

21-22

GRADO EN MATEMÁTICAS  
TERCER CURSO

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## CÁLCULO DE PROBABILIDADES II

CÓDIGO 61023038

UNED

21-22

CÁLCULO DE PROBABILIDADES II

CÓDIGO 61023038

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Nombre de la asignatura	CÁLCULO DE PROBABILIDADES II
Código	61023038
Curso académico	2021/2022
Departamento	ESTADÍSTICA E INVEST. OPERATIVA Y CÁLC. NUMÉRICO
Título en que se imparte	GRADO EN MATEMÁTICAS
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN MATEMÁTICAS (PLAN 2011) - TERCERCURSO - SEMESTRE 1
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN MATEMÁTICAS (PLAN 2019) - TERCERCURSO - SEMESTRE 1
Tipo	OBLIGATORIAS
Nº ETCS	6
Horas	150.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

Esta asignatura estudia *modelos continuos* de *Cálculo de Probabilidades*, en una o en varias dimensiones. Tales modelos corresponden a fenómenos aleatorios cuyos posibles resultados no son un conjunto discreto, sino subconjuntos de la recta real, del plano, etc. Se introducen los conceptos más habituales en *Cálculo de Probabilidades*, como son los de independencia, esperanza condicionada, convergencia de variables aleatorias, teoremas del límite, etc.

Esta asignatura se cursa durante el primer semestre del tercer curso del Grado en Matemáticas. Es la prolongación de la asignatura *Cálculo de Probabilidades 1*, de segundo curso, en la que se consideraron exclusivamente modelos de probabilidad discretos.

En la asignatura *Cálculo de Probabilidades 1* el alumno ya habrá adquirido numerosos conceptos (como los de variable aleatoria, esperanza, esperanza condicionada, leyes de los grandes números, etc.) que serán revisados en esta asignatura desde el punto de vista de los modelos continuos. Aquellos conceptos, que fueron introducidos sin gran aparato matemático en la asignatura anterior, requieren ahora herramientas matemáticas más avanzadas. No obstante, se procura que la formalización matemática no oculte el aspecto intuitivo del cálculo de probabilidades.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

El alumno deberá haber cursado la asignatura *Cálculo de Probabilidades 1*. Además, deberá contar con conocimientos suficientes de análisis matemático, y más concretamente de cálculo e integración en una y varias variables. También deberá tener ciertas nociones de números complejos.

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	TOMAS PRIETO RUMEAU (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	tprieto@ccia.uned.es
Teléfono	91398-7812
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	ESTADÍSTICA, INVESTIGACIÓN OPERATIVA Y CÁLCULO NUMÉRICO

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

Los alumnos podrán ponerse en contacto con el profesor del equipo docente por teléfono (91 398 78 12) o mediante entrevista personal los **lunes lectivos del primer semestre de 10:00 a 14:00**. También pueden enviar un correo electrónico a [tprieto@ccia.uned.es](mailto:tprieto@ccia.uned.es)

El período lectivo de la asignatura comprende desde el comienzo del curso académico hasta el último día lectivo antes del comienzo de las Pruebas Presenciales de febrero. Fuera de este período, no se atenderá ninguna duda de contenido de la asignatura. Asimismo, tampoco se atenderán dudas durante las vacaciones de Navidad. A tal efecto, los foros de consultas de la asignatura permanecerán cerrados durante las vacaciones de Navidad y a partir del final del período lectivo del primer semestre, manteniéndose abierto únicamente el foro de estudiantes.

## TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

- Tutorías de centro o presenciales:** se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.
- Tutorías campus/intercampus:** se puede acceder vía internet.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 61023038

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

CE1 - Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos

CEA1 - Destreza en el razonamiento y capacidad para utilizar sus distintos tipos, fundamentalmente por deducción, inducción y analogía

CEA2 - Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Se incluye en esta competencia la representación gráfica y la aproximación geométrica

CEA3 - Habilidad para crear y desarrollar argumentos lógicos, con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones

CEA4 - Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento ya sea de forma teórica o práctica mediante la búsqueda de contraejemplos

CEA6 - Habilidad para extraer información cualitativa a partir de información cuantitativa

CEA7 - Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita

CED1 - Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores

CED2 - Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos

CEP4 - Resolución de problemas

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Se pretende que los alumnos dispongan, al finalizar el estudio de la asignatura, de los conocimientos necesarios y de las herramientas matemáticas precisas para estudiar y analizar un gran número de situaciones relativas a fenómenos aleatorios, cuyos posibles estados son de naturaleza continua. Los alumnos deberán ser capaces, además, de saber interpretar y valorar las conclusiones del estudio de dichos fenómenos aleatorios, todo ello con un adecuado rigor matemático.

