18-19

GRADO EN MATEMÁTICAS
TERCER CURSO

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



# GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES

**CÓDIGO 61023067**

UNED

18-19

**GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES**

**CÓDIGO 61023067**

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA
EQUIPO DOCENTE
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE
RESULTADOS DE APRENDIZAJE
CONTENIDOS
METODOLOGÍA
SISTEMA DE EVALUACIÓN
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

| | |
|---|---|
| Nombre de la asignatura | GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES |
| Código | 61023067 |
| Curso académico | 2018/2019 |
| Departamento | MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES |
| Título en que se imparte | GRADO EN MATEMÁTICAS |
| Curso | TERCER CURSO |
| Periodo | SEMESTRE 2 |
| Tipo | OBLIGATORIAS |
| Nº ETCS | 6 |
| Horas | 150.0 |
| Idiomas en que se imparte | CASTELLANO |

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

La geometría es una de las materias centrales de las matemáticas. Además de ser una de las disciplinas más antiguas, es también una de las que ofrece mayor número de aplicaciones.
Esta asignatura es una introducción a la rama de la geometría que se conoce por **geometría diferencial**. Es la geometría que surge al utilizar los métodos de cálculo diferencial e integral en el estudio de las figuras geométricas. Se estudian las **curvas y superficies** en el espacio euclidiano tridimensional que son los objetos más sencillos dentro de este tipo de geometría.
La geometría diferencial de curvas y superficies es la materia donde se introducen por primera vez las herramientas básicas de geometría diferencial. La geometría diferencial es una de las ramas más activas en investigación y tiene aplicaciones fuera y dentro de las matemáticas. Por ejemplo, fuera de las matemáticas, en física relativista o en diseño asistido por ordenador y dentro de las matemáticas podemos señalar que la conjetura de Poincaré, uno de los problemas más importantes dentro de la topología ha sido demostrada usando técnicas de geometría diferencial.
En la asignatura Geometría Diferencial, optativa de cuarto curso, se profundizará en el estudio de esta rama de la geometría.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Esta asignatura es integradora y es capaz de reunir y aplicar métodos de campos distintos de las matemáticas que el alumno debe conocer, al menos básicamente.
Se recomienda haber cursado previamente las siguientes asignaturas del grado:
Funciones de una variable I y II
Funciones de varias variables I y II
Álgebra Lineal I y II
Geometrías Lineales
Introducción a las ecuaciones diferenciales

Campos y formas
Topología

## EQUIPO DOCENTE

| | |
|---|---|
| Nombre y Apellidos | CARLOS ESCUDERO LIEBANA (Coordinador de asignatura) |
| Correo Electrónico | cescudero@mat.uned.es |
| Teléfono | 91398-7238 |
| Facultad | FACULTAD DE CIENCIAS |
| Departamento | MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES |

| | |
|---|---|
| Nombre y Apellidos | CARLOS SHAHIN SHABAZI ALONSO |
| Correo Electrónico | cshahbazi@mat.uned.es |
| Teléfono | 91398-8110 |
| Facultad | FACULTAD DE CIENCIAS |
| Departamento | MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES |

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

Se llevará principalmente por la virtualización de la asignatura.
Extraordinariamente también se puede utilizar el teléfono: 91 3987224 o el correo electrónico:
acosta@mat.uned.es
El horario de atención es: Miércoles de 15:00 a 19:00.
Despacho 121 de la Facultad de Ciencias de la UNED, calle Senda del Rey, 9, 28040 Madrid.

## TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

•**Tutorías de centro o presenciales**: se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.

•**Tutorías campus/intercampus**: se puede acceder vía internet.

La información ofrecida respecto a las tutorías de una asignatura es orientativa. Las asignaturas con tutorías y los horarios del curso actual estarán disponibles en las fechas de inicio del curso académico. Para más información contacte con su centro asociado.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 61023067

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Competencias generales:
CG1 Iniciativa y motivación
CG2 Planificación y organización
CG3 Manejo adecuado del tiempo

CG4 Análisis y Síntesis
CG6 Razonamiento crítico
CG7 Toma de decisiones
CG8 Seguimiento, monitorización y evaluación del trabajo propio o de otros
CG9 Motivación por la calidad
CG10 Comunicación y expresión escrita
CG13 Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica
CG14 Competencia en el uso de las TIC
CG15 Competencia en la búsqueda de información relevante
CG16 Competencia en la gestión y organización de la información
CG18 Habilidad para coordinarse con el trabajo de otros
CG19 Compromiso ético (por ejemplo en la realización de trabajos sin plagios, etc.)

