

21-22

GRADO EN FÍSICA  
PRIMER CURSO

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## ANÁLISIS MATEMÁTICO II

CÓDIGO 61041071

UNED

21-22

ANÁLISIS MATEMÁTICO II

CÓDIGO 61041071

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Nombre de la asignatura	ANÁLISIS MATEMÁTICO II
Código	61041071
Curso académico	2021/2022
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES
Título en que se imparte	GRADO EN FÍSICA
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN FÍSICA (PLAN 2011) - PRIMERCURSO - SEMESTRE 2
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN FÍSICA (PLAN 2019) - PRIMERCURSO - SEMESTRE 2
Tipo	FORMACIÓN BÁSICA
Nº ETCS	6
Horas	150.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

El análisis matemático es un parte de las matemáticas que trata de las nociones de función, límite, derivación e integración. En esta asignatura se van a presentar los conceptos básicos para funciones de varias variables (es una extensión de lo que se ha visto en la asignatura de Análisis I). Dichos conceptos junto con sus aplicaciones han formado la base de la matematización de los conceptos físicos; algunos, como la teoría de campos vectoriales, conformaron la física teórica de electromagnetismo en el siglo XIX.

El contenido de la asignatura es un material básico y constituye la base para poder entender las asignaturas de Mecánica y electromagnetismo. A su vez el cálculo diferencial e integral de funciones de varias variables constituyen una herramienta básica en otras asignaturas de contenido matemático del Grado en Físicas.

Esta asignatura va a permitir al alumno adquirir las siguientes destrezas y competencias:

### A. Generales

- Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos. Habilidad para formular problemas procedentes de un entorno profesional, en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Habilidad para ayudar a profesionales no matemáticos a aplicar esta materia.
- Destreza en el razonamiento y capacidad para utilizar sus distintos tipos, fundamentalmente por deducción, inducción y analogía. Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Se incluye en esta competencia la aproximación geométrica y numérica.
- Habilidad para crear y desarrollar argumentos lógicos, con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones. Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento tanto de forma teórica como práctica mediante la búsqueda de contraejemplos.
- Habilidad para extraer información cualitativa a partir de información cuantitativa. Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto de forma oral como escrita.

- Capacidad de relacionar distintas áreas de las matemáticas. Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos.

#### B. Específicas

- Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales del Análisis Matemático que servirá para el estudio de las restantes asignaturas del curso.
- Destreza para resolver problemas de cálculo diferencial e integral de funciones de varias variables y campos vectoriales.
- Habilidades y destrezas que le permitan operar con funciones de varias variables y sus representaciones gráficas, cálculo de límites, derivadas, integrales y aproximaciones numéricas, mediante el razonamiento, el análisis y la reflexión.
- Capacidad para resolver problemas de valores extremos, cálculo de raíces de sistemas de ecuaciones no lineales y aproximación de funciones.
- Capacidad para calcular longitudes, áreas y volúmenes.
- Destreza para resolver problemas paramétricos y de ajuste por mínimos cuadrados.
- Habilidad para proponer y plantear problemas prácticos y teóricos mediante las técnicas del cálculo diferencial e integral de funciones escalares de varias variables y campos vectoriales.

### TEMARIO DE LA ASIGNATURA

#### Tema 1. Curvas

##### 1.1 Cónicas

Parábolas. Propiedad focal de la parábola. Elipses. La propiedad focal de la elipse. Directrices de una elipse. Hipérbolas. Propiedad focal de la hipérbola. Clasificación de cónicas generales

##### 1.2 Curvas paramétricas

Curvas planas generales y parametrizaciones. Algunas curvas planas de interés.

##### 1.3 Curvas paramétricas suaves y sin pendientes

Pendiente de una curva paramétrica. Dibujo de curvas paramétricas.

##### 1.4 Longitudes de arco y áreas de curvas paramétricas

Longitudes de arco y áreas de superficie. Áreas limitadas por curvas paramétricas.

##### 1.5 Coordenadas polares y curvas polares

Algunas curvas en polares. Intersecciones de curvas en polares. Cónicas en polares.

