

18-19

GRADO EN MATEMÁTICAS  
TERCER CURSO

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## CÁLCULO DE PROBABILIDADES II

CÓDIGO 61023038

UNED

18-19

CÁLCULO DE PROBABILIDADES II

CÓDIGO 61023038

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Nombre de la asignatura	CÁLCULO DE PROBABILIDADES II
Código	61023038
Curso académico	2018/2019
Departamento	ESTADÍSTICA E INVEST. OPERATIVA Y CÁLC. NUMÉRICO
Título en que se imparte	GRADO EN MATEMÁTICAS
Curso	TERCER CURSO
Periodo	SEMESTRE 1
Tipo	OBLIGATORIAS
Nº ETCS	6
Horas	150.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

Esta asignatura estudia *modelos continuos* de *Cálculo de Probabilidades*, en una o en varias dimensiones. Tales modelos corresponden a fenómenos aleatorios cuyos posibles resultados no son un conjunto discreto, sino subconjuntos de la recta real, del plano, etc. Se introducen los conceptos más habituales en *Cálculo de Probabilidades*, como son los de independencia, esperanza condicionada, convergencia de variables aleatorias, teoremas del límite, etc.

Esta asignatura se cursa durante el primer semestre del tercer curso del Grado en Matemáticas. Es la prolongación de la asignatura *Cálculo de Probabilidades 1*, de segundo curso, en la que se consideraron exclusivamente modelos de probabilidad discretos.

En la asignatura *Cálculo de Probabilidades 1* el alumno ya habrá adquirido numerosos conceptos (como los de variable aleatoria, esperanza, esperanza condicionada, leyes de los grandes números, etc.) que serán revisados en esta asignatura desde el punto de vista de los modelos continuos. Aquellos conceptos, que fueron introducidos sin gran aparato matemático en la asignatura anterior, requieren ahora herramientas matemáticas más avanzadas. No obstante, se procura que la formalización matemática no oculte el aspecto intuitivo del cálculo de probabilidades.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

El alumno deberá haber cursado la asignatura *Cálculo de Probabilidades 1*. Además, deberá contar con conocimientos suficientes de análisis matemático, y más concretamente de cálculo e integración en una y varias variables. También deberá tener ciertas nociones de números complejos.

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	TOMAS PRIETO RUMEAU (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	tprieto@ccia.uned.es
Teléfono	91398-7812
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	ESTADÍSTICA, INVESTIGACIÓN OPERATIVA Y CÁLCULO NUMÉRICO

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

Los alumnos podrán ponerse directamente en contacto con el profesor del Equipo Docente por medio del correo electrónico, a través del curso virtual, por teléfono o mediante entrevista personal. En estos últimos casos la atención tendrá lugar en la Facultad de Ciencias (calle Senda del Rey 9, 28040 Madrid), en el teléfono y horario indicados:

**Tomás Prieto Rumeau (lunes lectivos de 10:00 a 14:00)**

**tprieto@ccia.uned.es**    Tel: 91 398 7812

## TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

- Tutorías de centro o presenciales:** se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.
- Tutorías campus/intercampus:** se puede acceder vía internet.

La información ofrecida respecto a las tutorías de una asignatura es orientativa. Las asignaturas con tutorías y los horarios del curso actual estarán disponibles en las fechas de inicio del curso académico. Para más información contacte con su centro asociado.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 61023038

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

CE1 - Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos

CEA1 - Destreza en el razonamiento y capacidad para utilizar sus distintos tipos, fundamentalmente por deducción, inducción y analogía

CEA2 - Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Se incluye en esta competencia la representación gráfica y la aproximación geométrica

CEA3 - Habilidad para crear y desarrollar argumentos lógicos, con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones

CEA4 - Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento ya sea de forma teórica o práctica mediante la búsqueda de contraejemplos

CEA6 - Habilidad para extraer información cualitativa a partir de información cuantitativa

CEA7 - Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita

CED1 - Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores

CED2 - Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos

CEP4 - Resolución de problemas

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Se pretende que los alumnos dispongan, al finalizar el estudio de la asignatura, de los conocimientos necesarios y de las herramientas matemáticas precisas para estudiar y analizar un gran número de situaciones relativas a fenómenos aleatorios, cuyos posibles estados son de naturaleza continua. Los alumnos deberán ser capaces, además, de saber interpretar y valorar las conclusiones del estudio de dichos fenómenos aleatorios, todo ello con un adecuado rigor matemático.

