

21-22

MÁSTER UNIVERSITARIO EN FÍSICA DE  
SISTEMAS COMPLEJOS

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## FLUCTUACIONES EN SISTEMAS DINÁMICOS

CÓDIGO 21156204

UNED

21-22

FLUCTUACIONES EN SISTEMAS  
DINÁMICOS  
CÓDIGO 21156204

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA  
ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

|                           |  |
|---------------------------|--|
| Nombre de la asignatura   | FLUCTUACIONES EN SISTEMAS DINÁMICOS                  |
| Código                    | 21156204   |
| Curso académico           | 2021/2022  |
| Título en que se imparte  | MÁSTER UNIVERSITARIO EN FÍSICA DE SISTEMAS COMPLEJOS |
| Tipo                      | CONTENIDOS   |
| Nº ETCS                   | 6  |
| Horas                     | 150.0  |
| Periodo                   | SEMESTRE 2   |
| Idiomas en que se imparte | CASTELLANO   |

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

En esta asignatura se analizarán algunos de los efectos de las fluctuaciones (consecuencia de la consideración de términos o comportamientos aleatorios) en la evolución de sistemas de relevancia en Física, Química, Biología, etc. En muchos casos, el tener en cuenta el efecto de las fluctuaciones es una descripción más realista que una modelización puramente determinista.

Después de una introducción sobre aspectos básicos de la teoría de los procesos estocásticos, se estudiarán los conceptos de fluctuaciones internas y externas y la diferente manera de analizar su influencia. Se presentarán los conceptos de ecuación maestra (para fluctuaciones internas) y de ecuación diferencial estocástica (para fluctuaciones internas y externas) y su tratamiento analítico y numérico. En el caso de las fluctuaciones externas, se estudiará la aparición de fenómenos como las transiciones inducidas por ruido y la resonancia estocástica, entre otros.

Esta asignatura tiene asignados 6 créditos ECTS y se imparte en el segundo semestre del curso.

### Equipo Docente

Dr. Javier de la Rubia Sánchez

Javier de la Rubia Sánchez es Catedrático de Universidad en el Departamento de Física Fundamental en el área de Física Aplicada. Se licenció en Ciencias Físicas por la Universidad Autónoma de Madrid y se doctoró en Ciencias Físicas por la UNED. Amplió estudios en la Universidad de California en San Diego (Estados Unidos) y en la Universidad de Bremen (Alemania). Actualmente imparte docencia de *Fundamentos de Física I* (Grado en Física), *Mecánica Estadística* (Grado en Física) y *Biofísica* (Grados en Física y en Ciencias Ambientales). Su principal tema de investigación es el estudio del efecto de las fluctuaciones en el comportamiento de sistemas dinámicos de relevancia en Física, Química y Biología.

Esta asignatura forma parte del módulo denominado *Física Estadística de Sistemas Complejos* y se enmarca dentro de un perfil mixto de formación académica y de iniciación a la investigación. Los conocimientos que se imparten en la asignatura no son normalmente considerados en profundidad en los estudios de grado, por lo que su comprensión completará la formación académica de las personas que la cursen; por otra parte, los conceptos y técnicas que se aprenderán en la asignatura son actualmente utilizados en diversas áreas de investigación activas, por lo que capacitarán para el inicio en la

investigación actual en diversas áreas, muchas de ellas con un elevado carácter multidisciplinar.

En el marco del máster, esta asignatura se relaciona directamente con *Introducción a la Ciencia no lineal*, con la que comparte, en gran medida, el lenguaje descriptivo y algunos conceptos y, desde un punto de vista numérico, con algunas partes de las asignaturas *Métodos numéricos avanzados* o *Modelización y simulación de sistemas complejos*. Dentro del plan de formación del máster, su nivel puede considerarse medio en cuanto a los requerimientos matemáticos y los conceptos manejados y adquiridos.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA

Para cursar la asignatura con garantías de éxito son precisos los conocimientos básicos de Matemáticas y de Física que se hayan adquirido en asignaturas cursadas previamente en una licenciatura o grado en Ciencias o Ingeniería y en la asignatura del máster *Introducción a la Ciencia no lineal*.

