tipos, fundamentalmente por deducción, inducción y analogía
- CEA3 Habilidad para crear y desarrollar argumentos lógicos, con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones
- CEA6 Habilidad para extraer información cualitativa a partir de información cuantitativa
- CE1 Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos
- CE2 Conocimiento de la lengua inglesa para lectura, escritura, presentación de documentos y comunicación con otros especialistas

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Además de adquirir los conocimientos específicos sobre el tema propuesto, la asignatura pretende servir para que el alumno ejercite su capacidad de argumentación informal, a través de ejercicios escritos y foros de discusión que se desarrollarán a través del curso virtual.

## CONTENIDOS

1. Historia y paradojas de la Teoría de conjuntos (Cantor-Zermelo)
2. El desarrollo del programa de Hilbert para la Fundamentación de la matemática

## METODOLOGÍA

El curso está estructurado en torno al cuestionario sobre el texto de Torretti: son 22 preguntas que el estudiante puede resolver en 11 semanas. Cada estudiante debe resolver ambas preguntas (dedicando unas 500 palabras a cada respuesta) y colgarlas en el foro dedicado a ello en el curso virtual como prueba de evaluación continua.

Sin embargo, las preguntas no analizan con igual intensidad todas las partes del libro. Las diez primeras se concentran sobre las 100 primeras páginas. Pero sólo hay cuatro preguntas sobre las 70 páginas siguientes. Sobre los tres últimos capítulos del libro (2.10, 2.11 y 2.12) se formulan apenas tres preguntas generales, pero su estudio requiere bastante profundidad. Como principio general, no se pretende que el alumno maneje o memorice los muchos formalismos y demostraciones que presenta Torretti, sino que debe trabajar con ellos para poder responder con precisión a las preguntas planteadas en el cuestionario. Se recomienda que cada estudiante vaya avanzando y resolviendo el cuestionario a su paso, sin perder de vista el calendario de referencia del curso. Cuando le surjan dudas, debe

colgarlas en el foro dedicado al efecto en el curso virtual.

Cuestionario

Parte I | Conjuntos

- (1) Haga una breve semblanza (1000 palabras) de Georg Cantor apoyándose en materiales que encuentre en la red –e incluya la referencia
- (2) Explique de qué modo se originan las ideas de Cantor sobre el infinito en el estudio de las series trigonométricas
- (3) Explique el concepto cantoriano de potencia (numerosidad) y los distintos tipos de infinito que permite distinguir
- (4) Según Torretti, ¿qué dos vías confluyeron en la formación del concepto de transfinito?
- (5) ¿Por qué el teorema del buen orden es central para el programa de Cantor?
- (6) ¿Por qué los cardinales transfinitos son distintos de los ordinales?
- (7) ¿Qué es la hipótesis del continuo y cómo afecta al programa de Cantor?
- (8) ¿Por qué no toda “pluralidad bien definida” sería un conjunto en el sentido de Cantor?
- (9) Explique la controversia entre Poincaré y Zermelo a propósito del axioma de selección
- (10) ¿Por qué se hizo necesario definir axiomáticamente la teoría de conjuntos?

Parte II | Cálculos

- (11) Haga una breve semblanza (1000 palabras) de David Hilbert apoyándose en materiales que encuentre en la red –e incluya la referencia
- (12) Explique la importancia de los conceptos de consistencia, punto de vista finito y razonamiento sustantivo en el programa de Hilbert
- (13) Explique cuál era el proyecto de Gottlob Frege y en qué sentido su definición de número introdujo una contradicción que lo arruinaría
- (14) Explique las paradojas de Cantor y Burali-Forti y en qué sentido afectaban al concepto cantoriano de transfinito. Explique también en qué sentido la teoría russelliana de los tipos proporcionaba una solución y a qué coste.
- (15) ¿Por qué el concepto de aseveración funcional y el modo recursivo de pensar defendidos por Thoralf Skolem permitirían una fundamentación hilbertiana de la aritmética?
- (16) ¿En qué consiste el problema de la decisión? ¿En qué sentido lo resuelve E. Post para el cálculo proposicional?
- (17) ¿De qué modo prueba Gödel que el cálculo predicativo de primer orden es completo? ¿Por qué la prueba no es constructiva?
- (18) ¿Qué es, para Hilbert, la teoría de la prueba? ¿En qué sentido el procedimiento de gödelización utilizado en la prueba de los teoremas de incompletitud ejemplifica esta teoría hilbertiana?
- (19) Explique y comente la siguiente afirmación de Torretti (p. 352): el primer teorema de incompletitud de Gödel “habrá de parecernos mucho más grave si creemos que P y los sistemas afines comprende todos los recursos de que dispone el hombre para conocer con certeza una verdad sobre números no incluida ya en la aritmética finitista”
- (20) ¿En qué sentido la tesis de Church constituye “una decisión de aceptar la computabilidad como criterio de calculabilidad” (p. 376)?
- (21) ¿Qué quiere decir que “el problema de la detención es insoluble”?

