

23-24

GRADO EN FÍSICA  
SEGUNDO CURSO

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## MÉTODOS MATEMÁTICOS III

CÓDIGO 61042053

UNED

23-24

MÉTODOS MATEMÁTICOS III

CÓDIGO 61042053

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

|                           |                         |
|---------------------------|-------------------------|
| Nombre de la asignatura   | MÉTODOS MATEMÁTICOS III |
| Código                    | 61042053                |
| Curso académico           | 2023/2024               |
| Departamento              | FÍSICA INTERDISCIPLINAR |
| Título en que se imparte  | GRADO EN FÍSICA         |
| Curso                     | SEGUNDO CURSO           |
| Periodo                   | SEMESTRE 2              |
| Tipo                      | OBLIGATORIAS            |
| Nº ETCS                   | 6                       |
| Horas                     | 150.0                   |
| Idiomas en que se imparte | CASTELLANO              |

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

El objetivo de esta asignatura de la materia de Métodos Matemáticos de la Física es profundizar en la formación matemática que el alumno que estudia el Grado en Física debe poseer. Es importante no sólo por sus propios contenidos sino también porque está en la base matemática de algunas de las asignaturas que deberá cursar. Sus contenidos se usarán como herramienta y fundamentación matemática básica de algunas de las disciplinas de la física.

Se trata de una teoría motivada por la descripción de fenómenos que dependen lineal o no linealmente del tiempo y del espacio. Se estudiarán las ecuaciones diferenciales no lineales que aparecen en la formulación de muchos problemas de la física, en mecánica clásica, en óptica, en sistemas dinámicos, en física estadística, etc. y las ecuaciones en derivadas parciales, que como ocurre en el caso de las ecuaciones diferenciales ordinarias, tienen soluciones que no son solo valores numéricos, sino funciones. Unas funciones que, además, dependen de otras funciones, en forma de condiciones iniciales y de contorno, las cuales definen su relación con el entorno del dominio de trabajo y cómo es la distribución inicial del sistema estudiado.

Este curso es introductorio y se estudian, únicamente, un reducido conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales y sistemas autónomos de orden dos así como, básicamente, las ecuaciones en derivadas parciales lineales más relevantes de segundo orden. No por ello dejan de limitar severamente el alcance del curso, en tanto en cuanto la riqueza de una ecuación viene definida por la variedad de ámbitos en los que tiene interés, no por la mayor o menor complejidad que tenga. Las ecuaciones del calor-difusión, la de ondas o la de Laplace, a pesar de su simplicidad formal, tienen una presencia incuestionable en multitud de dominios de la física, química, biología e ingeniería. El análisis de estas ecuaciones con la ayuda de muchos problemas, ayudará más a aprehender la esencia de las ecuaciones en derivadas parciales que un recorrido por el inacabable catálogo de todas las ecuaciones existentes.

Nos fijaremos en la construcción de soluciones explícitas. El número de casos en los que esto es posible es excepcional. Sin embargo, todos estos ejemplos son enormemente instructivos puesto que permiten centrarnos en un análisis de la física del problema, que es mucho más dificultoso, sino imposible, en los casos en los que los códigos de ordenador a los que hay que recurrir, ocultan los procesos físicos de interés.

Es importante que los alumnos que van a estudiar esta asignatura supere previamente las asignaturas de Métodos Matemáticos I y Métodos Matemáticos II, que les van a permitir adquirir los conocimientos básicos necesarios de ecuaciones diferenciales ordinarias y de funciones de variable compleja.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Para abordar el estudio de esta asignatura en las mejores condiciones posibles, es esencial que los alumnos tengan conocimientos matemáticos previos, en concreto de las áreas de análisis matemático, geometría, ecuaciones diferenciales ordinarias y variable compleja. Es importante que los alumnos que van a estudiar esta asignatura superen previamente las asignaturas de Métodos Matemáticos I y Métodos Matemáticos II, que les van a permitir adquirir los conocimientos básicos necesarios de ecuaciones diferenciales ordinarias y de funciones de variable compleja.

Con el fin de facilitar su incorporación a la asignatura, también es muy conveniente el conocimiento de la lengua inglesa, dado que la mayor parte de la bibliografía de esta rama científica está escrita en inglés.

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos  
Correo Electrónico  
Teléfono  
Facultad  
Departamento

CASIANO HERNANDEZ SAN JOSE  
casianoh@ccia.uned.es

Nombre y Apellidos  
Correo Electrónico  
Teléfono  
Facultad  
Departamento

CARLOS FERNANDEZ GONZALEZ  
cafernan@ccia.uned.es

Nombre y Apellidos  
Correo Electrónico  
Teléfono  
Facultad  
Departamento

CESAR FERNANDEZ RAMIREZ (Coordinador de asignatura)  
cefera@ccia.uned.es

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

Las labores de tutorización y seguimiento de la asignatura se llevan a efecto a través de las herramientas de comunicación del curso virtual (correo electrónico y foros de debate).