Por otra parte, dado que una parte de los materiales didácticos suministrados por el equipo docente estarán en inglés, para un completo aprovechamiento de la asignatura es imprescindible un conocimiento de la lengua inglesa suficiente para entender textos técnicos escritos en esa lengua.

## EQUIPO DOCENTE

|                    |  |
|--------------------|--|
| Nombre y Apellidos | FCO JAVIER DE LA RUBIA SANCHEZ (Coordinador de asignatura) |
| Correo Electrónico | jrubia@fisfun.uned.es                                      |
| Teléfono           | 91398-7128   |
| Facultad           | FACULTAD DE CIENCIAS                                       |
| Departamento       | FÍSICA FUNDAMENTAL   |

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

**NOTA PREVIA:** La asignatura se imparte virtualizada, por lo que las labores de tutorización y seguimiento se harán principalmente a través de las herramientas de comunicación del curso virtual (foros de debate).

### Horarios de tutoría

Para cualquier consulta telefónica o personal (necesaria cita previa).

Miércoles, excepto en vacaciones académicas, de 11 a 13 y de 16 a 18.

En caso de que el miércoles sea día festivo, la tutoría se realizará el siguiente día lectivo.

### Datos de contacto

Dr. D. Javier de la Rubia Sánchez

Correo Electrónico: jrubia@fisfun.uned.es

Teléfono: 91 398 7128

- Despacho 0.08
- Departamento de Física Fundamental
- Facultad de Ciencias (Campus Las Rozas)
- Carretera Las Rozas-El Escorial, Km.5 (Urbanización Monte Rozas)
- 28230 Las Rozas (Madrid)

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

### COMPETENCIAS BÁSICAS

CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación

CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.

CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios

CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades

CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida auto dirigido o autónomo.

### COMPETENCIAS GENERALES

CG01 - Adquirir capacidad de análisis y síntesis.

CG02 - Adquirir capacidad de organización y planificación.

CG03 - Adquirir conocimientos de informática relativos al ámbito de estudio

CG05 - Adquirir capacidad para resolución de problemas

CG08 - Adquirir razonamiento crítico

CG10 - Adquirir capacidad de aprendizaje autónomo

### COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

CE01 - Saber utilizar y relacionar los diferentes tipos de descripción (microscópica, mesoscópica y macroscópica) de los fenómenos físicos

CE02 - Comprender las propiedades cualitativas de las soluciones a las ecuaciones de la física (sus tipos, estabilidad, singularidades, etc.) y su dependencia de los parámetros que definen un sistema físico

CE03 - Comprender el papel del ruido y las fluctuaciones en los fenómenos físicos y manejar su modelización matemática

CE04 - Comprender y saber relacionar matemáticamente las propiedades macroscópicas de un sistema con las interacciones y la geometría de los elementos microscópicos del mismo

CE05 - Capacidad de análisis de problemas nuevos en sistemas poco conocidos y determinar similitudes y diferencias con modelos de referencia

CE06 - Capacidad de formular modelos matemáticos en términos de ecuaciones diferenciales (ordinarias o en derivadas parciales)

CE07 - Saber construir modelos numéricos para fenómenos descritos por ecuaciones diferenciales (ordinarias o en derivadas parciales) con diferentes condiciones iniciales o de contorno

CE08 - Capacidad de realizar análisis críticos de resultados experimentales, analíticos y numéricos

CE09 - Capacidad de búsqueda de bibliografía y fuentes de información especializadas. Manejo de las principales bases de datos de bibliografía científica y de patentes

CE10 - Conocimiento avanzado del estado actual y la evolución de un campo de investigación concreto

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Comprender las propiedades y características de diferentes procesos estocásticos.
- Entender la diferencia entre fluctuaciones internas y externas.
- Identificar la ecuación maestra como medio principal para describir las fluctuaciones internas.
- Saber escribir la ecuación maestra para un proceso de nacimiento y muerte y calcular e interpretar su solución estacionaria.
- Manejar de las ecuaciones de evolución de los momentos asociados a una ecuación maestra y de la ecuación de Fokker-Planck como aproximación de la ecuación central.
- Entender el concepto de ecuación diferencial estocástica: fluctuaciones externas aditivas y multiplicativas.
- Comprender el significado de integral estocástica y la diferencia entre sus distintas interpretaciones.
- Saber escribir la ecuación de Fokker-Planck asociada a una ecuación diferencial estocástica y analizar su solución estacionaria.
- Ser capaz de implementar métodos numéricos para resolver una ecuación diferencial estocástica.
- Conocer la diferencia entre ruido blanco y de color.
- Saber definir e interpretar el concepto de transición inducida por ruido.
- Comprender el fenómeno de la resonancia estocástica e identificar los ingredientes fundamentales para su aparición.

