

22-23

GRADO EN FÍSICA
SEGUNDO CURSO

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



MÉTODOS MATEMÁTICOS II

CÓDIGO 61042024

UNED

22-23

MÉTODOS MATEMÁTICOS II

CÓDIGO 61042024

ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA
EQUIPO DOCENTE
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE
RESULTADOS DE APRENDIZAJE
CONTENIDOS
METODOLOGÍA
SISTEMA DE EVALUACIÓN
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

| | |
|---------------------------|-------------------------|
| Nombre de la asignatura | MÉTODOS MATEMÁTICOS II |
| Código | 61042024 |
| Curso académico | 2022/2023 |
| Departamento | FÍSICA INTERDISCIPLINAR |
| Título en que se imparte | GRADO EN FÍSICA |
| Curso | SEGUNDO CURSO |
| Periodo | SEMESTRE 1 |
| Tipo | OBLIGATORIAS |
| Nº ETCS | 6 |
| Horas | 150.0 |
| Idiomas en que se imparte | CASTELLANO |

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

El objetivo de esta asignatura de la materia de Métodos Matemáticos de la Física es profundizar en la formación matemática que el alumno que estudia el Grado en Física debe poseer. Es importante no sólo por sus propios contenidos sino también porque está en la base matemática de algunas de las asignaturas que deberá cursar. Sus contenidos se usarán como herramienta y fundamentación matemática básica de algunas de las disciplinas de la física.

El curso está estructurado en tres partes:

Parte A: Introducción a las ecuaciones diferenciales no lineales: sistemas autónomos de orden dos.

Parte B: Integración en variable compleja y teoría de residuos.

Parte C: Espacios de Hilbert y operadores.

Está estrechamente relacionada tanto con las asignaturas de Fundamentos de Matemáticas (Análisis Matemático I y II y Álgebra) y con el resto de asignaturas de Métodos Matemáticos de la Física. Además, otras asignaturas del grado usan estos contenidos como herramienta y fundamentación. La teoría de variable compleja tiene aplicaciones no sólo como herramienta de cálculo, sino también en electromagnetismo, óptica, mecánica de fluidos y otros campos de la física. La fundamentación matemática de la formulación abstracta de la mecánica cuántica y la teoría de campos cuántica usa los contenidos de análisis funcional y espacios de Hilbert. Y las ecuaciones diferenciales no lineales aparecen en la formulación de muchos problemas de la física, en mecánica clásica, en óptica, en sistemas dinámicos, en física estadística, etc.

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Es **indispensable** haber superado previamente las asignaturas de **Álgebra, Análisis Matemático I y II y Métodos Matemáticos I**. Se recomienda especialmente el repaso previo de los siguientes conceptos ya estudiados previamente y que juegan un papel muy importante en esta asignatura:

- Sistemas lineales de ecuaciones diferenciales y mapas de fases.
- Sucesiones y series de números reales.

- Números complejos y funciones holomorfas.
- Continuidad de funciones en una y varias variables: definición y demostraciones.
- Integración de funciones de una variable real.
- Parametrización de curvas en el plano.
- Topología de la recta real y del plano: abiertos, cerrados, compactos, sucesiones, sucesiones de Cauchy, convergencia...
- Espacios vectoriales, independencia lineal, bases...
- Diagonalización de aplicaciones lineales, autovalores y autovectores.
- Producto escalar, sistemas ortogonales y ortonormales.

Es también aconsejable tener ciertos conocimientos de inglés para seguir una pequeña parte de la asignatura por la bibliografía básica recomendada, si bien es posible preparar la asignatura por cualquier otro libro en español que cubra esos mismos contenidos.

EQUIPO DOCENTE

| | |
|--------------------|---|
| Nombre y Apellidos | CESAR FERNANDEZ RAMIREZ (Coordinador de asignatura) |
| Correo Electrónico | cefera@ccia.uned.es |
| Teléfono | 913988902 |
| Facultad | FACULTAD DE CIENCIAS |
| Departamento | FÍSICA INTERDISCIPLINAR |

| | |
|--------------------|----------------------------|
| Nombre y Apellidos | CASIANO HERNANDEZ SAN JOSE |
| Correo Electrónico | casianoh@ccia.uned.es |
| Teléfono | 91 398 71 80 |
| Facultad | FACULTAD DE CIENCIAS |
| Departamento | FÍSICA INTERDISCIPLINAR |

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

La labores de tutorización y seguimiento se harán principalmente a través de las tutorías presenciales en los Centros Asociados, y mediante las herramientas de comunicación del Curso Virtual (correo y foros de debate). Además, los estudiantes podrán siempre entrar en contacto con los profesores de la asignatura por medio de correo electrónico teléfono o entrevista personal.