A lo largo de su estudio, el alumno deberá estar particularmente atento a lograr satisfactoriamente los principales resultados de aprendizaje de la asignatura, que son:

- Dominar las propiedades fundamentales de los modelos de probabilidad continuos.
- Saber hacer cálculos de probabilidades, esperanzas y esperanzas condicionadas para estos modelos.
- Ser capaz de modelar situaciones reales mediante modelos matemáticos de probabilidad.
- Desarrollar un enfoque intuitivo de los problemas probabilísticos.
- Dominar las principales características de las distribuciones: marginales, condicionadas, función característica.
- Ser capaz de analizar el comportamiento asintótico de sucesiones de variables aleatorias: distintos tipos de convergencia, teorema central del límite, leyes de los grandes números

## CONTENIDOS

Capítulo 1. Modelos continuos

Capítulo 2. El problema de la medida

Capítulo 3. Espacios de probabilidad

Capítulo 4. Probabilidades en  $\mathbb{R}$ .

Capítulo 5. Variables aleatorias

Capítulo 6. Independencia de variables aleatorias

Capítulo 7. Probabilidades en  $\mathbb{R}^2$ .

Capítulo 8. Variables aleatorias bidimensionales

Capítulo 9. Distribuciones marginales y condicionadas.

Capítulo 10. Probabilidades y variables aleatorias en  $\mathbb{R}^k$

Capítulo 11. Esperanza matemática

Capítulo 12. Análisis descriptivo de las distribuciones en  $\mathbb{R}$ .

Capítulo 13. Análisis descriptivo de las distribuciones en  $\mathbb{R}^k$ .

Capítulo 14. Función característica

Capítulo 15. Distribución normal k-dimensional

Capítulo 16. Convergencia de variables aleatorias

Capítulo 17. Teorema central del límite

Capítulo 18. Leyes de los grandes números

## METODOLOGÍA

El libro de texto se divide en 18 capítulos, divididos a su vez en cinco bloques principales.

### **BLOQUE I: Modelo básico de las probabilidades continuas**

1. Modelos continuos
2. El problema de la medida
3. Espacios de probabilidad

### **BLOQUE II: El caso unidimensional**

4. Probabilidades en  $R$
5. Variables aleatorias
6. Independencia de variables aleatorias

### **BLOQUE III: El caso multidimensional**

7. Probabilidades en  $R^2$
8. Variables aleatorias bidimensionales
9. Distribuciones marginales y condicionadas
10. Probabilidades y variables aleatorias en  $R^k$

### **BLOQUE IV: Características de las distribuciones de probabilidad**

11. Esperanza matemática
12. Análisis descriptivo de las distribuciones en  $R$
13. Análisis descriptivo de las distribuciones en  $R^k$
14. Función característica
15. Distribución Normal  $k$ -dimensional

### **BLOQUE V: Límites de sucesiones de variables aleatorias**

16. Convergencia de variables aleatorias
17. Teorema central del límite
18. Leyes de los grandes números

El *Bloque I* es introductorio, detalla el modelo abstracto de la probabilidad e introduce los componentes básicos de los espacios de probabilidad. En el *Bloque II* tal estructura abstracta se concreta para el caso de la recta real, y en el *Bloque III* para espacios euclídeos de varias dimensiones. El *Bloque IV* analiza las características principales de una distribución de probabilidad en una y varias dimensiones. Por fin, el *Bloque V* contiene los principales resultados acerca del comportamiento asintótico de una sucesión de variables aleatorias.

Dentro de este esquema, hay capítulos y secciones cuyos contenidos son los cimientos sobre los que se construyen casos más concretos o descripciones generales de las que muchas situaciones prácticas son casos particulares. Los ejercicios y exámenes, en los que siempre se trata de analizar una situación específica, no suelen requerir el manejo de tal tipo de generalidades, aunque muchas de ellas sean imprescindibles desde un punto de vista conceptual. En concreto, los capítulos o secciones de importancia teórica, pero sin gran trascendencia práctica, son: el Capítulo 2, las Secciones 13.4, 14.3.2 y 14.3.3 y el Capítulo 15. La Sección 18.4, acerca de las series de variables aleatorias, está excluida del programa.

El trabajo personal del alumno debe consistir en el estudio sistemático y secuencial de cada uno de los temas propuestos en el libro de texto. Deberá asimilar adecuadamente los conceptos teóricos, aunque resulta totalmente innecesario estudiar las demostraciones de los teoremas y proposiciones de cada tema. En su mayor parte, tales demostraciones han sido incluidas por afán de completitud, pero son superfluas para la aplicación práctica de los resultados.

En cambio, el alumno deberá prestar especial atención al aspecto práctico, para lo cual deberá asimilar y adquirir soltura en la resolución de muchos de los numerosos **ejemplos** y **ejercicios** propuestos y resueltos en el libro de texto (más de 300, en total). Hay que advertir, sin embargo, que algunos de los ejercicios propuestos tienen una dificultad mayor de la que se supone debe ser capaz de superar el alumno por su cuenta y en un tiempo limitado.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen tipo test
Preguntas test	10
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

Únicamente se permite el uso de una calculadora programable.

