

22-23

GRADO EN INGENIERÍA DE LA ENERGÍA  
PRIMER CURSO

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## ECUACIONES DIFERENCIALES

CÓDIGO 68901068

UNED

**22-23****ECUACIONES DIFERENCIALES****CÓDIGO 68901068**

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Nombre de la asignatura	ECUACIONES DIFERENCIALES
Código	68901068
Curso académico	2022/2023
Departamento	MATEMÁTICA APLICADA I
Título en que se imparte	GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA
CURSO - PERIODO	- PRIMER CURSO - SEMESTRE 2
Título en que se imparte	GRADO EN INGENIERÍA DE LA ENERGÍA
CURSO - PERIODO	- PRIMER CURSO - SEMESTRE 2
Título en que se imparte	GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES
CURSO - PERIODO	- PRIMER CURSO - SEMESTRE 2
Título en que se imparte	GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA
CURSO - PERIODO	- PRIMER CURSO - SEMESTRE 2
Título en que se imparte	GRADO EN INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y AUTOMÁTICA
CURSO - PERIODO	- PRIMER CURSO - SEMESTRE 2
Tipo	FORMACIÓN BÁSICA
Nº ETCS	6
Horas	150.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

Esta asignatura, de 6 créditos ECTS, es de formación básica en todos los grados en ingeniería de la ETSI Industriales de la UNED y se cursa en el segundo cuatrimestre de primer curso.

Las ecuaciones diferenciales surgen de forma natural al modelar casi todos los fenómenos de interés en ingeniería (desde físicos hasta económicos). Por lo tanto, cualquier persona que curse un grado técnico necesita conocer los conceptos fundamentales y las principales herramientas sobre ecuaciones diferenciales para, por un lado, poder avanzar en el estudio de otras materias y, por otro, poder desarrollar su labor profesional.

En este curso, de marcado carácter práctico, se cubre la necesidad descrita en el párrafo anterior. Es decir, se presentan algunos de los resultados y herramientas más importantes que permiten resolver ecuaciones diferenciales o conocer la dinámica asociada a las mismas.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Para cursar la asignatura es necesario poseer los conocimientos de álgebra lineal y de cálculo infinitesimal que se adquieren al cursar asignaturas de Álgebra y Cálculo del plan de estudios.

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos  
Correo Electrónico  
Teléfono  
Facultad  
Departamento

DANIEL FRANCO LEIS (Coordinador de asignatura)  
dfranco@ind.uned.es  
91398-8134  
ESCUELA TÉCN.SUP INGENIEROS INDUSTRIALES  
MATEMÁTICA APLICADA I

Nombre y Apellidos  
Correo Electrónico  
Teléfono  
Facultad  
Departamento

ELVIRA HERNANDEZ GARCIA  
ehernandez@ind.uned.es  
91398-7992  
ESCUELA TÉCN.SUP INGENIEROS INDUSTRIALES  
MATEMÁTICA APLICADA I

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

**Los alumnos podrán ponerse en contacto con el equipo docente por medio del correo electrónico, el curso virtual, el teléfono o la entrevista personal. El procedimiento más indicado para las consultas de contenidos es el curso virtual.**

La atención presencial al estudiante se realizará, preferentemente, los martes, de 10:00 a 14:00

**Daniel Franco Leis**

**Tlfno:** 91 398 81 34

**Correo:** dfranco@ind.uned.es

Despacho 2.47. ETSI Industriales. UNED.

**Elvira Hernández García**

**Tlfno:** 91 398 79 92

**Correo:** ehernandez@ind.uned.es

Despacho 2.37. ETSI Industriales. UNED.

**Nota:** Téngase en cuenta que durante las semanas de exámenes el profesor de la asignatura puede estar en comisión de servicios en alguno de los tribunales, por lo que no sería posible la atención a los alumnos durante estos periodos.

## TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

- **Tutorías de centro o presenciales:** se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.
- **Tutorías campus/intercampus:** se puede acceder vía internet.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 68901068

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

**COMPETENCIAS DEL GRADO (ORDEN CIN 351-2009)****COMPETENCIAS BÁSICAS:**

**CB1.** Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

**CB2.** Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

**COMPETENCIAS GENERALES:**

**CG.3.** Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

**CG.4.** Capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad, razonamiento crítico y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas en el campo de la Ingeniería Industrial.

**CG.6.** Capacidad para el manejo de especificaciones, reglamentos y normas de obligado cumplimiento.

**CG.10.** Capacidad de trabajar en un entorno multilingüe y multidisciplinar.

**COMPETENCIAS ESPECÍFICAS DE FORMACIÓN BÁSICA:**

**CBE.1.** Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

**OTRAS COMPETENCIAS:**

- Capacidad de análisis y síntesis.
- Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica.
- Manejo de las tecnologías de la información y comunicación (TICs).

