

23-24

GRADO EN MATEMÁTICAS
TERCER CURSO

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



ANÁLISIS DE FOURIER Y ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

CÓDIGO 61023073

UNED

23-24

ANÁLISIS DE FOURIER Y ECUACIONES EN
DERIVADAS PARCIALES

CÓDIGO 61023073

ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA
ASIGNATURA

EQUIPO DOCENTE

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

CONTENIDOS

METODOLOGÍA

SISTEMA DE EVALUACIÓN

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Nombre de la asignatura	ANÁLISIS DE FOURIER Y ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES
Código	61023073
Curso académico	2023/2024
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES
Título en que se imparte	GRADO EN MATEMÁTICAS
Curso	TERCER CURSO
Periodo	SEMESTRE 2
Tipo	OBLIGATORIAS
Nº ETCS	6
Horas	150.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

Esta asignatura se inserta en la materia "Ecuaciones Diferenciales". Es una asignatura obligatoria que se imparte en el segundo semestre del tercer curso del grado. En esta asignatura se presentan las nociones básicas del análisis de Fourier y las ecuaciones en derivadas parciales junto con su conexión y aplicaciones a otras ramas de las matemáticas y de otras ciencias.

Esta asignatura es el segundo paso en la introducción de los conceptos, herramientas y aplicaciones de las ecuaciones diferenciales (el primer paso está formado por la asignatura del primer semestre "Introducción a las Ecuaciones Diferenciales -61023021-"). En el primer semestre estudiábamos ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) y ahora ecuaciones (diferenciales) en derivadas parciales (EDPs). El análisis de Fourier se presenta en estrecha relación con las EDPs.

Las ecuaciones diferenciales forman, por una parte, una de las grandes subramas del análisis matemático, con importantes contactos con otras ramas de las matemáticas, como la geometría diferencial, la teoría de variable compleja, la optimización y el cálculo de variaciones. Por otro lado, las ecuaciones diferenciales (ordinarias y parciales) son una herramienta omnipresente en física e ingeniería desde que Galileo y Newton fundaron la física moderna. En la actualidad también tienen aplicaciones relevantes en química, biología y ciencias sociales. Entre las EDPs, citemos la ecuación del potencial (o de Laplace), la ecuación del calor y la ecuación de ondas, que han dado en llamarse las ecuaciones básicas de la física matemática. Podemos añadir la ecuación de Schrödinger en la física cuántica (optativa en esta asignatura). Estas EDPs son lineales. Las ecuaciones lineales predominan cualitativa y cuantitativamente (en matemáticas, física e ingeniería), debido a que, o bien corresponden con la naturaleza de los problemas, o bien constituyen la primera aproximación a modelos no lineales. En los últimos 30 ó 40 años han empezado a tener importancia modelos reales no lineales que sobrepasan el mero planteamiento y llegan a estudios concretos. El factor principal de este cambio es el desarrollo de los ordenadores y de los programas informáticos de cálculo científico. No obstante, los modelos lineales siguen siendo fundamentales: 1) porque en muchos campos proporcionan un cuerpo de doctrina básico o al menos una firme orientación, y 2) porque la linealización es uno de los instrumentos para estudiar los problemas no lineales.

Otras asignaturas relacionadas son: "Herramientas Informáticas para Matemáticas" (2º

curso), "Campos y Formas" (3º curso), "Introducción a los Espacios de Hilbert" (3º curso), "Geometría Diferencial de Curvas y Superficies" (3º curso), "Geometría Diferencial" (4º curso) y "Física Matemática" (4º curso).

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Se recomienda entender bien y haber pasado la asignatura "Introducción a las Ecuaciones Diferenciales" (61023021); además, se requieren nociones fundamentales de análisis matemático de una y varias variables reales.

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos
Correo Electrónico
Teléfono
Facultad
Departamento

JOSE IGNACIO TELLO DEL CASTILLO
jtello@mat.uned.es

Nombre y Apellidos
Correo Electrónico
Teléfono
Facultad
Departamento

ALEJANDRO ORTEGA GARCIA (Coordinador de asignatura)
alejandro.ortega@mat.uned.es

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

El equipo docente realizará la tutorización fundamentalmente a través del curso virtual. El seguimiento del aprendizaje se realizará mediante el curso virtual y los foros abiertos para ese fin. En él se habilitarán foros temáticos en los que el alumno podrá plantear sus dudas y trabajar junto con sus compañeros.