##### 1.6 Pendientes, áreas y longitudes de arco de curvas polares

Áreas limitadas por curvas en polares. Longitudes de arco de curvas en polares.

##### 1.7 Funciones vectoriales de una variable

Diferenciación de combinación de vectores.

**I.8 Algunas aplicaciones de la diferencial vectorial**

Movimiento de una masa variable. Movimiento circular. Sistemas en rotación y el efecto Coriolis.

**I.9 Curvas y parametrizaciones**

Parametrización de la curva intersección de dos superficies. Longitud de arco. Curvas suaves por tramos. Parametrización mediante la longitud de arco.

**I.10 Curvatura, torsión y sistema de referencia de Frenet.**

El vector tangente unitario. Curvatura y normal unitaria. Torsión y binormal, Fórmulas de Frenet-Serret.

**I.11 Curvatura y torsión para parametrizaciones generales**

Aceleración tangencial y normal. Evolutas. Aplicación al diseño de vías (o carreteras).

**2. Tema II. Diferenciación parcial****II.1 Funciones de varias variables**

Representaciones gráficas

**II.2 Límites y continuidad****II.3 Derivadas parciales**

Planos tangentes y rectas normales. Distancia de un punto a una superficie. Un ejemplo geométrico.

**II.4 Derivadas de orden superior**

Las ecuaciones de Laplace y de ondas

**II.5 La regla de la cadena**

Funciones homogéneas. Derivadas de orden superior.

**II.6 Aproximaciones lineales, diferenciabilidad y diferenciales**

Demostración de la regla de la cadena. Diferenciales. Funciones de un espacio de n-dimensiones en un espacio de m-dimensiones.

**II.7 Gradientes y derivadas direccionales**

Derivadas direccionales. Tasas de cambio percibidas por un observador en movimiento. El gradiente en tres y más dimensiones.

**II.8 Funciones Implícitas**

Sistemas de ecuaciones. Determinantes jacobianos. El teorema de la función implícita.

### **II.9 Aproximaciones mediante series de Taylor**

Aproximación de funciones implícitas.

### **II.10 Valores Extremos**

Clasificación de los puntos críticos.

### **II.11 Valores extremos de funciones definidas en dominios restringidos**

Programación Lineal.

### **II.12 Multiplicadores de Lagrange**

El método de los multiplicadores de Lagrange. Problemas con más de una restricción. Programación no lineal.

### **II.13 El método de los mínimos cuadrados**

Regresión lineal. Aplicaciones del método de los mínimos cuadrados a integrales.

### **II.14 Problemas paramétricos**

Diferenciación de integrales con parámetros. Envolventes. Ecuaciones con perturbaciones.

## **3. Tema III.**

### **III.1 Integrales dobles**

Integrales dobles en dominios más generales. Propiedades de la integral doble. Resolución de integrales dobles por inspección.

### **III.2 Iteración de integrales dobles en coordenadas cartesianas**

### **III.3 Integrales impropias y el teorema del valor medio**

Integrales impropias de funciones positivas. Un teorema del valor medio para integrales dobles.

### **III.4 Integrales dobles en coordenadas polares**

Cambio de variables en integrales dobles.

### **III.5 Integrales triples**

### **III.6 Cambios de variable en integrales triples**

Coordenadas cilíndricas. Coordenadas esféricas.

### **III.7 Aplicaciones de las integrales múltiples**

Área de la superficie de una gráfica. Atracción gravitatoria de un disco. Momentos y centros de masa. Momento de inercia.

### **III.8 Campos escalares y vectoriales**

Líneas de campo (curvas integrales). Campos vectoriales en coordenadas polares.

### **III.9 Campos conservativos**

Superficies y curvas equipotenciales. Fuentes sumideros y dipolos.

### **III.10 Integrales sobre curvas**

Cálculo de integrales sobre curvas

### **III.11 Integrales sobre curvas**

Cálculo de integrales sobre curvas.