(OBSERVACIONES: Memoria del Grado en proceso de revisión)

**RESULTADOS DE APRENDIZAJE**

El alumno deberá conocer y entender:

-Los aspectos analíticos, numéricos y gráficos de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y de orden superior, y de los sistemas de ecuaciones lineales, así como de sus métodos de resolución tradicionales.

-La transformada de Laplace como operador matemático que permite facilitar la resolución de ecuaciones diferenciales y sistemas, así como el manejo de situaciones técnicas de gran aplicación en ingeniería.

-Los sistemas de ecuaciones lineales y el análisis de la estabilidad de las soluciones.

-Las ecuaciones en derivadas parciales y su presencia en problemas relacionados con la distribución y flujo de temperaturas, de ondas producidas por vibraciones y de potenciales tanto electrostáticos como gravitacionales.

## CONTENIDOS

### Tema 1. La ecuación de primer orden

#### Contenidos:

- Conceptos generales. Ecuación diferencial de un haz de curvas planas.
- La ecuación de primer orden. Solución general y solución particular.
- Teorema de existencia y unicidad de solución.
- Representación gráfica de soluciones. Isoclinas. Campo de direcciones.

### Tema 2. Integración de la ecuación de primer orden. La ecuación lineal.

#### Contenidos:

- Ecuaciones de variables separadas. Ecuaciones homogéneas.
- Ecuaciones diferenciales exactas. Factor integrante.
- La ecuación lineal. Solución general.
- Ecuaciones de Bernouilli y de Riccati.
- Ecuaciones no resueltas respecto a la derivada. Lagrange. Clairaut.
- Soluciones singulares
- Aplicaciones geométricas. Trayectorias ortogonales

### Tema 3. Ecuaciones de orden superior.

#### Contenidos:

- Definiciones.El problema de Cauchy. Teorema de existencia y unicidad de solución.
- Métodos elementales de integración .
- La ecuación lineal. El operador diferencial lineal.
- Teoría fundamental de las ecuaciones lineales. Sistema fundamental de soluciones. Wronskiano.
- Reducción de orden de la ecuación lineal homogénea conociendo una solución.

#### Tema 4. Ecuaciones lineales de coeficientes constantes.

**Contenidos**

- Ecuaciones lineales homogéneas de coeficientes constantes
- Ecuaciones lineales no homogéneas. Integral general. Método de variación de las constantes.
- Otras formas de búsqueda de soluciones: Método de selección. Método operacional.
- Las ecuaciones de Euler y Legendre.

#### Tema 5. La transformada de Laplace.

**Contenidos:**

- Definición. Condiciones de existencia
- Transformadas de algunas funciones elementales. Propiedades de la Transformada de Laplace.
- La transformada inversa.
- Convolución de funciones. Teorema de convolución.
- Aplicación de la T. de L. a la resolución de ecuaciones diferenciales.

#### Tema 6. Soluciones definidas por series.

**Contenidos:**

- Soluciones de ecuaciones diferenciales de orden  $n$  mediante series de potencias. Descripción del método.
- Soluciones en las proximidades de un punto ordinario
- Puntos singulares regulares. Método de Frobenius. Casos particulares.
- La ecuación de Bessel.

#### Tema 7. Sistemas de ecuaciones.

**Contenidos:**

- Generación de sistemas. Congruencia de curvas.
- Sistemas de primer orden.
- Algunos métodos generales de resolución. Eliminación, Combinaciones integrables. Operador  $D$ .
- Sistemas lineales.
- Sistemas lineales homogéneos. Estructura de soluciones.
- Sistemas lineales homogéneos con coeficientes constantes.
- Sistemas no homogéneos.

Tema 8. Introducción a la estabilidad.

**Contenidos:**

- Analizar el comportamiento de las soluciones de un sistema autónomo.
- Conceptos generales: Plano de las fases. Trayectoria. Puntos críticos.
- Definición y concepto de estabilidad de un sistema. Sistemas lineales. Tipos simples de puntos de reposo.
- Sistemas no lineales.
- Criterio de Hurwitz.

Tema 9. Introducción a las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

**Contenidos**

- Conceptos básicos sobre las ecuaciones con derivadas parciales (EDP): Orden de una ecuación. Solución particular. Solución general. Etc.
- Condiciones de contorno: Dirichlet. Newman. Robin.
- Ecuaciones de interés en física matemática: Ecuación de ondas. Ecuación del calor. Ecuación de Laplace.

Tema 10. Ecuaciones en derivadas parciales lineales de segundo orden. Separación de variables.

**Contenidos:**

- EDP lineales de segundo orden. Tipos de ecuaciones.
- La ecuación de Euler. Solución general.
- El Método de Separación de variables.

## METODOLOGÍA

Las actividades de aprendizaje se distribuyen entre el trabajo autónomo, el tiempo de interacción con el equipo docente, los tutores y los propios alumnos, y la realización de pruebas de evaluación.