Tutorización telefónica en los horarios de guardia del profesor de la Sede Central.

Tutorización postal.

Tutorización presencial en la Sede Central en los horarios de guardia del profesor u otros a convenir.

Horario de guardia:

- D. Alejandro Ortega García

Martes de 10 a 14 horas

Despacho 2.91(Edificio de Psicología)

Tfno. 913986242

Facultad de Ciencias

Correo electrónico: alejandro.ortega@mat.uned.es

- D. Antonio Manuel Vargas Ureña

Martes de 10 a 14 horas

Despacho 2.94 (Edificio de Psicología)

Tfno. 913987247

Facultad de Ciencias

Correo electrónico: **avargas(a)mat.uned.es**

- D. José Ignacio Tello del Castillo

Martes de 10 a 14 horas

Despacho 2.95 (Edificio de Psicología)

Tfno. 913987350

Facultad de Ciencias

Correo electrónico: **jtello(a)mat.uned.es**

TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

- **Tutorías de centro o presenciales:** se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.

- **Tutorías campus/intercampus:** se puede acceder vía internet.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 61023073

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Como **competencias generales**, señalamos:

CG10 - Comunicación y expresión escrita

CG11 - Comunicación y expresión oral

CG13 - Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica

CG20 - Ética profesional (esta última abarca también la ética como investigador)

CG4 - Análisis y Síntesis

CG5 - Aplicación de los conocimientos a la práctica

CG6 - Razonamiento crítico

Como **competencias específicas**:

CE1 - Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos

CE2 - Conocimiento de la lengua inglesa para lectura, escritura, presentación de documentos y comunicación con otros especialistas

CEA2 - Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Se incluye en esta competencia la representación gráfica y la aproximación geométrica

CEA4 - Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento ya sea de forma teórica o práctica mediante la búsqueda de contraejemplos

CEA6 - Habilidad para extraer información cualitativa a partir de información cuantitativa

CEA7 - Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita

CEA8 - Capacidad de relacionar distintas áreas de las matemáticas

CED1 - Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores

CED2 - Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Algunas de las competencias más importantes que se adquieren con esta asignatura son:

- Conocer las propiedades básicas de las series de Fourier trigonométricas.
- Conocer algunas generalizaciones de las series de Fourier basadas en la teoría de Sturm-Liouville.
- Ecuaciones en derivadas parciales (EDPs): conocer las ecuaciones de Laplace, del calor y de ondas.
- Aplicar las series de Fourier a la resolución de ecuaciones en derivadas parciales por separación de variables en dominios acotados.
- Conocer las propiedades operacionales de la transformada de Fourier y aplicarlas a la resolución de problemas del valor inicial para ecuaciones diferenciales ordinarias y a problemas de ecuaciones en derivadas parciales en dominios no acotados.
- Aplicar las ecuaciones diferenciales a problemas de las ciencias físicas, naturales y sociales.
- Modelizar problemas reales por medio de ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales.

CONTENIDOS

Tema 1. Introducción

- 1.1 Introducción.
- 1.2 Conceptos básicos.
- 1.3 Clasificación de ecuaciones en derivadas parciales.
- 1.4 Cambios de variable
- 1.5 Dominio de una ecuación (opcional)
- 1.6 Ejercicios.

Tema 2. Ecuaciones de Primer orden

- 2.1 Introducción
- 2.2 Ecuaciones Lineales de primer orden
- 2.3 Ecuaciones semilineales y cuasilineales de primer orden
- 2.4 Ecuaciones completamente no lineales (Optativo)
- 2.5 Teorema de Cauchy-Kowalevskaya
- 2.6 Otras soluciones a partir de envolventes (Optativo)
- 2.5 Ejercicios

Tema 3. Problema de Sturm-Liouville

- 3.1 Introducción
- 3.2 Definición y propiedades
- 3.3 Formulación débil del problema de Sturm-Liouville (opcional)
- 3.4 Forma normal del problema de Sturm-Liouville
- 3.5 Autovalores del problema de Sturm-Liouville
- 3.6 Ecuación de Legendre. Polinomios de Legendre
- 3.7 Ecuación de Bessel. Polinomios de Bessel
- 3.8 Función de Green para problemas de Sturm Liouville