A lo largo de su estudio, el alumno deberá estar particularmente atento a lograr satisfactoriamente los principales resultados de aprendizaje de la asignatura, que son:

- Dominar las propiedades fundamentales de los modelos de probabilidad continuos.
- Saber hacer cálculos de probabilidades, esperanzas y esperanzas condicionadas para estos modelos.
- Ser capaz de modelar situaciones reales mediante modelos matemáticos de probabilidad.
- Desarrollar un enfoque intuitivo de los problemas probabilísticos.
- Dominar las principales características de las distribuciones: marginales, condicionadas, función característica.
- Ser capaz de analizar el comportamiento asintótico de sucesiones de variables aleatorias: distintos tipos de convergencia, teorema central del límite, leyes de los grandes números

## CONTENIDOS

Capítulo 1. Modelos continuos

Capítulo 2. El problema de la medida

Capítulo 3. Espacios de probabilidad

Capítulo 4. Probabilidades en  $\mathbb{R}$ .

Capítulo 5. Variables aleatorias

Capítulo 6. Independencia de variables aleatorias

Capítulo 7. Probabilidades en  $\mathbb{R}^2$ .

Capítulo 8. Variables aleatorias bidimensionales

Capítulo 9. Distribuciones marginales y condicionadas.

Capítulo 10. Probabilidades y variables aleatorias en  $\mathbb{R}^k$

Capítulo 11. Esperanza matemática

Capítulo 12. Análisis descriptivo de las distribuciones en  $\mathbb{R}$ .

Capítulo 13. Análisis descriptivo de las distribuciones en  $\mathbb{R}^k$ .

Capítulo 14. Función característica

Capítulo 15. Distribución normal k-dimensional

Capítulo 16. Convergencia de variables aleatorias

Capítulo 17. Teorema central del límite

Capítulo 18. Leyes de los grandes números

## METODOLOGÍA

El libro de texto se divide en 18 capítulos, divididos a su vez en cinco bloques principales.

### ***BLOQUE I: Modelo básico de las probabilidades continuas***

1. Modelos continuos
2. El problema de la medida
3. Espacios de probabilidad

### ***BLOQUE II: El caso unidimensional***

4. Probabilidades en  $R$
5. Variables aleatorias
6. Independencia de variables aleatorias

### ***BLOQUE III: El caso multidimensional***

7. Probabilidades en  $R^2$
8. Variables aleatorias bidimensionales
9. Distribuciones marginales y condicionadas
10. Probabilidades y variables aleatorias en  $R^k$

### ***BLOQUE IV: Características de las distribuciones de probabilidad***

11. Esperanza matemática
12. Análisis descriptivo de las distribuciones en  $R$
13. Análisis descriptivo de las distribuciones en  $R^k$
14. Función característica
15. Distribución Normal  $k$ -dimensional

### ***BLOQUE V: Límites de sucesiones de variables aleatorias***

16. Convergencia de variables aleatorias
17. Teorema central del límite
18. Leyes de los grandes números

El *Bloque I* es introductorio, detalla el modelo abstracto de la probabilidad e introduce los componentes básicos de los espacios de probabilidad. En el *Bloque II* tal estructura abstracta se concreta para el caso de la recta real, y en el *Bloque III* para espacios euclídeos de varias dimensiones. El *Bloque IV* analiza las características principales de una distribución de probabilidad en una y varias dimensiones. Por fin, el *Bloque V* contiene los principales resultados acerca del comportamiento asintótico de una sucesión de variables aleatorias.

Dentro de este esquema, hay capítulos y secciones cuyos contenidos son los cimientos sobre los que se construyen casos más concretos o descripciones generales de las que muchas situaciones prácticas son casos particulares. Los ejercicios y exámenes, en los que siempre se trata de analizar una situación específica, no suelen requerir el manejo de tal tipo de generalidades, aunque muchas de ellas sean imprescindibles desde un punto de vista conceptual. En concreto, los capítulos o secciones de importancia teórica, pero sin gran trascendencia práctica, son: el Capítulo 2, las Secciones 13.4, 14.3.2 y 14.3.3 y el Capítulo 15. La Sección 18.4, acerca de las series de variables aleatorias, está excluida del programa.

El trabajo personal del alumno debe consistir en el estudio sistemático y secuencial de cada uno de los temas propuestos en el libro de texto. Deberá asimilar adecuadamente los conceptos teóricos, aunque resulta totalmente innecesario estudiar las demostraciones de los teoremas y proposiciones de cada tema. En su mayor parte, tales demostraciones han sido incluidas por afán de completitud, pero son superfluas para la aplicación práctica de los resultados.

En cambio, el alumno deberá prestar especial atención al aspecto práctico, para lo cual deberá asimilar y adquirir soltura en la resolución de muchos de los numerosos **ejemplos** y **ejercicios** propuestos y resueltos en el libro de texto (más de 300, en total). Hay que advertir, sin embargo, que algunos de los ejercicios propuestos tienen una dificultad mayor de la que se supone debe ser capaz de superar el alumno por su cuenta y en un tiempo limitado.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	6
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

Calculadora programable

### Criterios de evaluación

El alumno realizará la Prueba Presencial (examen) en algún Centro Asociado de la UNED, en las convocatorias de febrero (ordinaria) o de septiembre (extraordinaria) de cada curso académico. El examen constará de cuestiones teóricas y de diversos ejercicios de carácter práctico, similares a los que el alumno ha encontrado en los ejemplos y ejercicios del libro de texto. La duración del examen será de dos horas, y el alumno podrá realizar el examen ayudado, únicamente, de una calculadora.