La distribución de este tipo de actividades con arreglo al número de horas de trabajo del total de créditos, se estima que sea la siguiente:

Actividades formativas	Porcentaje de horas de trabajo
------------------------	--------------------------------



<p><b>Trabajo con contenidos teóricos y prácticos</b> (consulta de materiales didácticos, asistencia a tutorías, consultas al equipo docente y tutores, participación en el foro de alumnos).</p>	<p>30% (45 horas).</p>
<p><b>Realización de actividades de evaluación</b> (prueba presencial y actividades de autoevaluación y evaluación continua).</p>	<p>10% (15 horas).</p>
<p><b>Trabajo autónomo</b> (estudio de contenidos teóricos, resolución de ejercicios y problemas, preparación y realización de pruebas presenciales).</p>	<p>60% (90 horas).</p>

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	3
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

Calculadora.

### Criterios de evaluación

La puntuación de cada ejercicio se expondrá en el examen.

#### Se valorará:

**-Desarrollo del ejercicio.**

**-Obtención del resultado correcto.**

**-Cometer errores "graves": No derivar o integrar correctamente, efectuar mal operaciones elementales, etc.**

**-Limpieza en la exposición.**

% del examen sobre la nota final	90
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4

Comentarios y observaciones

**PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)**

¿Hay PEC? Si

Descripción

Prueba correspondiente a los temas 1 al 6, ambos incluidos, consistente en la realización de tres ejercicios de desarrollo. Será expuesta en el apartado correspondiente del curso virtual de la asignatura y contestada en la misma.

Criterios de evaluación

La puntuación de cada ejercicio se expondrá en la prueba. La puntuación máxima es 10 puntos.

**La nota obtenida en la prueba de evaluación continua (PEC), solo tendrá influencia en la nota final de la asignatura cuando se cumplan simultáneamente los dos requisitos siguientes:**

**1.- Que en la prueba de evaluación continua (PEC) se obtenga una nota de 5 o más puntos.**

**2.- Que en la prueba de evaluación final se obtenga una nota igual o superior a 4 puntos.**

**La nota obtenida en la prueba de evaluación continua será válida tanto en la convocatoria de ordinario como en la extraordinaria, en su caso.**

Ponderación de la PEC en la nota final 10

Fecha aproximada de entrega Aproximadamente la tercera semana del mes de abril.

Comentarios y observaciones

**OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final 0

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

**¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

**1.- Alumnos que realicen la PEC.:**

**1.a.- Alumnos con nota igual o superior a 4 en la evaluación final y nota igual o mayor que 5 en la PEC.:**

**NOTA FINAL= Nota de evaluación final +( 0.1xNota de la PEC).**

**Aprobado: 5 puntos.**

**Máxima nota posible: 10 puntos.**

**1.b.- Alumnos con nota inferior a 4 en la evaluación final o bien inferior a 5 en la PEC.**

**NOTA FINAL= Nota de evaluación final.**

**2.- Alumnos que no realicen la PEC.:**

**NOTA FINAL= Nota de evaluación final.**

## **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

ISBN(13):9788416466146

Título:ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS. INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES. SEGUNDA EDICIÓN (Segunda)

Autor/es:Vicente Bargueño Fariñas. ; Luís Rodríguez Marín. ; María Alonso Durán ;

Editorial:: SANZ Y TORRES

El libro corresponde a una segunda edición del utilizado en los años anteriores, donde se ha añadido alguna explicación adicional y aumentado el número de ejercicios de autoevaluación.

## **BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

ISBN(13):9788429151138

Título:ECUACIONES DIFERENCIALES

Autor/es:Ross, Shefley L. ;

Editorial:REVERTÉ

ISBN(13):9788429151459

Título:INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES (1ª)

Autor/es:Stephenson, G. ;

Editorial:REVERTÉ

ISBN(13):9788436265651

Título:PROBLEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES. CON INTRODUCCIONES TEÓRICAS

Autor/es:Vicente Bargueño Fariñas. ; María Alonso Durán ;  
Editorial:U N E D

ISBN(13):9789684444836

Título:ECUACIONES DIFERENCIALES Y PROBLEMAS CON VALORES EN LA FRONTERA

Autor/es:Snider, Arthur David ; Saff, Edward B. ; Nagle, R. Kent ;

Editorial:PEARSON ADDISON-WESLEY

ISBN(13):9789702612858

Título:ECUACIONES DIFERENCIALES Y PROBLEMAS CON VALORES EN LA FRONTERA (4)

Autor/es:Penney, David E. ; Edwards, C. Henry ;

Editorial:PEARSON EDUCACIÓN

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Se recomienda el uso del programa **wxMaxima** como apoyo para el estudio de la asignatura. Por otro lado, el equipo docente, si lo considera conveniente, publicará material de apoyo al aprendizaje en el curso virtual.

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.