**Los Foros moderados por el equipo docente no estarán habilitados en periodos no-lectivos (vacaciones y época de exámenes).**

Por otra parte, los estudiantes podrán estar siempre en contacto con los profesores de la asignatura por correo electrónico o entrevista personal.

Las guardias del Equipo Docente serán en los siguientes horarios:

Dr. César Fernández Ramírez (coordinador)

Horario: Lunes, de 10:30 a 14:30

Correo electrónico: cefera@ccia.uned.es

Teléfono: 91 398 8902

Despacho: 0.09 (Centro Asociado de Las Rozas) Avda. Esparta s/n - 28232 Las Rozas

Dr. Casiano Hernández San José

Horario: Viernes, de 17:00 a 21:00

Correo electrónico: casianoh@ccia.uned.es

Teléfono: 91 398 7180

Despacho: 0.09 (Centro Asociado de Las Rozas) Avda. Esparta s/n - 28232 Las Rozas

## TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

- Tutorías de centro o presenciales:** se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.
- Tutorías campus/intercampus:** se puede acceder vía internet.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 61042053

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

### COMPETENCIAS GENERALES

CG01: Capacidad de análisis y síntesis.

CG02: Capacidad de organización y planificación.

CG03: Comunicación oral y escrita en la lengua nativa.

CG04: Conocimiento de inglés científico en el ámbito de estudio.

CG06: Capacidad de gestión de información.

CG07: Resolución de problemas.

CG08: Trabajo en equipo.

CG09: Razonamiento crítico.

CG10: Aprendizaje autónomo.

CG11: Adaptación a nuevas situaciones.

**COMPETENCIAS ESPECÍFICAS**

CE01: Tener una buena comprensión de las teorías físicas más importantes: su estructura lógica y matemática, su soporte experimental y los fenómenos que describen; en especial, tener un buen conocimiento de los fundamentos de la física moderna.

CE02: Saber combinar los diferentes modos de aproximación a un mismo fenómeno u objeto de estudio a través de teorías pertenecientes a áreas diferentes.

CE03: Tener una idea de cómo surgieron las ideas y los descubrimientos físicos más importantes, cómo han evolucionado y cómo han influido en el pensamiento y en el entorno natural y social de las personas.

CE04: Ser capaz de identificar las analogías en la formulación matemática de problemas físicamente diferentes, permitiendo así el uso de soluciones conocidas en nuevos problemas.

CE05: Ser capaz de entender y dominar el uso de los métodos matemáticos y numéricos más comúnmente utilizados, y de realizar cálculos de forma independiente, incluyendo cálculos numéricos que requieran el uso de un ordenador y el desarrollo de programas de software.

CE07: Ser capaz de identificar los principios físicos esenciales que intervienen en un fenómeno y hacer un modelo matemático del mismo; ser capaz de hacer estimaciones de órdenes de magnitud y, en consecuencia, hacer aproximaciones razonables que permitan simplificar el modelo sin perder los aspectos esenciales del mismo.

CE08: Ser capaz de adaptar modelos ya conocidos a nuevos datos experimentales.

CE09: Adquirir una comprensión de la naturaleza y de los modos de la investigación física y de cómo ésta es aplicable a muchos campos no pertenecientes a la física, tanto para la comprensión de los fenómenos como para el diseño de experimentos para poner a prueba las soluciones o las mejoras propuestas.

CE10: Ser capaz de buscar y utilizar bibliografía sobre física y demás literatura técnica, así como cualesquiera otras fuentes de información relevantes para trabajos de investigación y desarrollo técnico de proyectos.

CE11: Ser capaz de trabajar con un alto grado de autonomía y de entrar en nuevos campos de la especialidad a través de estudios independientes.

**RESULTADOS DE APRENDIZAJE**

El estudio de las ecuaciones diferenciales no lineales permitirá a los alumnos distinguir las propiedades de las ecuaciones de evolución y las ecuaciones para problemas estacionarios.

El estudio de las ecuaciones en derivadas parciales permitirá a los alumnos adquirir los conocimientos adecuados para tratar de solucionar los diversos problemas que plantea la física matemática y la técnica en los tiempos actuales. En este marco, se han de procurar alcanzar los siguientes resultados:

- Comprender contextos y situaciones del mundo físico real para poderlas interpretar mediante un modelo matemático.

- Comprender los procesos simbólicos y los procesos numéricos que nos permitan tratar el modelo matemático que más se aproxime al mundo real.
- Conocer la historia y los desarrollos recientes de las aplicaciones de las ecuaciones en derivadas parciales y sus perspectivas futuras, así como las distintas heurísticas o estrategias para el correcto planteamiento y resolución de los problemas de la física y de la técnica.