### **III.12 Integrales sobre curvas de campos vectoriales**

Dominios conexos y simplemente conexos. Independencia del camino.

## **4. Tema IV**

### **IV.1 Superficies e integrales de superficie**

Superficies paramétricas. Superficies compuestas. Integrales de superficie. Superficies suaves, normales y elementos de área. Cálculo de integrales de superficie. Atracción de una corteza terrestre.

### **IV.2 Superficies orientadas e integrales de flujo**

Superficies orientadas. Flujo de un campo vectorial por una superficie.

### **IV.3 Gradiente, divergencia y rotacional**

Interpretación de la divergencia. Distribuciones y funciones delta. Interpretación del rotacional.

### **IV.4 Algunas identidades con el gradiente, la divergencia y el rotacional**

Potencial escalar y potencial vector.

### **IV.5 El teorema de Green en el plano**

El teorema de la divergencia en dos dimensiones.

#### IV.6 El teorema de la divergencia en el espacio tridimensional

Variantes del teorema de la divergencia.

#### IV.7 El teorema de Stokes

Los contenidos corresponden a la siguiente distribución de capítulos del libro base de la asignatura.

- El tema 1 corresponde al contenido de los capítulos 8 (completo) y 11 (secciones 11.1, 11.2, 11.3, 11.4 y 11.5)
- El tema 2 corresponde al capítulo 12 (completo) y al 13 (secciones 13.1, 13.2, 13.3 y 13.5)
- El tema 3 corresponde a los capítulos 14 (completo) y 15 (hasta la sección 15.4)
- El tema 4 corresponde al capítulo 15 (secciones 15.5 y 15.6) y al capítulo 16 (secciones 16.1, 16.2, 16.3, 16.4 y 16.5)

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Los prerequisites necesarios son mínimos: noción de función entre conjuntos de números, inyectividad, sobreyectividad y cuestiones elementales de álgebra y teoría de números que se dan en el bachillerato o en el curso de acceso; asimismo son precisos los conocimientos y destrezas adquiridas en la asignatura de Análisis I.

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos  
Correo Electrónico  
Teléfono  
Facultad  
Departamento

CARLOS SHAHIN SHABAZI ALONSO  
cshahbazi@mat.uned.es  
91398-8110  
FACULTAD DE CIENCIAS  
MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

Nombre y Apellidos  
Correo Electrónico  
Teléfono  
Facultad  
Departamento

ALEJANDRO ORTEGA GARCIA  
alejandro.ortega@mat.uned.es  
91398-6242  
FACULTAD DE CIENCIAS  
MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES



## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

El horario de consulta al profesor de la asignatura será los Lunes de 10:00h a 14:00h.

D. José Ignacio Tello del Castillo

Teléfono: 91 398 73 50

La UNED asignará un tutor a cada alumno. El Profesor de la asignatura atenderá a las preguntas, dudas o cuestiones referentes a los contenidos científicos de la misma. El alumno también podrá trasladar sus preguntas, dudas o cuestiones referentes a los contenidos científicos, al Tutor de la asignatura.

## TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

- Tutorías de centro o presenciales:** se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.
- Tutorías campus/intercampus:** se puede acceder vía internet.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 61041071

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

### Competencias específicas

**CE04** Ser capaz de identificar las analogías en la formulación matemática de problemas físicamente diferentes, permitiendo así el uso de soluciones conocidas en nuevos problemas

**CE05** Ser capaz de entender y dominar el uso de los métodos matemáticos y numéricos más comúnmente utilizados, y de realizar cálculos de forma independiente, incluyendo cálculos numéricos que requieran el uso de un ordenador y el desarrollo de programas de software

### Competencias generales

**CG01** Capacidad de análisis y síntesis

**CG07** Resolución de problemas

**CG09** Razonamiento crítico

**CG10** Aprendizaje autónomo

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Aplicar adecuadamente los conceptos del cálculo diferencial y sus operaciones en la solución de problemas de valores extremos. Utilización del cálculo integral para determinar longitudes, áreas y volúmenes definidos por funciones vectoriales o de varias variables, determinación de los momentos y del centro de masas de cuerpos rígidos.

