

23-24

MÁSTER UNIVERSITARIO EN  
MATEMÁTICAS AVANZADAS

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## ANÁLISIS NO LINEAL DE EDPS

CÓDIGO 21520028

UNED

# ÍNDICE

|                                                            |  |
|------------------------------------------------------------|--|
| PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN                           |  |
| REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA |  |
| EQUIPO DOCENTE                                             |  |
| HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE                          |  |
| COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE                    |  |
| RESULTADOS DE APRENDIZAJE                                  |  |
| CONTENIDOS                                                 |  |
| METODOLOGÍA                                                |  |
| SISTEMA DE EVALUACIÓN                                      |  |
| BIBLIOGRAFÍA BÁSICA                                        |  |
| BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA                                |  |
| RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA                              |  |

|                           |                                               |
|---------------------------|-----------------------------------------------|
| Nombre de la asignatura   | ANÁLISIS NO LINEAL DE EDPs                    |
| Código                    | 21520028                                      |
| Curso académico           | 2023/2024                                     |
| Título en que se imparte  | MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS AVANZADAS |
| Tipo                      | CONTENIDOS                                    |
| Nº ETCS                   | 7,5                                           |
| Horas                     | 187.5                                         |
| Periodo                   | SEMESTRE 1                                    |
| Idiomas en que se imparte | CASTELLANO                                    |

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

Las ecuaciones en derivadas parciales (EDPs) es uno de los campos de las matemáticas que mas se han desarrollado a lo largo del siglo XX y principios del XXI, motivado principalmente por su aplicaciones a las C.C. Físicas, las C.C. Naturales o la Ingeniería, las EDPs han sido objeto de estudio desde distintos puntos de vista: Análisis Matemático, Física Matemática, Análisis numérico o Aplicaciones a problemas de otras ciencias o ingenierías. La asignatura se centra en el estudio de las EDPs desde la perspectiva del análisis matemático. Dicho análisis nos permite obtener una serie de propiedades cualitativas de la solución sin necesidad de obtener la solución explícita, algo que en la mayoría de los casos no ha sido posible hasta el momento.

A lo largo de la asignatura se utilizan métodos de análisis funcional para el estudio teórico de las ecuaciones, para ello es necesario una serie de conocimientos básicos de análisis funcional.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA

Para cursar la asignatura es necesario haber cursado los estudios obligatorios para acceder al Master de Matemáticas Avanzadas. Es altamente recomendable haber cursado un curso introductorio de "Ecuaciones en Derivadas Parciales" además de tener conocimientos básicos sobre espacios de Hilbert. Estos conocimientos son los adquiridos al cursar las asignaturas obligatorias del grado en matemáticas de la UNED "Introducción a los espacios de Hilbert" y "Análisis de Fourier y Ecuaciones en Derivadas Parciales". A aquellos alumnos que no han cursado asignaturas básicas con conocimientos similares se les recomienda adquirir dichos conocimientos con la lectura de los libros

### **-Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos**

Autores: Antonio García García y María José Muñoz Bouzo

Ed: Sanz y Torres (2ª Edición Revisada), 2020.

### **-Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales**

Autor: Hans F. Weinberger

Ed: Reverté (2ª Edición)

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos  
Correo Electrónico  
Teléfono  
Facultad  
Departamento

JOSE IGNACIO TELLO DEL CASTILLO (Coordinador de asignatura)  
jtello@mat.uned.es

Nombre y Apellidos  
Correo Electrónico  
Teléfono  
Facultad  
Departamento

ANTONIO MANUEL VARGAS UREÑA  
avargas@ind.uned.es

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

El equipo docente realizará la tutorización fundamentalmente a través del Curso Virtual. El Seguimiento del Aprendizaje se realizará mediante el curso virtual y los foros abiertos para ese fin. En él se habilitarán foros temáticos en los que el alumno podrá plantear sus dudas que estarán visibles para el resto de alumnos.

Tutorización telefónica en los horarios de guardia del profesor de la sede Central.

Tutorización postal.

Tutorización presencial en la Sede Central en los horarios de guardia del profesor.

Horario de guardia:

Martes de 10:00 a 14:00

Despacho 2.95 Facultad de Psicología

Tfno 913987350

email: jtello(a)mat.uned.es

Facultad de Ciencias

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

### COMPETENCIAS BÁSICAS

CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.

CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.

CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.

CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

### COMPETENCIAS GENERALES

CG2 - Conocer algunas de las líneas de investigación dentro de las áreas cubiertas por el Máster.

CG4 - Aprender a redactar resultados matemáticos.

### **COMPETENCIAS ESPECÍFICAS**

CE2 - Conocer los problemas centrales, la relación entre ellos, las técnicas más adecuadas en los distintos campos de estudio, y las demostraciones rigurosas de los resultados relevantes.

CE3 - Adquirir la capacidad de enfrentarse con la literatura científica a distintos niveles, desde libros de texto con contenidos avanzados hasta artículos de investigación matemática publicados en revistas especializadas.