Para conseguir los resultados anteriores de la forma más eficiente posible, los alumnos deben mantener una actitud que les permita apreciar el valor formativo y cultural de la representación de fenómenos naturales en situaciones concretas mediante modelos de aproximación que permiten ser tratados con la herramienta de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

## CONTENIDOS

### Tema 1. Las ecuaciones diferenciales no lineales: un primer contacto

La noción de oscilador, y la de vibración, es esencial para el estudio de la dinámica de las evoluciones no monótonas, y constituye un excelente ejemplo para introducirnos en las ideas de estructuración y complejidad en el tiempo. Empezaremos con un repaso al péndulo simple - del que sería un error pensar que es un problema trivial –y su contrapartida natural amortiguada. Nos preguntaremos qué es necesario para mantener las oscilaciones, analizando en detalle los osciladores de van der Pol y paramétrico, como casos de oscilaciones sostenidas que nos llevarán al concepto de ciclo límite.

### Tema 2. Estabilidad lineal de puntos críticos

El cambio de comportamiento de un sistema no lineal está ligado a la idea de estabilidad de soluciones de un sistema. Las soluciones más simples las constituyen los puntos críticos y de cuantificarla nos ocuparemos en este tema, por medio de lo que se denomina principio de estabilidad lineal, que reduce el problema de la estabilidad a la resolución de un simple problema lineal.

### Tema 3. Una simple teoría cualitativa de bifurcaciones locales de codimensión 1

La descripción de los ejemplos de los dos temas anteriores nos permite abordar de forma muy simple la noción de bifurcación, concepto fundamental en el estudio de los sistemas no lineales. Pasado el punto crítico en el espacio de parámetros del sistema, la observación de una ruptura se traduce, desde un punto de vista matemático, en lo que se denomina una bifurcación. Se trata simplemente de un cambio cualitativo en las soluciones de las ecuaciones. Como la dimensión del espacio de parámetros depende del sistema, hemos de

liberarnos de toda restricción derivada de este hecho. Es cuando interviene el concepto de codimensión de una bifurcación. Desarrollaremos el caso más simple de codimensión igual a uno, sistematizando las bifurcaciones posibles y lo que llamaremos sus formas normales.

#### Tema 4. Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales simples

4.1 Ejemplos de ecuaciones simples y su resolución

4.2 Clasificación de las EDP de segundo orden con coeficientes constantes

#### Tema 5. Introducción a la ecuación del calor-difusión

5.1 La ecuación unidimensional del calor-difusión

5.2 Condiciones iniciales y de contorno

5.3 La distribución de equilibrio

5.4 Ampliación de la ecuación a mayores dimensiones.

#### Tema 6. Separación de variables y series de Fourier

6.1 Método de separación de variables

6.2 Problemas de contorno: autovalores y autofunciones

6.3 Soluciones producto y principio de superposición

6.4 Conjunto de funciones ortogonales

6.5 Series de Fourier

#### Tema 7. Introducción a la ecuación de ondas unidimensional

7.1 Ecuación de ondas unidimensional

7.2 Cuerda vibrante con extremos fijos

7.3 El método de d'Alembert

#### Tema 8. El problema de Sturm-Liouville

8.1 El problema de Sturm-Liouville

8.2 Autovalores y autofunciones

#### Tema 9. Ecuaciones en varias dimensiones

9.1 Ecuaciones del calor-difusión y de ondas en 2D y 3D. Ejemplos

9.2 Separación de variables y problema de autovalores

9.3 Ecuación y funciones de Bessel

9.4 La ecuación de Laplace: soluciones y propiedades



## 9.5 Polinomios de Legendre

### METODOLOGÍA

Antes de abordar el plan de actividades de la asignatura es conveniente hacer algunas consideraciones para el estudio de esta parte de las matemáticas en general y de esta asignatura en particular.

La metodología de la asignatura está basada en la enseñanza a distancia, en la que juega un papel primordial el trabajo autónomo dado el contexto específico de la UNED.

El sistema fundamental de aprendizaje será el de la lectura y estudio de la bibliografía básica. El alumno contará además con el apoyo de las tutorías y las preguntas al profesor mediante entrevista personal, correo ordinario, electrónico, teléfono, o a través del curso virtual.

Para el trabajo autónomo y la preparación de la asignatura, los alumnos disponen principalmente de una bibliografía básica acorde con el programa de la asignatura, así como materiales de apoyo telemático. De manera general, la docencia se impartirá a través de un curso virtual dentro de la plataforma educativa de la UNED, complementada con la asistencia personalizada del equipo docente y la tutorización presencial en los centros asociados.