Los horarios de las tutorías presenciales los establecerán los distintos Centros Asociados que las impartan. Cada alumno debe ponerse en contacto con su Centro Asociado para saber si se imparten tutorías presenciales o tutorías telemáticas AVIP.

Las guardias del Equipo Docente serán en los siguientes horarios:

Dr. César Fernández Ramírez

Horario: Lunes, de 10:30 a 14:30

Correo electrónico: cefera@ccia.uned.es

Teléfono: 91 398 8902.

Despacho: 0.09 (Centro Asociado de Las Rozas)

Avda. Esparta s/n - 28232 Las Rozas

D. Casiano Hernández San José
E-mail: casianoh@ccia.uned.es
Horario: Viernes de 17:00 a 21:00 horas.
Tel.: 913987180

TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

- **Tutorías de centro o presenciales:** se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.
- **Tutorías campus/intercampus:** se puede acceder vía internet.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 61042024

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Competencias específicas:

CE01 Tener una buena comprensión de las teorías físicas más importantes: su estructura lógica y matemática, su soporte experimental y los fenómenos que describen; en especial, tener un buen conocimiento de los fundamentos de la física moderna

CE02 Saber combinar los diferentes modos de aproximación a un mismo fenómeno u objeto de estudio a través de teorías pertenecientes a áreas diferentes

CE04 Ser capaz de identificar las analogías en la formulación matemática de problemas físicamente diferentes, permitiendo así el uso de soluciones conocidas en nuevos problemas

CE05 Ser capaz de entender y dominar el uso de los métodos matemáticos y numéricos más comúnmente utilizados, y de realizar cálculos de forma independiente, incluyendo cálculos numéricos que requieran el uso de un ordenador y el desarrollo de programas de software

CE10 Ser capaz de buscar y utilizar bibliografía sobre física y demás literatura técnica, así como cualesquiera otras fuentes de información relevantes para trabajos de investigación y desarrollo técnico de proyectos

Competencias generales:

CG01 Capacidad de análisis y síntesis

CG02 Capacidad de organización y planificación

CG03 Comunicación oral y escrita en la lengua nativa

CG04 Conocimiento de inglés científico en el ámbito de estudio

CG07 Resolución de problemas

CG09 Razonamiento crítico

CG10 Aprendizaje autónomo

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Según la memoria de verificación del título, los resultados de aprendizaje de esta asignatura son:

- Conocer la teoría de integrales complejas y sus aplicaciones.
- Conocer las ideas esenciales de los Espacios de Hilbert.
- Entender las nociones de operadores diferenciales e integrales.
- Conocer los métodos del análisis de Fourier.
- Realizar integrales apoyándose en teoría de residuos.
- Distinguir las propiedades de las ecuaciones de evolución y las ecuaciones para problemas estacionarios.

A continuación se detallan estos resultados de aprendizaje en las diferentes partes de la asignatura:

Parte A: Introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales: sistemas autónomos de orden 2.

El alumno habrá comprendido la terminología usada en la descripción cualitativa de los sistemas dinámicos de orden dos; en concreto, qué es un sistema autónomo, qué es el plano de las fases correspondiente, qué se entiende por trayectoria y puntos críticos del sistema y cómo se clasifican, etc.

El alumno habrá entendido cómo llevar a cabo, en primer término, el tratamiento cualitativo de los sistemas lineales autónomos de orden dos y cómo hacer el estudio de su mapa fásico, cómo obtener sus puntos críticos y cómo clasificarlos, cómo obtener sus trayectorias, cómo determinar su estabilidad, etc. y su importancia como punto de referencia en el estudio cualitativo de los sistemas autónomos no lineales de orden dos.

El alumno habrá entendido cómo llevar a cabo el tratamiento cualitativo de estos últimos, sabrá cómo se hace el estudio de su mapa fásico, cómo se clasifican sus puntos críticos aislados, sus trayectorias, qué son sus ciclos límite y cuándo el sistema tiene soluciones periódicas. Qué es un sistema conservativo y en qué consiste el método de Lyapunov para el estudio de la estabilidad del sistema, etc.

Parte B: Integración en variable compleja y teoría de residuos.

Tras la introducción en el primer curso de las funciones holomorfas y las transformaciones más elementales, en este curso se profundiza en la estructura analítica de estas funciones y las consecuencias que esta tiene.

En primer lugar el estudiante aprenderá el uso de las integrales de camino en el caso complejo, y las consecuencias que el Teorema Fundamental del Cálculo tiene.

