

23-24

MÁSTER UNIVERSITARIO EN  
MATEMÁTICAS AVANZADAS

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## ANÁLISIS GEOMÉTRICO Y APLICACIONES

CÓDIGO 21520034

UNED

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

|                           |                                               |
|---------------------------|-----------------------------------------------|
| Nombre de la asignatura   | ANÁLISIS GEOMÉTRICO Y APLICACIONES            |
| Código                    | 21520034                                      |
| Curso académico           | 2023/2024                                     |
| Título en que se imparte  | MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS AVANZADAS |
| Tipo                      | CONTENIDOS                                    |
| Nº ETCS                   | 7,5                                           |
| Horas                     | 187.5                                         |
| Periodo                   | SEMESTRE 1                                    |
| Idiomas en que se imparte | CASTELLANO                                    |

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

El Análisis en Espacios Métricos es un campo de reciente creación que surge a finales de los años 90 y donde confluyen diversas áreas de las Matemáticas como pueden ser el Análisis Funcional, la Geometría Diferencial, la Teoría Geométrica de la Medida, la Probabilidad, las EDPs o la Variable Compleja.

Estamos muy acostumbrados a demostrar resultados en contextos euclídeos donde se tienen a mano una gran cantidad de herramientas matemáticas. Sin embargo, en muchas ocasiones, se podrían obtener resultados similares desprendiéndonos del todo de la estructura lineal. Uno de los principales propósitos del Análisis en Espacios Métricos es entender cuáles son los elementos estrictamente necesarios que hacen que funcionen ciertas definiciones y resultados para desarrollar herramientas analíticas y geométricas (Análisis Geométrico) que se puedan aplicar en espacios que tengan a priori poca estructura, en este caso, en un contexto puramente métrico.

Este curso se divide en dos partes. En una primera parte, se introducirán una serie de herramientas generales de análisis y geometría en espacios métricos para poder hacer frente a diversos problemas de carácter no lineal. En la segunda parte del curso nos centraremos en las aplicaciones de esta teoría a diversos campos de las matemáticas. Cada estudiante escogerá una aplicación concreta de la teoría estudiada en la primera parte que tendrá la oportunidad de exponer al resto de estudiantes en el curso virtual.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA

Se recomienda tener conocimientos básicos de Teoría de la Medida (Integral de Lebesgue y espacios  $L^p$ ).

## EQUIPO DOCENTE

|                    |                                                         |
|--------------------|---------------------------------------------------------|
| Nombre y Apellidos | ESTIBALITZ DURAND CARTAGENA (Coordinador de asignatura) |
| Correo Electrónico | edurand@ind.uned.es                                     |
| Teléfono           | 91398-6439                                              |
| Facultad           | ESCUELA TÉCN.SUP INGENIEROS INDUSTRIALES                |
| Departamento       | MATEMÁTICA APLICADA I                                   |

Nombre y Apellidos  
Correo Electrónico  
Teléfono  
Facultad  
Departamento

ANTONIO PEREZ HERNANDEZ  
antperez@ind.uned.es  
91398-6686  
ESCUELA TÉCN.SUP INGENIEROS INDUSTRIALES  
MATEMÁTICA APLICADA I

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

### Procedimiento

Para consultas con contenido matemático o sobre el funcionamiento de la asignatura, por orden de preferencia:

1. Foros del curso virtual. Con la única excepción de las consultas en las que se deba resguardar la privacidad, este es el procedimiento indicado.
2. Correo electrónico (edurand@ind.uned.es).
3. Entrevista. Departamento de Matemática Aplicada, Escuela de Ingenieros Industriales de la UNED, 2ª planta, Despacho 2.41., calle de Juan del Rosal 12, 28040 Madrid. Se ruega concertar cita mediante correo electrónico o telefónicamente.
4. Teléfono (913986439). La llamada puede ser desviada a un buzón de voz. Por favor, deje su nombre, asignatura, asunto que quiere tratar y número de teléfono donde puede ser localizado.

### Horario

Las consultas telefónicas pueden realizarse, preferentemente, los miércoles de 10 a 14h. También se pueden concertar citas por las tardes si es necesario. Téngase en cuenta que durante las semanas de exámenes el profesor de la asignatura puede estar en comisión de servicios en alguno de los tribunales, por lo que no sería posible la atención a los alumnos durante estos periodos.

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

### COMPETENCIAS BÁSICAS

CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.

CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio .

CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.

CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y

sin ambigüedades.

CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

### **COMPETENCIAS GENERALES**

CG1 - Adquirir conocimientos generales avanzados en tres de las principales áreas de las matemáticas.

CG2 - Conocer algunas de las líneas de investigación dentro de las áreas cubiertas por el Máster.

CG3 - Adquirir la metodología de la investigación en matemáticas.

CG4 - Aprender a redactar resultados matemáticos.

### **COMPETENCIAS ESPECÍFICAS**

CE1 - Saber abstraer las propiedades estructurales de los objetos matemáticos, distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales.

Ser capaz de utilizar un objeto matemático en diferentes contextos.

CE2 - Conocer los problemas centrales, la relación entre ellos, las técnicas más adecuadas en los distintos campos de estudio, y las demostraciones rigurosas de los resultados relevantes.