## CONTENIDOS

Tema 1. Conceptos básicos de la teoría de procesos estocásticos: Definiciones y propiedades elementales. Probabilidades conjuntas y condicionales. Clasificación de los procesos estocásticos. Valores característicos de las distribuciones de probabilidad.

Tema 2. Fluctuaciones internas. La ecuación maestra: Concepto de fluctuaciones internas. La ecuación maestra ("master equation"). Procesos de nacimiento y muerte. Ecuaciones de evolución para los momentos. Aplicación a sistemas de reacciones químicas. La ecuación de Fokker-Planck como aproximación de la ecuación maestra.

Tema 3. Ecuaciones diferenciales estocásticas: La ecuación de Langevin. Integrales estocásticas. Integrales de Ito y de Stratonovich. La ecuación de Fokker-Planck asociada. Solución estacionaria de la ecuación de Fokker-Planck. Simulación numérica de ecuaciones diferenciales estocásticas.

Tema 4. Fluctuaciones externas. Descripción y aplicaciones básicas: Concepto de fluctuaciones externas: ruido aditivo y multiplicativo. Transiciones inducidas por ruido: ruido blanco. Transiciones inducidas por ruido: ruido de color. Resonancia estocástica.

## METODOLOGÍA

La docencia se impartirá a través de un curso virtual dentro de la plataforma educativa de la UNED.

Dentro del curso virtual los estudiantes dispondrán de:

(a) Información y Materiales:

- Guía del curso.
- Recursos, donde se proporciona el material básico necesario para el estudio y lecturas complementarias, de divulgación y técnicas, que ayudan a entender y ampliar los conceptos e ideas presentados en el curso.
- Ejemplos de exámenes propuestos en cursos anteriores.

(b) Herramientas de comunicación:

- Foros de debate, donde se intercambian conocimientos y se resuelven dudas de tipo conceptual o práctico.

- Plataforma de entrega de los trabajos, exámenes, problemas y otras posibles herramientas de calificación.

Fuera del curso virtual el estudiante también tendrá acceso a realizar consultas al equipo docente a través del correo, teléfono y presencialmente en los horarios establecidos para estas actividades.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen No hay prueba presencial

### CARACTERÍSTICAS DE LA PRUEBA PRESENCIAL Y/O LOS TRABAJOS

Requiere Presencialidad No

#### Descripción

El **examen final de evaluación** es obligatorio y constará de varios problemas (entre 1 y 4, dependiendo de la longitud de cada uno de ellos). Se dará a conocer a través del curso virtual y el alumnado dispondrá de dos días para realizarlo en su casa y devolverlo al equipo docente. La fecha para realizar el examen se anunciará oportunamente en el curso virtual.

#### Criterios de evaluación

Para la evaluación del examen, además de la corrección de las respuestas, se valorará el desarrollo de las mismas, la justificación de las hipótesis que se usen y el detalle en la explicación de los pasos que se realicen. También se tendrá en cuenta la calidad en la presentación y redacción de la solución.

Ponderación de la prueba presencial y/o los trabajos en la nota final La puntuación del examen representará un 80% de la calificación final si se ha realizado el trabajo voluntario; si no se realiza el trabajo, la puntuación del examen será el 100% de la calificación final.

Fecha aproximada de entrega Segunda quincena de junio (convocatoria ordinaria) y segunda quincena de septiembre (convocatoria extraordinaria).