Tema 4. Series de Fourier

- 4.1 *Introducción*
- 4.2 *Definición y propiedades*
- 4.3. *Desigualdad de Bessel*
- 4.4 *identidad de Parseval*
- 4.5 *Lema de Reimann-Lebesgue*

4.6. Completitud del sistema de autofunciones del problema de Sturm-Liouville

4.7 Series trigonométricas

4.8 Fenómeno de Gibbs (opcional)

Tema 5. Clasificación de ecuaciones de segundo orden

5.1 Clasificación de ecuaciones de segundo orden

5.2 Ejercicios

Tema 6. Ecuaciones de tipo elíptico

6.1 Introducción

6.2 Formulación débil de problemas elípticos lineales

6.3 Unicidad de soluciones

6.4 Principio de superposición

6.5 Principio débil del máximo

6.6 Existencia de soluciones. Teorema de Lax-Milgram

6.7 Autovalores y autofunciones de problemas elípticos

6.8 Método de separación de variables

6.9 Funciones de Green (opcional)

6.10 Principio fuerte del máximo (opcional)

6.11 Existencia de soluciones. Método de Perron (opcional)

Tema 7. Ecuaciones parabólicas

7.1 Modelización de la ecuación del calor (opcional)

7.2 Método de separación de variables

7.3 Unicidad de soluciones

7.4 Principio de superposición para la ecuación del calor

7.5 Principio del máximo para ecuaciones parabólicas

7.6 Existencia de soluciones. Método de Galerkin (opcional)

Tema 8. Ecuaciones hiperbólicas

8.1 Modelización de la ecuación de ondas en dimensión 1 (opcional)

8.2 Fórmula de D'Alembert

8.3 Principio de superposición

8.4 Método de separación de variables

8.5 Existencia y unicidad de soluciones (opcional)

Tema 9

METODOLOGÍA

En cada capítulo se debe llevar a cabo el estudio del siguiente modo:

- Estudio del texto base.
- Realización de los ejercicios propuestos en dicho texto.
- Realización de ejercicios adicionales

Algunos de las secciones de ciertos temas se han marcado como (opcionales), esto quiere decir que no es necesario su estudio para el curso ni entrarán en el examen. Únicamente se recomienda su lectura si se está interesado en ampliar información sobre el tema.

Gran parte de la formación recae sobre el trabajo personal del alumno con la bibliografía recomendada, básica y complementaria, siempre con la ayuda del profesor de la Sede Central de la UNED, los tutores y las tecnologías de ayuda de la UNED. Los contactos con el equipo docente pueden ser: por email, en el curso virtual (foro), presenciales en la Sede Central o por teléfono, estos dos últimos en los horarios indicados. Vamos a hacer hincapié en el curso virtual, porque está siendo una herramienta de enorme utilidad para los estudiantes en los últimos años. En el foro de consultas generales se plantearán preferentemente cuestiones de carácter burocrático, de gestión o de procedimientos de evaluación. En el foro de alumnos se podrán comunicar con los otros alumnos, no es un foro tutelado por lo que los profesores no se responsabilizarán del contenido del mismo. Finalmente se crearán foros de cuestiones concretas: foros específicos de dudas sobre contenidos, que estarán orientados a la profundización y comprensión de los distintos temas. Los alumnos podrán realizar consultas razonadas y concisas sobre el tema.

SISTEMA DE EVALUACIÓN**TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL**

Tipo de examen	Examen de desarrollo
----------------	----------------------

Preguntas desarrollo	
----------------------	--

Duración del examen	120 (minutos)
---------------------	---------------

Material permitido en el examen	
---------------------------------	--

No se permitirá ningún tipo de material

Criterios de evaluación	
-------------------------	--

El examen consistirá en varias preguntas / ejercicios o problemas de desarrollo y/o de tipo test. Se evaluará la precisión en las respuestas y su desarrollo metodológico

% del examen sobre la nota final	100
----------------------------------	-----

Nota del examen para aprobar sin PEC	5
--------------------------------------	---

Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
--	----

Nota mínima en el examen para sumar la 4
PEC

Comentarios y observaciones

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? Si

Descripción

La PEC constará en uno o varios ejercicios y/o preguntas teóricas y/o de tipo test. El Temario de esta prueba es el correspondiente a los cinco primeros temas del programa.