Competencias específicas:
CED1 Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores
CED2 Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos
CEP4 Resolución de problemas
CEA1 Destreza en el razonamiento y capacidad para utilizar sus distintos tipos, fundamentalmente por deducción, inducción y analogía
CEA2 Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Se incluye en esta competencia la representación gráfica y la aproximación geométrica
CEA3 Habilidad para crear y desarrollar argumentos lógicos, con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones
CEA4 Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento ya sea de forma teórica o práctica mediante la búsqueda de contraejemplos
CEA6 Habilidad para extraer información cualitativa a partir de información cuantitativa
CEA7 Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita
CE1 Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Conocimientos:

1. Saber que es una curva o una superficie diferenciable.
2. Conocer los invariantes locales del estudio de curvas y superficies: curvatura, torsión, primera y segunda formas fundamentales, curvatura media y de Gauss.

3. Conocer los teoremas fundamentales y más importantes dentro de la teoría elemental de geometría diferencial de curvas y superficies.
4. Conocer algunos teoremas globales de geometría diferencial.
5. Conocer de modo básico la geometría intrínseca en una superficie, así como los objetos básicos dentro de esa geometría: métrica y geodésicas. Saber que la geometría intrínseca en una superficie puede ser muy diferente a la geometría euclidiana.
6. Conocer el teorema egregio de Gauss y el teorema de Gauss para triángulos geodésicos y la relación entre elementos de geometría intrínseca y curvatura.
7. Conocer el teorema de Gauss-Bonnet y la relación entre la curvatura y la topología.

Destrezas y habilidades:

1. Dotar a un objeto de una estructura de curva o superficie diferenciable y así poder aplicar los métodos del análisis para la resolución de problemas referidos a tal objeto.
2. Definir curvas y superficies por parametrizaciones, atlas y por ecuaciones implícitas.
3. Cálculo de rectas y planos tangentes y normales.
4. Cálculo de los invariantes de curvatura para curvas y superficies.
5. Distinguir gráficamente el signo de la curvatura para una curva plana y el signo de la torsión en una curva espacial.
6. Distinguir los puntos de una superficie que son elípticos, parabólicos e hiperbólicos.
7. Distinguir propiedades e invariantes globales y locales.
8. Medir ángulos y distancias en geometría intrínseca de una superficie.
9. Cálculo de geodésicas en ejemplos sencillos.
10. Distinguir gráficamente lo que es una geodésica en una superficie.
11. Relacionar la topología con la curvatura total de una superficie.

Competencias:

1. Abre la posibilidad del estudio de la geometría diferencial más avanzada.
2. Aplicar a problemas reales (ingeniería, diseño, visión por ordenador, teoría de control) herramientas avanzadas de análisis matemático dotando de estructura diferencial (de curva o superficie) a los objetos dados.

3. Abre la posibilidad de entender la física moderna: cosmología, relatividad, mecánica.

## CONTENIDOS

Curvas en el plano.

1. Curvas en el plano.
2. Recta tangente.
3. Orientación, velocidad, longitud de arco.
4. Sistema de referencia móvil.
5. Curvatura.
6. Fórmulas de Frenet.
7. Interpretación geométrica de la curvatura.
8. Teorema fundamental de curvas planas.

Curvas en el espacio.

1. Curvas en el espacio.
2. Recta tangente y plano osculador.
3. Orientación, velocidad, longitud de arco.
4. Sistema de referencia móvil.
5. Curvatura y torsión de curvas espaciales.
6. Fórmulas de Frenet.
7. Interpretación geométrica de la torsión.
8. Teorema fundamental de curvas espaciales.

Superficies.

1. Cartas y superficies en el espacio.
2. Superficies en implícitas.
3. Curvas en una superficie. Plano tangente. Vector normal.
4. Orientabilidad.
5. Aplicaciones entre superficies.
6. Aplicación tangente.

Geometría intrínseca.

1. Primera forma fundamental.
2. Medida de ángulos, longitudes de curvas y áreas en geometría intrínseca.
3. Geodésicas.
4. Entornos y coordenadas geodésicas.
5. Isometrías.

Teoría clásica de superficies.

1. Operador de Weingarten.
2. Segunda forma fundamental. Secciones normales.
3. Direcciones y curvaturas principales. Líneas de curvatura.
4. Curvatura de Gauss y curvatura media.
5. Direcciones y líneas asintóticas.
6. Algunos teoremas globales.

Geometría intrínseca y curvatura de Gauss.

1. Símbolos de Chistoffel.
2. Teorema Egregio de Gauss.
3. Teorema fundamental de superficies.
4. Curvatura geodésica.
5. El teorema de Gauss-Bonnet.
6. El teorema de Gauss-Bonnet global.

## METODOLOGÍA

El sistema fundamental de aprendizaje es el estudio del texto básico:

•Antonio F. Costa, Manuel Gamboa y Ana M. Porto, Geometría Diferencial de Curvas y Superficies, Sanz y Torres, Madrid 2018.