### Criterios de evaluación

El alumno realizará la Prueba Presencial (examen) en algún Centro Asociado de la UNED, en las convocatorias de febrero (ordinaria) o de septiembre (extraordinaria) de cada curso académico.

**El examen constará de diez preguntas tipo test. Para cada pregunta se propondrán cuatro posibles respuestas, de las cuales únicamente una es correcta. Una pregunta contestada correctamente tiene un valor de 1 punto; una pregunta contestada incorrectamente resta 0.4 puntos; una pregunta en blanco no suma ni resta puntos. Las preguntas serán de carácter teórico y práctico, con mayoría de preguntas de tipo práctico, similares a las que el alumno ha encontrado en los ejemplos y ejercicios del libro de texto.**

% del examen sobre la nota final	100
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	5
Comentarios y observaciones	



**PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)**

¿Hay PEC? Si

## Descripción

La prueba de evaluación continua (PEC) consistirá en un cuestionario on-line que se realizará a través de la plataforma Alf del curso virtual. La PEC estará constituida por cinco preguntas de tipo test, de carácter teórico o práctico. Para cada pregunta se propondrán cuatro posibles respuestas, de las que habrá únicamente una correcta. **El cuestionario estará disponible del 10 de diciembre al 12 de diciembre. Una vez que el alumno haya accedido al cuestionario, dispondrá de una hora para contestarlo. El 13 de diciembre se publicarán las soluciones y las calificaciones de la PEC.**

**La temario de la PEC abarca los once primeros capítulos del libro de texto.**

**La realización de la PEC es voluntaria.**

## Criterios de evaluación

La nota máxima de la PEC es de dos puntos. Una pregunta contestada correctamente tiene un valor de 0,4 puntos. Una pregunta contestada incorrectamente resta 0,15 puntos. Una pregunta en blanco ni suma ni resta puntos.

**La nota de la PEC se sumará (en su caso) a las calificaciones del examen escrito de la convocatoria de febrero y de septiembre del curso actual.**

**A los alumnos repetidores no se les guardará la nota de la PEC de ningún curso anterior, debiendo -si lo quieren- realizar de nuevo la PEC.**

Ponderación de la PEC en la nota final

Fecha aproximada de entrega 12/12/2021

Comentarios y observaciones

**OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

## Descripción

## Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final 0

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

**¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

La calificación final del alumno se determina según la siguiente regla.

La Prueba Presencial será calificada con una nota comprendida entre cero y diez puntos.

Si la calificación de la Prueba Presencial (en convocatoria ordinaria o extraordinaria) es menor que cinco, entonces la calificación del alumno será de suspenso.

Si la calificación de la Prueba Presencial (en convocatoria ordinaria o extraordinaria) es mayor o igual que cinco, entonces la nota final del alumno se determinará sumando las notas de la Prueba Presencial y de la Prueba de Evaluación Continua, con un máximo de diez puntos.

**Para obtener la calificación de Matrícula de Honor será necesario haber obtenido un 10 en la prueba presencial, un 2 en la PEC y, además, haber tenido una participación activa y de calidad en el foro de la asignatura.**

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788436275605

Título:CÁLCULO DE PROBABILIDADES 2 (2019)

Autor/es:Vélez Ibarrola, Ricardo ;

Editorial:Editorial UNED Colección Grado

El libro de texto básico de la asignatura es "Cálculo de Probabilidades 2", publicado en 2019 por la Editorial UNED. Este libro es una nueva edición del texto "Cálculo de Probabilidades 2" de Ediciones Académicas, S.A. (ver la bibliografía complementaria). **Cualquiera de las dos ediciones es válida para preparar la asignatura.**

Muchos de los textos existentes, principalmente en francés o inglés, sobre Cálculo de Probabilidades dedican una parte importante de su exposición a la Teoría de la Medida, que no forma parte del programa de esta asignatura. Otros, por el contrario, tienen un carácter excesivamente instrumental y están más orientados a estudiantes que no cursan estudios de Matemáticas. Aunque los principales conceptos teóricos figuran en la mayor parte de ellos, el carácter más distintivo del texto recomendado es el énfasis en los ejercicios y problemas.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9788496062412

Título:CÁLCULO DE PROBABILIDADES 2 (1ª)

Autor/es:Vélez Ibarrola, Ricardo ;

Editorial:EDICIONES ACADÉMICAS, S.A. (EDIASA)

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

En el curso virtual, el alumno dispondrá de grabaciones realizadas por el tutor intercampus de la asignatura. Se propondrá una grabación semanal.

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.