#### Comentarios y observaciones

### PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? No

#### Descripción

#### Criterios de evaluación

Ponderación de la PEC en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones



**OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? Si, no presencial

Descripción

**Trabajo de curso** de aplicación de los conocimientos adquiridos en el curso o de ampliación de los mismos. **La realización del trabajo es voluntaria.**

**El tema para realizar el trabajo es libre, aunque debe tener alguna relación con los contenidos del curso. Deberá tener una extensión máxima de 20 páginas, incluir una clara exposición del tema tratado (introducción y desarrollo detallado del mismo) y la descripción de la bibliografía consultada**

Criterios de evaluación

Además de la relación temática con los contenidos del curso, se valorará especialmente la claridad en la exposición.

Ponderación en la nota final

La valoración del trabajo representará un 20% de la calificación final. En el caso de que no se realice, su porcentaje de la nota final se sumará al adjudicado al examen final obligatorio que, en este caso, representará el 100% de la nota final.

Fecha aproximada de entrega

Segunda quincena de junio, para los alumnos que opten por examinarse en junio y primera quincena de septiembre para los que opten por examinarse en septiembre.

Comentarios y observaciones

**¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

La nota final se obtendrá a través de la valoración del examen final obligatorio y la realización voluntaria de un trabajo de curso. La calificación final se obtendrá a partir de los siguientes elementos:

**Examen final obligatorio.** La puntuación de este examen representará un 80% de la calificación final si se ha realizado el trabajo voluntario; si no se realiza el trabajo, la puntuación del examen será el 100% de la calificación final.

**Trabajo de curso.** La valoración del trabajo representará un 20% de la calificación final. Como la realización del trabajo es voluntaria, en el caso de que no se realice su porcentaje de la nota final se sumará al adjudicado al examen final obligatorio que, en este caso, representará el 100% de la nota final.

**BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

El material básico para preparar la asignatura se pondrá a disposición del alumnado a través del curso virtual. Dicho material ha sido generado por el equipo docente de la asignatura y contempla los aspectos fundamentales de todo el temario de la asignatura. En el apartado relativo a la bibliografía complementaria se recogen algunos textos que pueden servir al alumnado para profundizar en algunos de los conceptos abordados en el material básico o bien para extender su visión a otros temas no tocados en el presente curso.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

**M. O. Cáceres**, *Elementos de estadística de no equilibrio y sus aplicaciones al transporte en medios desordenados*. Editorial Reverté, Barcelona, 2003.

La primera parte de este texto es una buena (aunque algo escueta en algunos aspectos) introducción a los conceptos de probabilidad, procesos estocásticos y ecuaciones diferenciales estocásticas considerados en este curso. Es una buena alternativa al material básico del curso para una parte importante del temario. Sin embargo, no trata el tema de las fluctuaciones internas (ecuación maestra), por lo que no puede considerarse como texto base completo del curso. La segunda parte del libro contiene varios capítulos interesantes acerca de algunos fenómenos de transporte, lo que puede resultar de utilidad para ampliar los temas considerados en el curso.

**C. W. Gardiner**, *Handbook of stochastic methods*. Springer, Berlín, 1985.

Este es un libro muy recomendable que aborda prácticamente todos los temas de este curso. Escrito de una manera eminentemente práctica, aunque con más detalle de lo que podría esperarse de un "Handbook", trata aspectos de la teoría de probabilidades, procesos estocásticos, ecuaciones diferenciales estocásticas (con una excelente explicación de las diferencias entre la interpretación de Ito y la de Stratonovic), ecuación maestra, etc.. Puede perfectamente ser una alternativa al material básico para el curso.

**R. Mahnke, J. Kaupuzs, I. Lubashevsky**, *Physics of stochastic processes*. Wiley-VCH, Weinheim, 2009.

En este libro se tratan, de manera bastante técnica pero asequible, casi todos los temas de este curso. La parte dedicada a la ecuación maestra es bastante escueta, pero suficiente para comprender los aspectos básicos. De mayor extensión e interés es la parte dedicada a las ecuaciones diferenciales estocásticas, con una descripción bastante buena de los aspectos técnicos y con un detallado estudio de algunas aplicaciones, entre ellas las transiciones inducidas por ruido.

**I. Oppenheim, K. E. Schuler, G. H. Weiss**, *Stochastic processes in Chemical Physics: the Master Equation*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1977.