A la vez que se estudian los capítulos se deben realizar los ejercicios propuestos.

Se debe completar su estudio con los vídeos en la virtualización de la asignatura.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

**TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL**

| | |
|---|---|
| Tipo de examen | Examen de desarrollo |
| Preguntas desarrollo | 3 |
| Duración del examen | 120 (minutos) |
| Material permitido en el examen | |

Calculadora no programable

Criterios de evaluación

Corrección de los argumentos matemáticos.

**Redacción y presentación.**

| | |
|---|---|
| % del examen sobre la nota final | 90 |
| Nota del examen para aprobar sin PEC | 5 |
| Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC | 10 |
| Nota mínima en el examen para sumar la PEC | 4 |

Comentarios y observaciones

Aunque aparece que el valor de la prueba presencial sobre la nota final es el 90%, en realidad puede llegar a ser el 100% si no se realiza la PEC. Ver final: ¿Cómo se obtiene la nota final?

**PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)**

¿Hay PEC? Si

Descripción

La prueba consistirá en la resolución de uno o dos ejercicios prácticos y será depositada por el alumno en la virtualización (en Entrega de Trabajos, donde podrá también ver el enunciado de los ejercicios).

**Se llevará a cabo el segundo fin de semana del mes de abril.**

Criterios de evaluación

Se valorará principalmente la corrección matemática.

**También se valorará la redacción y presentación.**

**Todas las respuestas deben ir justificadas.**

| | |
|---|---|
| Ponderación de la PEC en la nota final | Hasta el 10%, ver apartado final ¿Cómo se obtiene la nota final? |
| Fecha aproximada de entrega | 13/04/2019 |

Comentarios y observaciones

**OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final 0

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

**¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

1. Si el estudiante realiza la PEC:

**a. Si obtiene en la Prueba Presencial o en la PEC una calificación inferior a 4:**
**Nota final = Nota Prueba Presencial**
**b. Si obtiene en la Prueba Presencial y en la PEC una calificación superior o igual a 4:**
**Nota final = min (Nota Prueba Presencial + Nota PEC×0,1, 10)**
**2. Si el estudiante no realiza la PEC:**
**Nota final = Nota Prueba Presencial**

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788416466818
Título:GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES (2018)
Autor/es:Gamboa, José Manuel ; Costa, Antonio F. ; Porto, Ana M. ;
Editorial:SANZ Y TORRES

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9788496094482
Título:NOTAS DE GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES: TEORÍA Y EJERCICIOS (3ª)
Autor/es:Gamboa Mutuberría, José Manuel ; Porto Ferreira Da Silva, Ana Mª ; Costa González, Antonio Félix ;
Editorial:SANZ Y TORRES

*- Otros libros de consulta:*

•Amores Lázaro, A.M., Curso básico de curvas y superficies, Sanz y Torres, Madrid 2001.
•Cordero, L.A., Fernández, M., Gray, A., Geometría diferencial de curvas y superficies con Mathematica, Addison-Wesley Iberoamericana, S. A., Wilmintong, Delaware, E. U. A., 1995.
•do Carmo, M. P., Geometría diferencial de curvas y superficies, Alianza Universidad Textos, Madrid 1990.
•Hsiung, C-C., A first course in Differential Geometry, International Press, Cambridge MA, 1997.
•Millman, R. S. and Parker, G. D., Elements of Differential Geometry, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ., 1977.
•Montiel S. y Ros A., Curvas y superficies, Proyecto Sur de Ediciones, S. L., Granada 1997.
•O'Neill, B., Elementos de geometría diferencial, Noriega-Limusa, Mexico 1990.
•Pogorelov, A. V., Geometría Diferencial, Mir, Moscú 1994.

•Struik, D.J., Lectures on classical differential geometry, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1961.
•Thorpe, J.A., Elementary topics in differential geometry, U.T.M., Springer-Verlag, New York 1979.
•Ventura Araújo, P., Geometría Diferencial, IMPA, Rio de Janeiro 1998.

*- Libros de ejercicios*:

•Fedenko, A. S., Problemas de geometría diferencial, Editorial Mir, Moscú 1991.
•Lipschutz, M., Geometría Diferencial, Serie Schaum, MacGraw-Hill, México 1971. Tiene además una buen resumen teórico en cada tema.
•López de la Rica, A. y de la Villa Cuenca, A., Geometría Diferencial, Universidad Pontificia de Comillas, Madrid, 1997.

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

En el curso virtual encontrará diversos materiales de apoyo a la asignatura.
En la dirección www.uv.es/montesin/ pueden descargar el programa Superficies que puede ser de ayuda en algunos puntos de la asignatura.
En la siguiente dirección:
http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Curves/Curves.html
pueden encontrar un catálogo de curvas famosas e históricas.

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.