

21-22

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA  
PRIMER CURSO

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## ECUACIONES DIFERENCIALES

CÓDIGO 68901068

UNED

**21-22****ECUACIONES DIFERENCIALES****CÓDIGO 68901068**

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Nombre de la asignatura	ECUACIONES DIFERENCIALES
Código	68901068
Curso académico	2021/2022
Departamento	MATEMÁTICA APLICADA I
Título en que se imparte	GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN INGENIERÍA MECÁNICA - PRIMER CURSO - SEMESTRE 2
CURSO - PERIODO	ESPECÍFICO PARA TITULADOS EN INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL MECÁNICA - OPTATIVAS CURSO - SEMESTRE 2
Título en que se imparte	GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN INGENIERÍA MECÁNICA - PRIMER CURSO - SEMESTRE 2
CURSO - PERIODO	ESPECÍFICO PARA TITULADOS EN INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL MECÁNICA - OPTATIVAS CURSO - SEMESTRE 2
Título en que se imparte	GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN INGENIERÍA MECÁNICA - PRIMER CURSO - SEMESTRE 2
CURSO - PERIODO	ESPECÍFICO PARA TITULADOS EN INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL MECÁNICA - OPTATIVAS CURSO - SEMESTRE 2
Título en que se imparte	GRADO EN ING. EN ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y AUTOMÁTICA
CURSO - PERIODO	GRADUADO EN INGENIERÍA MECÁNICA - PRIMER CURSO - SEMESTRE 2
CURSO - PERIODO	ESPECÍFICO PARA TITULADOS EN INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL MECÁNICA - OPTATIVAS CURSO - SEMESTRE 2
Tipo	FORMACIÓN BÁSICA
Nº ETCS	6
Horas	150.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

Existen numerosos fenómenos y situaciones de la vida cotidiana, que siendo diferentes tanto en su comportamiento puntual como en su evolución a lo largo del tiempo, a la hora de analizarlos tienen, desde el punto de vista técnico, una característica común: pueden modelarse mediante un recurso matemático muy potente, como son las ecuaciones diferenciales. Por ejemplo, las leyes que determinan la economía, la evolución de determinados sistemas técnicos, etc.

Por ello es necesario familiarizar al alumno con el lenguaje matemático y con las actividades de abstracción que esta asignatura contiene, para así prepararle en técnicas y métodos de

análisis que le permitan conocer la estructura general de los diversos fenómenos físicos que se presentan en el desarrollo de las ingenierías.

Por lo tanto, las ecuaciones diferenciales, como instrumento matemático, constituyen una herramienta necesaria tanto para el estudio de la mayor parte de las otras materias del título, pues prácticamente todas ellas las contienen, como para abordar el propio trabajo profesional del ingeniero, ya que estas son fundamentales para poder desarrollar modelos matemáticos que van a servir para ayudar a comprender los diferentes fenómenos físicos que van a plantearse.

### **Características estructurales de la asignatura**

Nombre: Ecuaciones diferenciales.

Denominación de la materia: Matemáticas.

Nº de créditos ECTS: 6

Carácter: Formación básica.

Unidad Temporal: Curso 1º. Semestral ( 2º semestre).

Titulación: Graduado/a en Ingeniería Electrónica. Graduado/a en Ingeniería Eléctrica. Graduado/a en Ingeniería Mecánica. Graduado/a en Ingeniería en Tecnologías Industriales.

### **Objetivos dentro del plan formativo**

La Memoria descriptora del título de Graduado o Graduada en Ingeniería, indica como objetivo primordial del mismo la preparación específica para llevar a cabo el diseño, análisis, desarrollo y fabricación de máquinas, motores, mecanismos y diferentes sistemas electrónicos, eléctricos y mecánicos. Esto implica la adquisición de conocimientos y capacidades de entendimiento de un amplio abanico de fenómenos físicos y de habilidades técnicas y creativas, así como de ciertos recursos analíticos y de resolución de problemas que permitan aplicar los conocimientos adquiridos.

Una parte básica de esas habilidades consiste en el estudio de la materia Matemáticas, y en particular de una parte de ellas como son las **Ecuaciones diferenciales** que va a ser común además a otros Grados en ingeniería.

Con esta asignatura debe conseguirse:

-Capacidad matemática para entender los principios de las distintas ramas de la ingeniería y sus distintos campos. Entre otros:

-Electricidad.

-Mecánica.

-Transmisión de calor.

-Resistencia y ciencia de materiales.

-Mecánica de fluidos.

-Técnicas energéticas.

-Aportación de conocimientos matemáticos para la modelización de problemas y situaciones en los anteriores campos.

-Reconocer los problemas que pueden formalizarse mediante ecuaciones diferenciales.

-Apreciar el rigor como compromiso de comunicación.