Criterios de evaluación

La calificación de la PEC (evaluada hasta un punto) se sumará a la calificación del examen final cuando esta sea igual o superior a 4. La calificación total no podrá superar la calificación de 10. La PEC se realizará entre los días 20 y el 30 de abril.

Ponderación de la PEC en la nota final Hasta +1 punto

Fecha aproximada de entrega Entre los días 20 y 30 de Abril

Comentarios y observaciones

Será esencial la consistencia del razonamiento lógico-matemático seguido en la resolución del problema o cuestión planteado; no bastando, por tanto, con un somero resumen y con la solución numérica.

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

Si la nota de la PP (prueba presencial) es mayor o igual que 4, la nota final es $\text{Mínimo}\{PP + PEC, 10\}$; donde PEC indica la calificación (hasta 1 punto) obtenida en la Prueba de evaluación continua.

Si la nota de la PP es inferior a 4, la nota final es la de la PP.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788418316821

Título:ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

Autor/es:José Ignacio Tello Del Castillo ;

Editorial:EDITORIAL SANZ Y TORRES

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):

Título: APUNTES DE ECUACIONES DIFERENCIALES II (EDPS). (2011)

Autor/es:José I. Aranda Iriarte ;

Editorial:Notas del Autor (Universidad Complutense de Madrid)

ISBN(13):9788420535340

Título:ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES CON SERIES DE FOURIER Y PROBLEMAS DE CONTORNO (3ª)

Autor/es:Haberman, Richard ;

Editorial:PRENTICE-HALL

ISBN(13):9788429151602

Título:ECUACIONES DIFERENCIALES EN DERIVADAS PARCIALES : CON MÉTODOS DE VARIABLE COMPLEJA Y DE TRANSFORMACIONES INTEGRALES

Autor/es:Weinberger, Hans F. ;

Editorial:REVERTÉ

ISBN(13):9788495687074

Título:INICIACIÓN A LAS ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES Y AL ANÁLISIS DE FOURIER

Autor/es:Pedregal Tercero, Pablo ;

Editorial:SEPTEN EDICIONES

Textos de EDPs

José Aranda Iriarte, Apuntes de ecuaciones diferenciales II (EDPs). Universidad Complutense de Madrid, 2011. (Existe en forma digital como PDF).

R. Haberman, Ecuaciones en Derivadas Parciales con Series de Fourier y Problemas de Contorno. Pearson-Prentice Hall, 3ª Ed. 2003 en español y 1998 en inglés. 4ª y 5ª Ed. en inglés 2004 y 2012. Las 200 figuras del texto en MATLAB pueden descargarse de <https://faculty.smu.edu/rhaberma>.

Texto que puede complementar todos los aspectos de la asignatura. Excelente traducción al español (de la 3ª Ed.).

R.V. Churchill, Series de Fourier y Problemas de Contorno. 2ª Ed. McGraw-Hill, 1966.

V.P. Mijailov. Ecuaciones en derivadas parciales. Mir 1978.

P. Pedregal Tercero, Iniciación a las ecuaciones en derivadas parciales y al análisis de Fourier. Septem Ediciones 2001.

S. Salsa. Partial Differential Equations in Action. From Modelling to Theory. Springer 2008.

Bibliografía más avanzada

V. Arnold. Lectures on Partial Differential Equations. Springer 2004.

H. Brezis, Functional Analysis, Sobolev spaces and Partial differential equations. Springer. 2010.

L.C. Evans. Partial Differential Equations, American Mathematical Society, Providence, 1998. ISBN 0-8218-0772-2

F. John, Partial Differential Equations. Springer-Verlag, 4ª Ed. 1981.

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Notas del profesor que contienen los temas 1,2,3 y 4 desarrollados. Además, en el curso virtual se encuentran materiales de apoyo al estudio, acceso al foro y correos electrónicos de profesores y alumnos.

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.