Se considera que el trabajo autónomo debe corresponder aproximadamente al 60% del total de créditos de la asignatura. El tiempo dedicado a la lectura y comprensión del material docente debería estar en torno al 20% del total de créditos, y el otro 20% restante se deberá dedicar a la resolución de problemas y ejercicios.

Los estudiantes matriculados en esta asignatura dispondrán de:

- 1) Guía del curso, donde se establecen los objetivos prioritarios y los puntos básicos
- 2) Material didáctico complementario.
- 3) Programa, en el cual se establece la división del contenido de la asignatura por capítulos
- 4) Ejemplos de exámenes propuestos en cursos anteriores, como orientación sobre las pruebas presenciales que deberán realizar

Todos estos materiales de apoyo se encontrarán accesibles en la web de la UNED, en el espacio virtual de esta asignatura en la plataforma AGORA.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

|                                 |                      |
|---------------------------------|----------------------|
| Tipo de examen                  | Examen de desarrollo |
| Preguntas desarrollo            | 3                    |
| Duración del examen             | 120 (minutos)        |
| Material permitido en el examen |                      |

Ninguno

### Criterios de evaluación

Durante curso, los alumnos tendrán la posibilidad de optar porque una parte de su evaluación sea continua a través de actividades prácticas que tendrán lugar a lo largo del curso, y otra parte de evaluación asociada a la calificación de una prueba presencial. Las pruebas de evaluación continua tiene carácter voluntario y, si se realizan, podrán tener un peso en la nota final de hasta el 40% de la calificación final.

**La prueba presencial constará de un examen que contendrá de entre tres y cuatro problemas a resolver. La puntuación de cada uno de ellos dependerá de su grado de dificultad y extensión. Se valorará la exactitud del procedimiento seguido en la resolución.**

|                                                                  |     |
|------------------------------------------------------------------|-----|
| % del examen sobre la nota final                                 | 100 |
| Nota del examen para aprobar sin PEC                             | 5   |
| Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC | 10  |
| Nota mínima en el examen para sumar la PEC                       |     |
| Comentarios y observaciones                                      |     |

### PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? Si

### Descripción

Se propondrán dos PECs, de realización voluntaria, que constarán de ejercicios similares a los propuestos en las pruebas presenciales.

### Criterios de evaluación

Se valorará la exactitud del procedimiento seguido en la resolución.

|                                        |     |
|----------------------------------------|-----|
| Ponderación de la PEC en la nota final | 40% |
| Fecha aproximada de entrega            |     |
| Comentarios y observaciones            |     |

**OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final 0

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

**¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

Para obtener la calificación final se calcularán la siguientes tres cantidades:

1) Nota del examen;

2)  $0,2 \cdot (\text{suma notas 2 PECs}) + 0,6 \cdot (\text{Nota examen})$ ;

3)  $0,2 \cdot (\text{nota de la PECs}) + 0,8 \cdot (\text{Nota examen})$ .

La nota final será el MAYOR de las tres cifras. En estas fórmulas, las PECs no entregadas calificarán como 0. Obviamente, si no se entrega ninguna PEC, la calificación más alta será la 1) y por construcción, las PECs nunca contribuirán a reducir la calificación obtenida en el examen.

**BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

ISBN(13):9781292039855

Título:APPLIED PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH FOURIER SERIES AND BOUNDARY VALUE PROBLEMS: PEARSON NEW INTERNATIONAL EDITION (2013)

Autor/es:Richard Haberman ;

Editorial:PEARSON

El contenido de los temas de esta asignatura se desarrolla en la primera parte de la obra citada como bibliografía básica.

**BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

ISBN(13):9788429151602

Título:ECUACIONES DIFERENCIALES EN DERIVADAS PARCIALES : CON MÉTODOS DE VARIABLE COMPLEJA Y DE TRANSFORMACIONES INTEGRALES

Autor/es:Weinberger, Hans F. ;

Editorial:REVERTÉ

ISBN(13):9789701029855

Título:MATEMÁTICAS AVANZADAS PARA INGENIERÍA Y CIENCIAS

Autor/es:

Editorial:McGraw-Hill

Todo el temario se puede ver complementado en el libro de H. Weinberger *“Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales”* de la editorial Reverté.

Por la gran cantidad de ejercicios y ejemplos prácticos sobre problemas relacionados con la física matemática, es conveniente también utilizar el libro de M. R. Spiegel, *“Matemáticas Avanzadas para Ingeniería y Ciencias”*, de la editorial Mc Graw-Hill.

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

A través del curso virtual se pondrá a disposición de los alumnos diverso material adicional de apoyo al estudio: colección de problemas resueltos, acceso al programa Maple, códigos de cálculo, etc.

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.