-Estimar la demostración matemática como un discurso destinado a convencer.

-Valorar el espíritu crítico en el razonamiento matemático.

Estos objetivos deben lograrse mediante el tratamiento del temario elegido, de la metodología a utilizar y del seguimiento de las actividades formativas de la asignatura.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

En términos generales, el único requisito que el estudiante debe tener para abordar con garantías el estudio de esta asignatura es el adquirido en bachillerato, en lo relativo a elementos de álgebra lineal y de cálculo, ampliados y profundizados en las asignaturas de **Álgebra** y **Cálculo**, impartidas en el primer cuatrimestre, esto es:

- Elementos de análisis vectorial.
- Cálculo matricial y sistemas lineales.
- Formas cuadráticas.
- Cálculo diferencial e integral.
- Funciones de una y varias variables.

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	VICENTE BARGUEÑO FARIÑAS (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	vbargueno@ind.uned.es
Teléfono	91398-7914
Facultad	ESCUELA TÉCN.SUP INGENIEROS INDUSTRIALES
Departamento	MATEMÁTICA APLICADA I

Nombre y Apellidos	ANTONIO PEREZ HERNANDEZ
Correo Electrónico	antperez@ind.uned.es
Teléfono	91398-6686
Facultad	ESCUELA TÉCN.SUP INGENIEROS INDUSTRIALES
Departamento	MATEMÁTICA APLICADA I

Nombre y Apellidos	ELVIRA HERNANDEZ GARCIA
Correo Electrónico	ehernandez@ind.uned.es
Teléfono	91398-7992
Facultad	ESCUELA TÉCN.SUP INGENIEROS INDUSTRIALES
Departamento	MATEMÁTICA APLICADA I

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

La tutorización y el seguimiento de la asignatura se realizará a través de:

- Atención personal. Mediante los diferentes métodos tradicionales (telefónica, presencial, correo electrónico).

### **Vicente Bargeño:**

Teléfonos : 913987914 (lunes de 9.00 a 13 00h.)

Correo: vbargueno@ind.uned.es

### **Elvira Hernández García:**

Teléfono: 91 398 7992 (martes de 10:00 a 14:00 h)

Correo: ehernandez@ind.uned.es

Despacho 2.37, ETSI Industriales.

**Antonio Pérez Hernández:**

Teléfono: 91 398 6686 (lunes de 10:00 a 14:00 h)

Correo: antperez@ind.uned.es

Despacho 2.49, ETSI Industriales.

- Curso virtual. Planteamiento de dudas y resolución de ejercicios que servirá al alumno como autoevaluación de los conocimientos que vaya adquiriendo.

- Centros Asociados. Atención personal por los recursos de tutorización existentes en el Centro Asociado a que pertenezca.

## TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

•**Tutorías de centro o presenciales:** se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.

•**Tutorías campus/intercampus:** se puede acceder vía internet.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 68901068

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

### COMPETENCIAS DEL GRADO (ORDEN CIN 351-2009)

#### COMPETENCIAS GENERALES:

- CG3. -Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.
- CG4. -Capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad, razonamiento crítico y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas en el campo de la Ingeniería Industrial.

#### COMPETENCIAS DE FORMACIÓN BÁSICA

- CEB 1. -Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

#### OTRAS COMPETENCIAS:

- Capacidad de análisis y síntesis.
- Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica.
- Manejo de las tecnologías de la información y comunicación (TICs).

(OBSERVACIONES: Memoria del Grado en proceso de revisión)

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

El alumno deberá conocer y entender:

- Los aspectos analíticos, numéricos y gráficos de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y de orden superior, y de los sistemas de ecuaciones lineales , así como de sus métodos de resolución tradicionales.
- La transformada de Laplace como operador matemático que permite facilitar la resolución de ecuaciones diferenciales y sistemas, así como el manejo de situaciones técnicas de gran aplicación en ingeniería.
- Los sistemas de ecuaciones lineales y el análisis de la estabilidad de las soluciones.
- Las ecuaciones en derivadas parciales y su presencia en problemas relacionados con la distribución y flujo de temperaturas, de ondas producidas por vibraciones y de potenciales tanto electrostáticos como gravitacionales.

## CONTENIDOS

Tema 1. La ecuación de primer orden

**Contenidos:**

- Conceptos generales. Ecuación diferencial de un haz de curvas planas.
- La ecuación de primer orden. Solución general y solución particular.
- Teorema de existencia y unicidad de solución.
- Representación gráfica de soluciones. Isoclinas. Campo de direcciones.

Tema 2. Integración de la ecuación de primer orden. La ecuación lineal.