- Conocer y utilizar las técnicas de aproximación mediante polinomios de funciones de varias variables. Conocer y utilizar las técnicas de integración de campos vectoriales y aplicarlos a la dinámica de fluidos y al electromagnetismo
- Reconocer la estructura de las funciones y realizar representaciones gráficas detalladas.
- Comprender el concepto de función implícita y ver la forma de aplicarlo a la obtención de las derivadas parciales de funciones determinadas por sistemas de ecuaciones. Comprender el concepto de integral de superficie y aplicarlo al cálculo del flujo de un campo vectorial.

## CONTENIDOS

1. Cónicas, curvas paramétricas y curvas polares. Funciones vectoriales y curvas
2. Diferenciación parcial. Aplicaciones de la derivadas parciales
3. Integración múltiple. Campos vectoriales
4. Cálculo vectorial

## METODOLOGÍA

Metodología de la enseñanza a distancia, que constara de lectura, consulta e interacción, con los contenidos teóricos asociados a los materiales didácticos propios de la asignatura. Realización de actividades prácticas bajo la supervisión del profesor tutor o bien bajo la supervisión del equipo docente, responsable de la asignatura, de forma interactiva o bien mediatizados por programas informáticos y ejemplos tipo; trabajo autónomo con los materiales didácticos, mediante el estudio de los contenidos del programa de la asignatura, o bien mediante la realización de ejercicios.

Se realizarán evaluaciones a distancia mediante procesos interactivos, a través de la plataforma de virtualización, que servirán para llevar a cabo un proceso de autocontrol y corrección de errores en el aprendizaje, así como para que el equipo docente pueda seguir el aprendizaje del alumno. Por último el alumno tendrá que dedicar una parte del tiempo del proceso de aprendizaje a la preparación de las pruebas presenciales propias de la UNED. El número de horas mínimas indicadas para preparar la asignatura, por parte del alumno, oscilará entre 150 a 180 (6 ETCS). Dicho número de horas se puede repartir, en principio de la siguiente forma:

Trabajos con contenidos teóricos	37 a 45 horas
----------------------------------	---------------

Realización de actividades prácticas.	22 a 27 horas
Trabajo autónomo	90 a 108 horas

El Texto Base está estructurado de forma que el contenido de los cuatro temas que forman esta signatura se pueda seguir según el esquema anterior, siempre reforzado por la relación con el tutor y con la mediación de programas informáticos (tipo Maple o Scientific Notebook) y pruebas en línea, en la virtualización a través de la plataforma Alf.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	5
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

Calculadora no gráfica y no programable

#### Criterios de evaluación

En todas las preguntas se valorará, esencialmente, el grado de comprensión de la materia y el planteamiento razonado del problema. Se valorarán los resultados finales, el procedimiento empleado y la claridad en la exposición dependiendo del tipo de pregunta.

**Se podran penalizar los errores graves.**

**Sólo entran en el examen los contenidos del programa que aparecen en el libro base (libro de referencia)**

% del examen sobre la nota final	90
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4

#### Comentarios y observaciones

La evaluación final consistirá en un examen presencial que constará de una serie de preguntas que podrán ser prácticos (problemas) o teóricos (cuestiones o demostraciones de resultados teóricos en uno o varios apartados) en preguntas de desarrollo y/o de tipo test.

La dificultad del examen será análoga a los problemas que aparecen en el libro de teoría.

**PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)**

¿Hay PEC? Si

Descripción

Consistirá en la solución de una serie de preguntas del nivel del libro base, que se realizará durante tres horas y se entregarán en el buzón de la página web de la asignatura

Criterios de evaluación

Se puntuarán los resultados finales, el procedimiento empleado y la claridad en la exposición. Se pueden penalizar los errores graves

Ponderación de la PEC en la nota final 1

Fecha aproximada de entrega 28/04/2019

Comentarios y observaciones

**OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

**¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

La nota de la asignatura es la nota  $X$  del examen. Si  $X$  es mayor o igual a 4, entonces la nota de la asignatura es  $X + Y/10$ , donde  $Y$  es la nota de las actividades y pruebas de evaluación a distancia.

**BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

ISBN(13):9788478290895

Título:CÁLCULO (6ª)

Autor/es:Robert A. Adams ;

Editorial:PEARSON ADDISON-WESLEY

Para la asignatura de *Análisis II* entran los siguientes capítulos:

*Tema I*

Capítulo 8: Cónicas, curvas paramétricas y curvas polares. Capítulo 11: Funciones vectoriales y curvas (sección 11.6 no entra).

*Tema II*

Capítulo 12: Diferenciación parcial. Capítulo 13: Aplicación de las derivadas parciales (13.6, 13.7, no entran).

*Tema III*

Capítulo 14: Integración múltiple. Capítulo 15: Campos vectoriales (hasta sección 15.5).

*Tema IV*

Capítulo 15: secciones 15.5 y 15.6. Capítulo 16: Cálculo vectorial (16.6 y 16.7, no entran).

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9788420507064

Título:ANÁLISIS MATEMÁTICO II ([1ª ed.]

Autor/es:

Editorial:Alhambra

Bibliografía Complementaria.

Esta asignatura se puede seguir también a través de los siguientes textos:

**[1]** Jerrold E. Marsden, Anthony J. Tromba, Cálculo Vectorial, 5ª edición. + Suplemento Problemas resueltos. Pearson-addison Wesley ( Madrid 2004).

**[2]** F. del Castillo. Análisis Matemático II. Editorial Alhambra, (Madrid 1987).

**[3]** M. Rosa Estela Carbonell, J. Saá Seoane, Cálculo, Pearson, Prentice Hall, (Madrid 2008).

**[4]** Tom M. Apostol, Calculus (volumen 2), Reverté, 2ª edición (Barcelona).

**[5]** Claudio Pita Ruiz, Calculo vectorial, Prentice Hall (México 1995)

Una fundamentación un poco más rigurosa del contenido del curso se puede encontrar en

**[6]** Michael Spivak, Cálculo en Variedades. Reverté (Barcelona).

Libros de problemas.

**[7]** F. Ayres, E. Mendelson, Cálculo, Mc Graw Hill, Madrid (2001).

**[8]** M. R. Spiegel, Cálculo Superior, Mc Graw Hill (Madrid )

**[9]** M. R. Spiegel, Matemáticas Avanzadas, Mc Graw Hill, (Madrid )

Se recomienda, para aplicaciones der Maple al estudio del Análisis, el libro:

**[10]** J. Amillo, F. Ballesteros, R. Guadalupe, y L. J. Martin, Cálculo, Conceptos, ejercicios y sistemas de computación matemática, con Maple. Mc Graw Hill, Madrid 1996

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Los alumnos tendrán a su disposición, en la virtualización, diverso material en pdf, así como una serie de direcciones Web que le servirán de apoyo a la asignatura.

Los conocimientos previos para este curso se pueden obtener en la dirección Web:

[http://descartes.cnice.mec.es/indice\\_ud.php?idioma=Castellano](http://descartes.cnice.mec.es/indice_ud.php?idioma=Castellano)

Unos tutoriales y ejercicios interesantes de Cálculo se encuentran en:

<http://math.etsu.edu/multicalc/prealpha/downloads.htm>

<http://www.slu.edu/classes/maymk/MathApplets-SLU.html>

Un curso de cálculo aplicado a la física se encuentra en

<http://www.physics2000.com/Pages/Calculus.html>

### **Software Maple y Maxima**

Son programas de carácter general que permiten trabajar en todas las ramas de las matemáticas. Sirve tanto a nivel de laboratorio -para experimentar en el aprendizaje de las matemáticas-, como para investigar con él, ya que dispone de numerosas funciones implementadas. La instalación del programa es muy sencilla.

### **Actividades Complementarias**

Se le comunicarán a través de la virtualización de la asignatura o bien personalmente.

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.