También estudiará el papel del desarrollo en serie de las funciones holomorfas, los dominios

de convergencia de esas series, y la relación de las series de Taylor y de Laurent con la analiticidad y las singularidades que una función compleja puede presentar en un punto. Por último lugar se estudiará la teoría de residuos, y sus aplicaciones en el cálculo de integrales de variable real.

Parte C: Espacios de Hilbert y operadores.

El análisis funcional es una herramienta importante en la investigación de multitud de problemas que aparecen tanto en la matemática pura y aplicada como en distintas ramas de la física y la ingeniería e incluso en la biología y en la economía.

El objetivo principal es un estudio introductorio de las propiedades fundamentales de determinados espacios abstractos, generalmente de dimensión infinita, y de las propiedades básicas de los operadores que actúan entre ellos.

Esta parte del curso comienza con un repaso de algunos de los conceptos de la asignatura de Álgebra, ampliándolos al caso de espacios vectoriales infinitodimensionales. A continuación, el alumno debe aprender el concepto de métrica y espacio métrico y conocer las propiedades básicas de la topología asociada al sistema de bolas abiertas definidas por la norma. También debe conocer el concepto de sucesión, y en especial el concepto de sucesión de Cauchy en un espacio métrico, y el de aplicación lineal entre espacios métricos. Finalmente aprenderá el concepto de continuidad y el de límite de una sucesión y el de espacio métrico completo

En segundo lugar, el alumno aprenderá el concepto de norma y espacio normado y cómo introducir en él una métrica mediante la norma de manera que el espacio normado es también un espacio métrico con todas sus propiedades y saber que cuando es completo en la métrica introducida por la norma se llama espacio de Banach. El alumno aprenderá que los operadores y funcionales continuos en un espacio normado constituyen a su vez un espacio normado con la norma definida para ellos y que en caso de los funcionales lineales continuos este espacio es de Banach y se llama espacio dual del espacio normado inicial. En tercer lugar, el alumno aprenderá el concepto de producto escalar y de espacio lineal con producto escalar o espacio pre- Hilbert. Aprenderá también que el producto escalar es capaz de generar una norma que lo dota de la estructura de espacio normado con todas sus propiedades. Cuando en la métrica inducida por esta norma el espacio es completo se denomina de Hilbert. Otro concepto importante generado por el producto escalar es el de ortogonalidad que nos proporciona herramientas muy importantes para el estudio de los espacios de Hilbert, conjuntos ortogonales, bases ortonormales, etc.

En este contexto el alumno aprenderá dos herramientas fundamentales en las matemáticas y la física: las series trigonométricas de Fourier y los polinomios ortogonales.

El alumno también aprenderá a conocer las propiedades básicas de determinados

operadores y funcionales lineales que actúan entre los espacios pre-Hilbert y de Hilbert y aprenderá qué es un operador continuo y operador acotado, un operador compacto y que en estos espacios operador continuo y acotado son conceptos equivalentes. Aprenderá el concepto y las propiedades más importantes del operador adjunto a uno dado y el de operador hermítico, unitario y operador normal, y aprenderá que el dual de un espacio de Hilbert coincide con él mismo entre otras cosas.

Por último, estudiará la estructura básica de la teoría espectral de algunos de los tipos de operadores arriba indicados, principalmente de tipo compacto y del tipo acotados. El alumno aprenderá qué es la resolvente de un operador y qué es su espectro y sus diferentes tipos: espectro puntual, espectro continuo y residual y cómo se caracteriza cada uno de ellos. Se estudiarán además los resultados de descomposición espectral de operadores autoadjuntos acotados.

CONTENIDOS

Tema 1.- Las ecuaciones diferenciales no lineales: un primer contacto.

Tema 2.- Estabilidad lineal de puntos críticos.

Tema 3.- Una simple teoría cualitativa de bifurcaciones locales de codimensión 1.

Tema 4.- La integración en el campo complejo.

Tema 5.- Sucesiones y series complejas.

Tema 6.- Residuos y polos: Aplicaciones.

Tema 7.- Espacios vectoriales.

Tema 8.- Espacios métricos.

Tema 9.- Espacios normados.

Tema 10. Espacios de Hilbert.

Tema 11. Operadores en espacios normados.

Tema 12. Introducción a la teoría espectral.

METODOLOGÍA

La metodología de la asignatura está basada en la enseñanza a distancia, donde tiene gran importancia el trabajo autónomo, con el apoyo docente a través del correo, correo electrónico, medios virtuales, foro de debate, telemáticos, teléfono y reuniones presenciales. Para el trabajo autónomo y la preparación de la asignatura los estudiantes disponen de una bibliografía básica acorde con el programa de la materia, así como de materiales de apoyo y la tutoría telemática proporcionada por los profesores de apoyo, y las tutorías presenciales disponibles.