CE4 - Saber analizar y construir demostraciones matemáticas, así como transmitir conocimientos matemáticos avanzados en entornos especializados.

## **RESULTADOS DE APRENDIZAJE**

### **Conocimientos**

1-Conocimiento de las propiedades básicas de los espacios de Sobolev y otros espacios de funciones, así como sus inclusiones compactas.

2-Formulación variacional de problemas en derivadas parciales.

3-Conocimiento de los teoremas de Lax Milgram y del principio del máximo, descomposición espectral de operadores compactos lineales.

4- Conocimiento de los siguientes teoremas:

Teorema de Ambrosetti-Rabinovich, Teorema del punto fijo de Browder y Teoremas de la Función implícita e inversa en el contexto de las EDPs.

5-Problemas de evolución: Teorema de Hille Yosida.

### **Destrezas y habilidades.**

1. Construir la formulación variacional de un problema elíptico de segundo orden.

2. Aplicar el Teorema de Lax Milgram a problemas lineales elípticos y el principio del máximo

3. Obtener los autovalores y autofunciones del laplaciano en dominios sencillos

4. Aplicar métodos variacionales y de punto fijo para obtener la existencia de soluciones de problemas no-lineales.

5. Obtener existencia de soluciones para problemas de evolución mediante el teorema de Hille-Yosida

## **CONTENIDOS**

### **TEMA 1. Espacios de Lebesgue y de Sobolev**

1.1 Prerrequisitos

1.2 Espacios topológicos, métricos, de Banach y de Hilbert

1.3 Integral de Lebesgue y espacios  $L^p$

- 1.4 Bases en un espacio de Hilbert
- 1.5 Aplicaciones lineales
- 1.6 Operadores Compactos
- 1.7 Espacios de Sobolev
- 1.8 Semicontinuidad
- 1.9 Distribuciones

## Tema 2. Problemas Elípticos Lineales

- 2.1 Introducción
- 2.2 Formulación débil de problemas elípticos.
- 2.3 Unicidad de soluciones
- 2.4 Principio de superposición
- 2.5. Principio débil del máximo
- 2.6 Existencia de soluciones. Teorema de Lax-Milgram.
- 2.7 Autovalores y autofunciones de problemas elípticos
- 2.8 Método de separación de variables.
- 2.9 Funciones de Green
- 2.10 Principio fuerte del máximo
- 2.11 La ecuación de Laplace: Método de Perron.
- 2.12 Regularidad de las soluciones

## Tema 3. Problemas Elípticos No Lineales

- 3.1 Minimización de funcionales convexos
- 3.2 Teorema de la función inversa. Teorema de la función Implícita
- 3.4 Teorema del paso de la montaña o de Ambrosetti-Rabinowitz
- 3.5 Métodos de punto fijo.
- 3.6 Métodos de sub-supersoluciones.

## Tema 4. Problemas de Evolución

- 4.1 Teorema de Hille-Yosida
- 4.2. La ecuación del calor
- 4.3 La ecuación de ondas

## METODOLOGÍA

En cada capítulo se debe llevar a cabo el estudio del siguiente modo:

- Estudio del texto o textos base que se indican en cada capítulo
- Realización de los ejercicios propuestos en los textos base además de los que se sugieren en las notas del profesor.

Gran parte de la formación recae sobre el trabajo personal del alumno con la bibliografía recomendada, básica y complementaria, siempre con la ayuda del profesor de la Sede Central de la UNED, y las tecnologías de ayuda de la UNED. Los contactos con el equipo docente pueden ser: por teléfono, en su horario de guardia, presenciales en la Sede Central, previa cita, por e-mail, correo postal, y el curso virtual. Vamos a hacer hincapié en el curso virtual, porque está siendo una herramienta de enorme utilidad para los estudiantes en los últimos años. En el foro de consultas generales se plantearán preferentemente cuestiones de carácter burocrático, de gestión o de procedimientos de evaluación. En el foro de alumnos se podrán comunicar con los otros alumnos, no es un foro tutelado por lo que los profesores no se responsabilizarán del contenido del mismo. Finalmente se crearán foros de cuestiones concretas: foros específicos de dudas sobre contenidos, que estarán orientados a la profundización y comprensión de los distintos temas. Los alumnos podrán realizar consultas razonadas y concisas sobre el tema.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

|                                 |                      |
|---------------------------------|----------------------|
| Tipo de examen                  | Examen de desarrollo |
| Preguntas desarrollo            | 4                    |
| Duración del examen             | 120 (minutos)        |
| Material permitido en el examen |                      |

No se permitirá ningún tipo de Material  
Criterios de evaluación

La Prueba consistirá en un examen escrito con varios problemas / ejercicios teóricos o prácticos, que podrán tener diversos apartados, y que no superarán en dificultad a los de estudiados durante el curso. I

**Se evaluarán los siguientes aspectos:**

Comprensión de los aspectos básicos

Resolución de problemas en los que se demuestren las habilidades adquiridas.

Formulación correcta en lenguaje matemático (claridad y precisión).

Desarrollo de argumentos lógicos con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones.