**Contenidos:**

- Ecuaciones de variables separadas. Ecuaciones homogéneas.
- Ecuaciones diferenciales exactas. Factor integrante.
- La ecuación lineal. Solución general.
- Ecuaciones de Bernouilli y de Riccati.
- Ecuaciones no resueltas respecto a la derivada. Lagrange. Clairaut.
- Soluciones singulares
- Aplicaciones geométricas. Trayectorias ortogonales

### Tema 3. Ecuaciones de orden superior.

**Contenidos:**

- Definiciones.El problema de Cauchy. Teorema de existencia y unicidad de solución.
- Métodos elementales de integración .
- La ecuación lineal. El operador diferencial lineal.
- Teoría fundamental de las ecuaciones lineales. Sistema fundamental de soluciones. Wronskiano.
- Reducción de orden de la ecuación lineal homogénea conociendo una solución.

### Tema 4. Ecuaciones lineales de coeficientes constantes.

**Contenidos**

- Ecuaciones lineales homogéneas de coeficientes constantes
- Ecuaciones lineales no homogéneas. Integral general. Método de variación de las constantes.
- Otras formas de búsqueda de soluciones: Método de selección. Método operacional.
- Las ecuaciones de Euler y Legendre.

### Tema 5. La transformada de Laplace.

**Contenidos:**

- Definición. Condiciones de existencia
- Transformadas de algunas funciones elementales. Propiedades de la Transformada de Laplace.
- La transformada inversa.
- Convolución de funciones. Teorema de convolución.
- Aplicación de la T. de L. a la resolución de ecuaciones diferenciales.

### Tema 6. Soluciones definidas por series.

**Contenidos:**

- Soluciones de ecuaciones diferenciales de orden  $n$  mediante series de potencias. Descripción del método.
- Soluciones en las proximidades de un punto ordinario
- Puntos singulares regulares. Método de Frobenius. Casos particulares.
- La ecuación de Bessel.



## Tema 7. Sistemas de ecuaciones.

### Contenidos:

- Generación de sistemas. Congruencia de curvas.
- Sistemas de primer orden.
- Algunos métodos generales de resolución. Eliminación, Combinaciones integrables. Operador D.
- Sistemas lineales.
- Sistemas lineales homogéneos. Estructura de soluciones.
- Sistemas lineales homogéneos con coeficientes constantes.
- Sistemas no homogéneos.

## Tema 8. Introducción a la estabilidad.

### Contenidos:

- Analizar el comportamiento de las soluciones de un sistema autónomo.
- Conceptos generales: Plano de las fases. Trayectoria. Puntos críticos.
- Definición y concepto de estabilidad de un sistema. Sistemas lineales. Tipos simples de puntos de reposo.
- Sistemas no lineales.
- Criterio de Hurwitz.

## Tema 9. Introducción a las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

### Contenidos

- Conceptos básicos sobre las ecuaciones con derivadas parciales (EDP): Orden de una ecuación. Solución particular. Solución general. Etc.
- Condiciones de contorno: Dirichlet. Newman. Robin.
- Ecuaciones de interés en física matemática: Ecuación de ondas. Ecuación del calor. Ecuación de Laplace.

## Tema 10. Ecuaciones en derivadas parciales lineales de segundo orden. Separación de variables.

### Contenidos:

- EDP lineales de segundo orden. Tipos de ecuaciones.
- La ecuación de Euler. Solución general.
- El Método de Separación de variables.

## METODOLOGÍA

Las actividades de aprendizaje se distribuyen entre el trabajo autónomo, el tiempo de interacción con el equipo docente, los tutores y los propios alumnos, y la realización de pruebas de evaluación.

La distribución de este tipo de actividades con arreglo al número de horas de trabajo del total de créditos, se estima que sea la siguiente:

Actividades formativas	Porcentaje de horas de trabajo
<b>Trabajo con contenidos teóricos y prácticos</b> (consulta de materiales didácticos, asistencia a tutorías, consultas al equipo docente y tutores, participación en el foro de alumnos).	30% (45 horas).
<b>Realización de actividades de evaluación</b> (prueba presencial y actividades de autoevaluación y evaluación continua).	10% (15 horas).
<b>Trabajo autónomo</b> (estudio de contenidos teóricos, resolución de ejercicios y problemas, preparación y realización de pruebas presenciales).	60% (90 horas).

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	3
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

Libro de la bibliografía básica: "Ecuaciones diferenciales ordinarias. Introducción a las ecuaciones en derivadas parciales" (Primera o segunda edición).

**Bargueño Fariñas V.; Rodríguez Marín L.; Alonso Durán M.**

**Ed.: Sanz y Torres.**

**El libro ha de ser original ( no se admiten fotocopias), estando permitida cualquier anotación hecha en el mismo, pero no el añadido de hojas adicionales.**

**No podrá utilizarse ningún otro material bibliográfico ni técnico (calculadora, ordenador, etc.), salvo disposición distinta expuesta en el propio examen.**

#### Criterios de evaluación

La puntuación de cada ejercicio se expondrá en el examen.