Se considera que el trabajo autónomo (excluyendo lectura de material y realización de trabajos) corresponde al menos al 50 % del total de los créditos de la asignatura. El tiempo dedicado a la lectura del material docente estaría en torno al 20 % del tiempo dedicado por el alumno a la asignatura, y otro 30 % dedicado a la resolución de problemas y elaboración de trabajos.

Los estudiantes matriculados en esta asignatura dispondrán de:

- Una guía con los temas del programa, en la que para cada uno de ellos se hace una introducción, se da un esquema con los objetivos de aprendizaje y se da una bibliografía básica y complementaria para su estudio
- Ejercicios prácticos.

Todos estos materiales de apoyo se encontrarán accesibles en la web de la UNED, en el espacio virtual de esta asignatura en la plataforma aLF.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

| | |
|---------------------------------|----------------------|
| Tipo de examen | Examen de desarrollo |
| Preguntas desarrollo | 0 |
| Duración del examen | 120 (minutos) |
| Material permitido en el examen | |
| Ninguno | |
| Criterios de evaluación | |

El estudiante deberá resolver las cuestiones y problemas de forma razonada aplicando los conocimientos adquiridos durante el curso.

Se valorará no sólo la solución correcta de cada pregunta, sino su planteamiento y la justificación de los pasos seguidos.

| | |
|--|----|
| % del examen sobre la nota final | 80 |
| Nota del examen para aprobar sin PEC | 5 |
| Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC | 10 |
| Nota mínima en el examen para sumar la PEC | 0 |

Comentarios y observaciones

El examen presencial final escrito será de dos horas de duración, en el que se deberán contestar cuestiones teóricas y/o resolver problemas concretos aplicando los conocimientos teóricos adquiridos. Este examen es obligatorio y se celebrará en todos los Centros Asociados, de manera coordinada, al final del semestre correspondiente en convocatoria ordinaria y en septiembre en convocatoria extraordinaria.

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? Si

Descripción

Se realizarán tres pruebas de evaluación continua, correspondientes a las tres partes de la asignatura. El tiempo previsto de realización de las mismas es de aproximadamente dos horas, siempre y cuando se hayan asimilado adecuadamente los contenidos requeridos para la misma.

Criterios de evaluación

El estudiante deberá resolver las cuestiones y problemas de forma razonada aplicando los conocimientos adquiridos durante el curso.

Se valorará no sólo la solución correcta de cada pregunta, sino su planteamiento y la justificación de los pasos seguidos.

La calificación de las pruebas de evaluación continua es válida tanto para la convocatoria ordinaria como para la extraordinaria.

| | |
|--|---|
| Ponderación de la PEC en la nota final | 20 |
| Fecha aproximada de entrega | PECs 1 y 2 - mediados de noviembre; PEC 3 - mediados de enero |

Comentarios y observaciones

La evaluación continua no es obligatoria. Para aquellos alumnos que opten por no acogerse a la evaluación continua su nota dependerá únicamente de la prueba presencial.

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

-

Criterios de evaluación

-
 Ponderación en la nota final
 Fecha aproximada de entrega
 Comentarios y observaciones

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

Dada la heterogeneidad de los tres bloques o partes de que consta la asignatura, para una adecuada evaluación de la misma será necesario aprobar cada bloque por separado. El nivel de la prueba final estará adaptado a dicha exigencia y la evaluación continua será considerada de forma separada para cada bloque únicamente en el caso en que permita mejorar la calificación final de dicho bloque. La calificación en cada bloque vendrá dada por:

$$Cf = \max\{Ce, 0.8Ce + 0.2Ec\},$$

donde **Cf** denota la calificación final (correspondiente al bloque), **Ce** la calificación del examen (prueba presencial, correspondiente al bloque) y **Ec** la calificación correspondiente a la evaluación continua (correspondiente al bloque).

La calificación final se obtendrá como **25% Parte A + 25% Parte B + 50% Parte C**, con la condición de haber aprobado cada parte independientemente (aprobar una parte supone haber obtenido al menos un 5 sobre 10 en esa parte). En el caso en que no se haya aprobado alguno de las tres partes la calificación no podrá exceder de **4.9**.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788436269802

Título:INTRODUCCIÓN A LOS ESPACIOS DE HILBERT, OPERADORES Y ESPECTROS (1º)

Autor/es:Carlos Fernández González ;

Editorial:U N E D

ISBN(13):9788448142124

Título:VARIABLE COMPLEJA Y APLICACIONES (7?)