El libro está dividido en dos partes. En la primera se hace una resumida, aunque clara y bien estructurada, descripción teórica de las principales definiciones y propiedades de los procesos estocásticos y de la ecuación maestra. La segunda parte (la más extensa) es una recopilación de algunos de los principales artículos, ya clásicos teniendo en cuenta la fecha de publicación del libro, en los que se han establecido y estudiado las aplicaciones de los procesos estocásticos y la ecuación maestra a diversos sistemas, clásicos y cuánticos, de interés en Física y Química. Hay trabajos de Van Kampen, Pawula, Zwanzig, los propios autores y muchos otros. Por otra parte, no hay nada en el libro relacionado con las fluctuaciones externas, por lo que su utilidad se reduce a la parte de fluctuaciones internas.

**N. G. van Kampen**, *Stochastic processes in Physics and Chemistry*. North-Holland, Amsterdam, 1981.

Es una referencia clásica en este campo, con una buena introducción a la teoría de las probabilidades y los procesos estocásticos, y con numerosos ejemplos del efecto de las fluctuaciones (principalmente internas) en diversos sistemas físicos y químicos. En este texto es particularmente brillante el estudio de la ecuación maestra y, sobre todo, el análisis del desarrollo aproximado de la ecuación maestra en función del tamaño del sistema (lo que no es de extrañar, pues ese método fue desarrollado originalmente por el propio autor). Por otra parte, el tema de las fluctuaciones externas es tratado por el autor de una manera más marginal y con poco detalle. Es un libro excelente para ampliar algunos aspectos relacionados con la ecuación maestra.

**W. Horsthemke, R. Lefever**, *Noise-induced transitions*. Springer, Berlín, 1984.

Este texto es la referencia "clásica" sobre las fluctuaciones externas (ecuaciones diferenciales estocásticas) para las personas que no son matemáticas. Sobre ese tema hay bastantes referencias matemáticas, escritas con mucho rigor pero difíciles de entender (y sobre todo de aplicar a situaciones concretas) para las personas que no tienen una sólida formación matemática relacionada con la teoría de las probabilidades y los procesos estocásticos. En este libro se explican, con seriedad pero de forma más sencilla y práctica, los conceptos necesarios acerca de las ecuaciones diferenciales estocásticas para estudiar el efecto de las fluctuaciones externas, exponiendo, además, algunos ejemplos detallados. Muy recomendable para esta parte del curso.

**D. Henderson, P. Plaschko**, *Stochastic differential equations in Science and Engineering*, World Scientific, Singapore, 2006.

Un libro escrito con el mismo espíritu que el de Horsthemke y Lefever, y que trata exclusivamente el tema de las fluctuaciones externas (ecuaciones diferenciales estocásticas). Tiene un buen capítulo sobre métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales estocásticas.

**R. Toral, P. Colet**, *Stochastic numerical methods*. Wiley-VCH, Weinheim, 2014.

En este libro se presentan con detalle los métodos numéricos necesarios para resolver diversos problemas en los que juegan un papel esencial la teoría de probabilidades y los procesos estocásticos. En particular se detallan los procedimientos numéricos necesarios para resolver ecuaciones diferenciales estocásticas (con ruido blanco y de color) y ecuaciones maestras. Estos procedimientos se acompañan con los códigos necesarios para implementarlos, escritos en Fortran, lo que da una utilidad todavía mayor al libro. Además de la descripción detallada de los métodos numéricos, cada capítulo tiene una breve pero clara introducción teórica acerca del tema que se va a tratar (conceptos de probabilidad, generación de números aleatorios, procesos estocásticos, ecuaciones diferenciales estocásticas, ecuación maestra y otros temas de menor interés para este curso). Un libro

muy interesante, con un enfoque moderno del tema.

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

A través del curso virtual se pondrá a disposición del alumnado diverso material de apoyo al estudio, como, por ejemplo, artículos de divulgación y científicos relacionados con la temática general del curso (la mayoría de ellos en inglés), en particular con la aplicación de los conceptos teóricos aprendidos a situaciones concretas. Este material complementario pretende estimular al alumnado, ampliar sus conocimientos y desarrollar su capacidad de aplicarlos a casos prácticos y establecer contacto con temas de investigación actual.

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.