**Se valorará:**

**-Desarrollo del ejercicio.**

**-Obtención del resultado correcto.**

**-Cometer errores "graves": No derivar o integrar correctamente, efectuar mal operaciones elementales, etc.**

**-Limpieza en la exposición.**

% del examen sobre la nota final 90

Nota del examen para aprobar sin PEC 5

Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC 10

Nota mínima en el examen para sumar la PEC 4

#### Comentarios y observaciones

El contenido de la prueba presencial son los 10 temas de la asignatura.

#### **PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)**

¿Hay PEC? Si

#### Descripción

Prueba correspondiente a los temas 1 al 6, ambos incluidos, consistente en la realización de tres ejercicios de desarrollo. Será expuesta en el apartado correspondiente del curso virtual de la asignatura y contestada en la misma.

#### Criterios de evaluación

La puntuación de cada ejercicio se expondrá en la prueba.

**La nota obtenida en la prueba de evaluación continua (PEC), solo tendrá influencia en la nota final de la asignatura cuando se cumplan simultáneamente los dos requisitos siguientes:**

**1.- Que en la prueba de evaluación continua (PEC) se obtenga una nota de 5 o más puntos.**

**2.- Que en la prueba de evaluación final se obtenga una nota igual o superior a 4 puntos.**

**La nota obtenida en la prueba de evaluación continua será válida tanto en la convocatoria de Junio como en la de Septiembre, en su caso.**

Ponderación de la PEC en la nota final	10
Fecha aproximada de entrega	Aproximadamente la tercera semana del mes de Abril.
Comentarios y observaciones	

**OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s?	No
Descripción	

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final	0
Fecha aproximada de entrega	
Comentarios y observaciones	

**¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

**1.- Alumnos que realicen la PEC.:**

**1.a.- Alumnos con nota igual o superior a 4 en la evaluación final y nota igual o mayor que 5 en la PEC.:**

**NOTA FINAL= Nota de evaluación final +( 0.1xNota de la PEC).**

**Aprobado: 5 puntos.**

**Máxima nota posible: 10 puntos.**

**1.b.- Alumnos con nota inferior a 4 en la evaluación final o bien inferior a 5 en la PEC.**

**NOTA FINAL= Nota de evaluación final.**

**2.- Alumnos que no realicen la PEC.:**

**NOTA FINAL= Nota de evaluación final.**

## **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

ISBN(13):9788416466146

Título:ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS. INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES. SEGUNDA EDICIÓN (Segunda)

Autor/es:Vicente Bargueño Fariñas. ; Luís Rodríguez Marín. ; María Alonso Durán ;

Editorial:: SANZ Y TORRES

El libro corresponde a una segunda edición del utilizado en los años anteriores, donde se ha añadido alguna explicación adicional y aumentado el número de ejercicios de autoevaluación.

## **BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

ISBN(13):9788429151459

Título:INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES (1ª)

Autor/es:Stephenson, G. ;

Editorial:REVERTÉ

ISBN(13):9788436235210

Título:ECUACIONES DIFERENCIALES (TRANSFORMADAS DE LAPLACE Y SOLUCIONES DEFINIDAS POR SERIES) (1ª)

Autor/es:Bargueño Fariñas, Vicente ;

Editorial:U.N.E.D.

ISBN(13):9788436265651

Título:PROBLEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES. CON INTRODUCCIONES TEÓRICAS

Autor/es:Vicente Bargueño Fariñas. ; María Alonso Durán ;

Editorial:U N E D

El libro:

PROBLEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES. CON INTRODUCCIONES TEÓRICAS.

Autor/es: Bargueño Fariñas, Vicente; Alonso Durán, María. Editorial: UNED.

ha sido realizado por el equipo docente con ejercicios que responden de una manera secuencial a cada uno de los contenidos de la asignatura.

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

- Curso virtual. A través de esta plataforma el alumno tienen posibilidad de:
    - Consultar información de la asignatura: información general en cuanto a distribución del temario, ritmo del curso o exámenes de cursos anteriores, por ejemplo.
    - Realizar consultas al equipo docente o a los tutores a través de los foros correspondientes o del correo electrónico.
    - Consultar e intercambiar material con el resto de los alumnos a través del “Foro de alumnos”.
  - Tutorías. En el Centro Asociado al que pertenezca el alumno.
  - Atención telefónica. Los alumnos pueden contactar y realizar consultas al equipo docente en los teléfonos 913987914 (lunes de 9 a 13 h.) y 913988914 (martes de 9 a 13 h.).
  - Biblioteca.
- 

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.