% del examen sobre la nota final	100
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4
Comentarios y observaciones	

### PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC?	Si
Descripción	

Para realizar estas pruebas, el alumno tiene que proponer como máximo dos problemas que sean variantes de algunos de los ejemplos o ejercicios resueltos en el libro, indicando explícitamente de cuáles provienen, y resolver de manera rigurosa y razonada esos problemas. Cuando se presenten dos problemas, estos deben provenir de dos bloques distintos del temario (ver la división en cinco bloques del temario hecha en sección "Metodología"). Por *variante* se entiende una modificación no trivial del enunciado del problema de partida. La resolución del problema que proponga el alumno podrá basarse en el método de resolución del problema de partida, incorporando los elementos adicionales necesarios.

**El alumno entregará las Pruebas de Evaluación Continua en el curso virtual, utilizando la herramienta de “Entrega de trabajos”, subiendo un único archivo en formato pdf. La entrega de la Prueba estará abierta hasta el día 18 de enero de 2019.**

**Con esta modalidad de Prueba de Evaluación Continua se pretende potenciar la capacidad inventiva del alumno a la hora de plantearse nuevos problemas, así como fomentar su creatividad para producir soluciones de manera autónoma. De hecho, el método de plantear modelos alternativos a los existentes en la bibliografía es un procedimiento muy usual en la investigación matemática. La exigencia de resolver variantes de ejercicios formulados en el texto pretende evitar, en la medida de lo posible, que se propongan y resuelvan ejercicios fruto de la búsqueda en otros textos.**

**Es admisible que la evaluación continua que se presente sea el fruto de la colaboración entre dos, o a lo sumo tres, alumnos (costumbre también muy frecuente en la investigación matemática). En este caso, cada alumno subirá al curso virtual el mismo archivo pdf, mencionando en la primera página que se trata de un trabajo en colaboración e indicando el nombre de todos los participantes. Por el contrario, no serán admisibles ejercicios “casualmente idénticos” de distintos alumnos.**

#### Criterios de evaluación

Terminado el plazo de entrega de las Pruebas de Evaluación Continua, los tutores calificarán cada problema enviado por el alumno con una nota comprendida entre cero y un punto. La calificación final de la Prueba de Evaluación Continua se obtendrá como la suma de las calificaciones de los problemas que el alumno haya remitido al tutor, con un máximo de dos puntos.

**La calificación de la Prueba de Evaluación Continua se sumará a la nota obtenida por el alumno en la Prueba Presencial, siempre que esta última sea mayor o igual que cuatro**

Ponderación de la PEC en la nota final

Fecha aproximada de entrega

18/01/2019

Comentarios y observaciones

**OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final 0

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

**¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

La calificación final del alumno se determina según la siguiente regla.

La Prueba Presencial será calificada con una nota comprendida entre cero y diez puntos.

Si la calificación de la Prueba Presencial (en convocatoria ordinaria o extraordinaria) es menor que cuatro, entonces la calificación del alumno será de suspenso.

Si la calificación de la Prueba Presencial (en convocatoria ordinaria o extraordinaria) es mayor o igual que cuatro, entonces la nota final del alumno se determinará sumando las notas de la Prueba Presencial y de la Prueba de Evaluación Continua, con un máximo de diez puntos.

**BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

ISBN(13):9788496062412

Título:CÁLCULO DE PROBABILIDADES 2 (1ª)

Autor/es:Vélez Ibarrola, Ricardo ;

Editorial:EDICIONES ACADÉMICAS, S.A. (EDIASA)

Muchos de los textos existentes, principalmente en francés o inglés, sobre Cálculo de Probabilidades dedican una parte importante de su exposición a la Teoría de la Medida, que no forma parte del programa de esta asignatura. Otros, por el contrario, tienen un carácter excesivamente instrumental y están más orientados a estudiantes que no cursan estudios de Matemáticas. Aunque los principales conceptos teóricos figuran en la mayor parte de ellos, el carácter más distintivo del texto recomendado es el énfasis en los ejercicios y problemas.

**BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

El alumno contará con el apoyo del Equipo Docente y del Profesor Tutor que le sea asignado. Cuenta además con diversos medios de apoyo, como son el curso virtual (en el que se podrá entrar en contacto con el Equipo Docente, los Profesores Tutores y otros estudiantes), las bibliotecas de los Centros Asociados, etc.

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.