Autor/es:Brown, James Ward ; Churchill, Ruel V. ;

Editorial:MC GRAW HILL

Para la parte A del curso, correspondiente al estudio de ecuaciones diferenciales no lineales, se proporcionarán notas en el curso virtual. Se puede completar su estudio con el libro de la bibliografía complementaria 'Ecuaciones Diferenciales', de Ross, Ed. Reverté.

La parte B se puede seguir en el libro 'Variable Compleja y Aplicaciones'. Para la mayor parte de los contenidos se proporcionarán, alternativamente, unas notas en el curso virtual (cedidas por el profesor David Sánchez, de la UiB) que deben ser complementadas con el libro ya mencionado.

La parte C se seguirá fundamentalmente con el libro (apuntes) 'Introducción a los espacios de Hilbert, operadores y espectros', que se puede obtener directamente de la Editorial UNED o en la librería de la UNED en la calle Bravo Murillo (Madrid) (913987560). Además, el libro se proporcionará gratuitamente en el curso virtual. Esta parte se completará con la parte de series de Fourier del libro 'Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera', de Nagle, Saff y Snider, la parte de transformada de Fourier del libro 'Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos.', de García y Muñoz. Ed. Sanz y Torres, y la parte de polinomios ortogonales del libro 'Introductory Functional Analysis with Applications', de E. Kreyszig. Estos tres libros aparecen en la bibliografía complementaria de la asignatura. Quien prefiera seguir la parte C por un libro de texto podrá encontrar todos los contenidos en el libro 'Introductory Functional Analysis with Applications', de Kreyszig, con los añadidos anteriormente citados para series y transformadas de Fourier.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9780471507314

Título:INTRODUCTORY FUNCTIONAL ANALYSIS WITH APPLICATIONS

Autor/es:

Editorial:JOHN WILEY AND SONS

ISBN(13):9788415550204

Título:ESPACIOS DE HILBERT Y ANALISIS DE FOURIER: LOS PRIMEROS PASOS

Autor/es:Muñoz Bouzo, M^a José ; García García, Antonio ;

Editorial:U.N.E.D.

ISBN(13):9788429151138

Título:ECUACIONES DIFERENCIALES

Autor/es:Ross, Shefley L. ;

Editorial:REVERTÉ

ISBN(13):9788436254563

Título:INTRODUCCIÓN AL FORMALISMO DE LA MECÁNICA CUÁNTICA (2^a)

Autor/es:Alvarellos Bermejo, José Enrique ; García Sanz, José Javier ; García González, Pablo ;

Editorial:U.N.E.D.

ISBN(13):9788477540359

Título: ESPACIOS DE HILBERT : GEOMETRÍA, OPERADORES, ESPECTROS

Autor/es:Galindo Tixaire, Alberto ; Abellanas, Lorenzo. ;

Editorial:EDICIONES DE LA UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID (EUDEMA)

ISBN(13):9789702605928

Título:ECUACIONES DIFERENCIALES Y PROBLEMAS CON VALORES EN LA FRONTERA (4)

Autor/es:Snider, Arthur David ; Saff, Edward B. ; Nagle, R. Kent ;

Editorial:PEARSON EDUCACIÓN

El libro "Ecuaciones Diferenciales" de Ross es una magnífica referencia para los contenidos de la primera parte de la asignatura.

El libro "Introductory Functional Analysis with Applications", de E. Kreyszig, contiene casi todo el temario de la parte C de la asignatura. Además, se usará para una pequeña parte del temario: los polinomios ortogonales.

Los libros "Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos", de García y Muñoz, "Espacios de Hilbert: Geometría, Operadores, Espectros", de Abellanas y Galindo, e "Introducción al Formalismo de la Mecánica Cuántica", de Alvarellos, García y García, constituyen un buen apoyo para la esta parte de la asignatura (Introducción al Análisis Funcional), principalmente para aquellos alumnos que encuentren dificultades en la comprensión del inglés.

Además, se usará el libro "Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos", de García y Muñoz, para la parte de transformada de Fourier, y el libro "Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera", de Kent y Nagle, para la parte de series de Fourier.

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

A través del curso virtual se pondrá a disposición de los alumnos diverso material de apoyo al estudio. Con ellos el alumno puede desarrollar su capacidad de aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de problemas y cuestiones.

El alumno puede contar con las bibliotecas de la UNED para consultas bibliográficas.

Además, se ofertarán tutorías intercampus con parte de los contenidos de la asignatura.

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.