## **RESULTADOS DE APRENDIZAJE**

### **Conocimientos**

- Manejar con soltura el concepto de distancia y la estructura de espacio métrico, así como conocer ejemplos que aparecen en distintas áreas de las matemáticas.
- Entender el concepto de curva en un espacio métrico y conocer las estructuras métricas de longitud.
- Entender el concepto de medida y dimensión de Hausdorff.
- Conocer la noción de medida doblante en un espacio métrico así como algunos teoremas de recubrimiento en espacios métricos con medidas doblantes y sus aplicaciones.
- Conocer algunos resultados básicos de funciones Lipschitz definidas en un espacio métrico.
- Conocer diferentes aplicaciones de la teoría de espacios métricos con medidas a diversos campos de las matemáticas.

### **Destrezas y habilidades.**

- Ser capaz de aplicar teorías generales a situaciones concretas.
- Reconocer problemas donde aparezca de manera natural una distancia y/o una medida.

## CONTENIDOS

Tema 1. Espacios métricos: primeras definiciones y ejemplos.

Tema 2. Curvas en espacios métricos: espacios de longitud.

Tema 3. Medida y dimensión de Hausdorff. Medidas doblantes.

Tema 4. Teoremas de recubrimiento y Teorema de diferenciación de Lebesgue.

Tema 5. Funciones Lipschitz en espacios métricos.

Tema 6. Aplicaciones.

## METODOLOGÍA

Metodología de enseñanza a distancia de la UNED con virtualización y tutorización telemática por parte del equipo docente.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen

No hay prueba presencial

### CARACTERÍSTICAS DE LA PRUEBA PRESENCIAL Y/O LOS TRABAJOS

Requiere Presencialidad

No

Descripción

**Trabajo final:** El equipo docente propondrá una serie de temas que traten sobre aplicaciones concretas de la teoría estudiada durante el curso. Cada tema tendrá asociado un artículo de investigación o capítulo de libro. El estudiante deberá escogerá uno de los temas propuestos que más encaje con sus preferencias y deberá redactar un trabajo (preferiblemente en LaTeX) de entre 4 y 10 páginas donde se expliquen tanto los resultados principales recogidos en el artículo o capítulo de libro como los conceptos claves involucrados en dichos resultados.

Criterios de evaluación

El trabajo final se puntuará sobre 10 puntos. Se valorará principalmente la calidad de la argumentación y redacción del tema propuesto.

Ponderación de la prueba presencial y/o los trabajos en la nota final 50%

Fecha aproximada de entrega Enero/Febrero

Comentarios y observaciones

La realización del trabajo final es obligatorio.

### PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? Si, PEC no presencial

Descripción

**PEC:** Al final de cada tema se propondrán una serie de ejercicios teórico-prácticos relacionados con la teoría estudiada. Al finalizar la primera parte del curso, el estudiante deberá entregar cinco de los ejercicios propuestos a su elección. La redacción de los ejercicios se realizará preferiblemente en LaTeX.

Criterios de evaluación

La PEC se puntuará sobre 10 puntos. Se valorará principalmente la corrección y la calidad de los argumentos utilizados en cada ejercicio.

Ponderación de la PEC en la nota final 35%

Fecha aproximada de entrega Diciembre

Comentarios y observaciones

La realización de la PEC es obligatoria. De cara a la convocatoria extraordinaria, aquellos alumnos que por causa justificada no hayan podido realizar la prueba de evaluación continua deben ponerse en contacto con el equipo docente de la asignatura para la realización de una tarea similar alternativa.

### OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? Si, no presencial

Descripción

#### Seguimiento de la actividad en foros

Criterios de evaluación

La actividad en los foros se puntuará sobre 10 puntos. Se valorará positivamente la participación en los foros y la interacción con el resto de los estudiantes del curso.

Ponderación en la nota final 15%

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

Se creará un foro donde los estudiantes podrán presentar al resto de sus compañeros el trabajo final que han realizado. Esta actividad no es obligatoria pero sí tiene un peso en la nota final de la asignatura.

### ¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

Nota final=(Nota **Trabajo final**)\*0.5 + (Nota **PEC**)\*0.35+ (Nota **Seguimiento de la actividad en foros**)\*0.15

**Para que la calificación se produzca en la convocatoria ordinaria, el trabajo final deberá ser entregado como tarde el viernes 19 de enero de 2024. Para la convocatoria extraordinaria (septiembre), el trabajo final deberá ser entregado como tarde el lunes 2 de septiembre de 2024. La nota de la actividad "Seguimiento de la actividad en foros" no se tendrá en cuenta en la convocatoria extraordinaria.**

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

La bibliografía básica de esta asignatura consta de unos apuntes disponibles en el curso virtual.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9780511623813

Título:GEOMETRY OF SETS AND MEASURES IN EUCLIDEAN SPACES: FRACTALS AND RECTIFIABILITY (1995)

Autor/es:Pertti Mattila ;

Editorial:CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

ISBN(13):9780821821299

Título:A COURSE IN METRIC GEOMETRY (Volume: 33 (2001))

Autor/es:Dmitri Burago ; Sergei Ivanov ; Yuri Burago ;

Editorial:AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY

ISBN(13):9781461301318

Título:LECTURES ON ANALYSIS ON METRIC SPACES (2001)

Autor/es:Juha Heinonen ;

Editorial:Springer

ISBN(13):9781482242386

Título:MEASURE THEORY AND FINE PROPERTIES OF FUNCTIONS (2015)

Autor/es:Ronald F. Gariepy ; Lawrence Craig Evans ;

Editorial:CHAPMAN AND HALL/CRC

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

En el curso virtual de la asignatura se proporcionará material adicional para el apoyo al estudio.

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.