(22) Gerhard Gentzen utilizó la inducción transfinita en sus dos demostraciones de la consistencia de la aritmética formalizada. Explique y comente la siguiente observación de Torretti (p. 319): “Si el programa de Hilbert acaba recurriendo al transfinito, ¿por qué tantos melindres y reservas ante el paraíso heredado de Cantor? ¿por qué no instalarse en él, alegremente, de una vez por todas?”

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	3
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

Ninguno

### Criterios de evaluación

Se valorará

Claridad y corrección de la expresión

Precisión en el manejo de los conceptos

% del examen sobre la nota final	89
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	9
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	5

### Comentarios y observaciones

El examen del curso consistirá en un comentario sobre algún texto de los autores tratados en *El paraíso de Cantor*, guiado por algunas preguntas, en un espacio máximo de tres caras. Se presupone la lectura de la obra, pero los conceptos necesarios para el comentario son los que se presentan en el cuestionario. Colgaremos ejemplos en el curso virtual.

### PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC?	Si
Descripción	

Las respuestas al cuestionario en el curso virtual, como prueba de evaluación continua, suponen 1,1 puntos de la nota. Las preguntas del cuestionario las tienen en esta misma guía en el apartado Metodología.

**Si el estudiante no puede seguir las PEC, una alternativa es elaborar un comentario a partir de dos de los artículos que puede encontrar en la sección de recursos de ALF, conforme a las siguientes instrucciones:**

Deben ser dos textos sobre temas conexos

El trabajo debe tener 4000 palabras, con la siguiente estructura: 500 palabras para presentar el problema que se va a tratar; 1000 palabras para resumir el contenido de cada uno de los dos artículos (2000 en total); 1000 palabras para relacionar ambos artículos con los temas del libro de Torretti; 500 palabras con una conclusión personal  
 Fechas de entrega: 1 de junio/1 de septiembre, en el correo del profesor de la asignatura

Una vez que elijáis los textos, contactad con el profesor de la asignatura antes de poneros a trabajar.

Si tenéis otras lecturas sobre el curso que queráis proponer, contactad también conmigo para ver si son adecuadas.

#### Criterios de evaluación

Se valorará

Claridad y corrección de la expresión

Precisión en el manejo de los conceptos

Ponderación de la PEC en la nota final	1,1
Fecha aproximada de entrega	Semanal
Comentarios y observaciones	

#### **OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s?	No
Descripción	

#### Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final	0
Fecha aproximada de entrega	
Comentarios y observaciones	

#### **¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

Suma de la nota del examen y la nota de las PEC, supuesto que la nota del examen llegue a 5

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Como ya se ha mencionado, el libro de referencia para este curso es: Roberto Torretti, *El paraíso de Cantor. La tradición conjuntista en filosofía matemática*, Santiago de Chile, Universitaria, 1998, cuya edición digital se encuentra disponible en: [https://www.memoriachilena.cl/temas/documento\\_detalle.asp?id=MC0031052](https://www.memoriachilena.cl/temas/documento_detalle.asp?id=MC0031052)

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Si el alumno desea tener una introducción accesible al conjunto de la Historia de la matemática, puede utilizar el libro de Hans Wussing, *Lecciones de Historia de la matemática*, Madrid, Siglo XXI, 1998.

Una recopilación de textos originales que le servirá para ilustrarla es la de S. Hawking, *Dios creó los números*, Barcelona, Crítica, 2006.

Buena parte de los textos originales en los que se apoya el libro de Torretti se encuentran recopilados en J. van Heijenoort, *From Frege to Gödel*, Harvard, Harvard University Press, 1990.

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

En el curso virtual se facilitarán enlaces a recursos digitales sobre cada uno de los temas tratados. Una fuente de referencia de la que el alumno puede servirse para aclarar conceptos es la *Stanford Encyclopedia of Philosophy*: <https://plato.stanford.edu/>

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.