**De manera general conviene recordar de que todas las soluciones de los ejercicios de la Prueba Presencial deberán estar suficientemente justificadas. También se tendrá en cuenta la presentación de los ejercicios de la Prueba Presencial.**

**La notación utilizada en las Pruebas Presenciales será la utilizada en los textos base de la asignatura, existiendo la obligación de conocerla.**

|                                                                  |     |
|------------------------------------------------------------------|-----|
| % del examen sobre la nota final                                 | 100 |
| Nota del examen para aprobar sin PEC                             | 2,5 |
| Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC | 10  |
| Nota mínima en el examen para sumar la PEC                       | 2,5 |

**Comentarios y observaciones**

La PEC se realizará online y se permitirá todo tipo de material, tanto impreso, como digital. Su calificación será entre 0 y 2.5 puntos que se sumarán a la nota obtenida en la prueba presencial. La nota final nunca podrá ser superior a 10.

**CARACTERÍSTICAS DE LA PRUEBA PRESENCIAL Y/O LOS TRABAJOS**

Requiere Presencialidad Si

**Descripción**

La prueba presencial consistirá de varios problemas / ejercicios similares a los propuestos durante el curso.

**Criterios de evaluación**

Se evaluarán los siguientes aspectos:

Comprensión de los aspectos básicos

Resolución de problemas en los que se demuestren las habilidades adquiridas.

Formulación correcta en lenguaje matemático (claridad y precisión).

Desarrollo de argumentos lógicos con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones.

|                                                                       |                                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ponderación de la prueba presencial y/o los trabajos en la nota final | La nota de la PEC se sumará a la nota de la prueba presencial, siempre que esta última sea igual o superior a 2.5 puntos. La nota final nunca será superior a 10. |
|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                             |           |
|-----------------------------|-----------|
| Fecha aproximada de entrega | Diciembre |
|-----------------------------|-----------|



## Comentarios y observaciones

**PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)**

¿Hay PEC?

Si, PEC no presencial

Descripción

Prueba online que puntua hasta 2.5 puntos que se suman a la nota de la prueba presencial siempre que la calificación de la prueba presencial sea igual o superior a 2.5. En caso contrario la nota final será la nota de la prueba presencial. La nota final nunca podrá ser superior a 10.

La PEC consistirá en varios problemas / ejercicios similares a los realizados durante el curso.

Criterios de evaluación

Se evaluarán los siguientes aspectos:

Comprensión de los aspectos básicos

Resolución de problemas en los que se demuestren las habilidades adquiridas.

Formulación correcta en lenguaje matemático (claridad y precisión).

Desarrollo de argumentos lógicos con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones.

Ponderación de la PEC en la nota final

Se valorará la PEC hasta 2.5 puntos que se sumarán directamente a la calificación de la prueba presencial siempre que esta supere o iguale la puntuación de 2.5.

Fecha aproximada de entrega

Diciembre

Comentarios y observaciones

**OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s?

No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

**¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

La PEC se evalúa con una nota entre 0 y 2.5 y la de la prueba presencial de 0 a 10.

**1) Si la nota de la prueba presencial es menor a 2.5 ----> la calificación de la asignatura es la de la prueba presencial (aunque se haya realizado la PEC)**

**2) Si la nota de la prueba presencial está entre 2.5 y 7.5 ----> la nota de la asignatura es la suma de ambas notas.**

**3) Si la nota de la prueba presencial es superior a 7.5----> Nota final= min (10, Nota PP + Nota PEC)**

**es decir, en caso de que al sumar las notas de ambas pruebas se superase el 10, la calificación final será de 10.**

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788418316821

Título:ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

Autor/es:José Ignacio Tello Del Castillo ;

Editorial:EDITORIAL SANZ Y TORRES

**Haim Brezis** - Analisis Funcional, Teoria y Aplicaciones. 1987. Editorial: Alianza editorial, colección Alianza Universidad. ISBN: 978-84-206-8088-0

**L. Evans** - Partial differential equations (Second Edition). 2010 Editorial: American Mathematical Society. ISBN 10:8125080007

**J. Ignacio Tello.** Ecuaciones en derivadas Parciales (2023). Editorial Sanz y Torres. ISBN 788418316821

Para los temas 1 y 2 se seguirá el libro de Ecuaciones en derivadas Parciales (J. Ignacio Tello), para el capítulo 3, el libro de L. Evans - Partial differential equations y para el capítulo 4, el libro de Haim Brezis - Analisis Funcional, Teoria y Aplicaciones.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

**Lucio Boccardo y Gisella Croce.** Elliptic Partial Differential Equations: Existence and Regularity of Distributional Solutions. 2013. Editorial De Gruyter. Colección: De Gruyter Studies in Mathematics, 55

**David Gilbarg y Neil S. Trudinger.** Elliptic Partial Differential Equations of Second Order. (Segunda edición) 1983 Editorial: Springer Verlag.

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

En el curso virtual se encuentran materiales de apoyo al estudio, acceso al foro y las direcciones de correo electrónicos de los profesores de la asignatura.

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.