

# ÍNDICE

Prefacio .....	19
Notación .....	23

## PARTE A

<b>1. Introducción</b> .....	29
<i>Ejercicio 1.1</i> .....	29
<i>Ejercicio 1.2</i> .....	32
Soluciones y resúmenes .....	34
Ejercicio 1.1 .....	34
Ejercicio 1.2 .....	36
<b>2. Señales</b> .....	39
<i>Ejercicio 2.1</i> .....	39
<i>Ejercicio 2.2</i> .....	41
<i>Ejercicio 2.3</i> .....	43
<i>Ejercicio 2.4</i> .....	45
Soluciones y resúmenes .....	47
Ejercicio 2.1 .....	47
Ejercicio 2.2 .....	48
Ejercicio 2.3 .....	49
Ejercicio 2.4 .....	50
<b>3. Métodos de Fourier</b> .....	53
<i>Ejercicio 3.1</i> .....	53
<i>Ejercicio 3.2</i> .....	55
<i>Ejercicio 3.3</i> .....	57
<i>Ejercicio 3.4</i> .....	59
<i>Ejercicio 3.5</i> .....	61
<i>Ejercicio 3.6</i> .....	63
<i>Ejercicio 3.7</i> .....	65

<i>Ejercicio 3.8</i> .....	67
<i>Ejercicio 3.9</i> .....	69
<i>Ejercicio 3.10</i> .....	71
<i>Ejercicio 3.11</i> .....	73
<i>Ejercicio 3.12</i> .....	74
Soluciones y resúmenes .....	77
Ejercicio 3.1 .....	77
Ejercicio 3.2 .....	78
Ejercicio 3.3 .....	79
Ejercicio 3.4 .....	80
Ejercicio 3.5 .....	81
Ejercicio 3.6 .....	83
Ejercicio 3.7 .....	86
Ejercicio 3.8 .....	86
Ejercicio 3.9 .....	87
Ejercicio 3.10 .....	88
Ejercicio 3.11 .....	89
Ejercicio 3.12 .....	89
<b>4. Sistemas lineales</b> .....	93
<i>Ejercicio 4.1</i> .....	93
<i>Ejercicio 4.2</i> .....	96
<i>Ejercicio 4.3</i> .....	98
Soluciones y resúmenes .....	101
Ejercicio 4.1 .....	101
Ejercicio 4.2 .....	103
Ejercicio 4.3 .....	104
<b>5. Filtro</b> .....	107
<i>Ejercicio 5.1</i> .....	107
<i>Ejercicio 5.2</i> .....	109
<i>Ejercicio 5.3</i> .....	111
<i>Ejercicio 5.4</i> .....	114
Soluciones y resúmenes .....	117
Ejercicio 5.1 .....	117
Ejercicio 5.2 .....	119
Ejercicio 5.3 .....	121
Ejercicio 5.4 .....	124

<b>6. Promedios en el dominio del tiempo (TDA)</b> .....	127
<i>Ejercicio 6.1</i> .....	127
<i>Ejercicio 6.2</i> .....	129
<i>Ejercicio 6.3</i> .....	131
<i>Ejercicio 6.4</i> .....	133
Soluciones y resúmenes .....	135
Ejercicio 6.1 .....	135
Ejercicio 6.2 .....	136
Ejercicio 6.3 .....	139
Ejercicio 6.4 .....	142
<b>7. Análisis espectral</b> .....	143
<i>Ejercicio 7.1(a)</i> .....	143
<i>Ejercicio 7.1(b)</i> .....	145
<i>Ejercicio 7.2</i> .....	147
<i>Ejercicio 7.3</i> .....	148
<i>Ejercicio 7.4</i> .....	150
<i>Ejercicio 7.5</i> .....	152
<i>Ejercicio 7.6</i> .....	154
<i>Ejercicio 7.7</i> .....	156
<i>Ejercicio 7.8</i> .....	158
<i>Ejercicio 7.9</i> .....	160
Soluciones y resúmenes .....	162
Ejercicio 7.1(b) .....	162
Ejercicio 7.2 .....	162
Ejercicio 7.3 .....	164
Ejercicio 7.4 .....	165
Ejercicio 7.5 .....	166
Ejercicio 7.6 .....	168
Ejercicio 7.7 .....	170
Ejercicio 7.8 .....	171
Ejercicio 7.9 .....	178
<b>8. Detección usando envolvente</b> .....	181
<i>Ejercicio 8.1</i> .....	181
Soluciones y resúmenes .....	184
Ejercicio 8.1 .....	181

<b>9. El espectrograma</b> .....	187
<i>Ejercicio 9.1</i> .....	187
<i>Ejercicio 9.2</i> .....	189
Soluciones y resúmenes .....	193
Ejercicio 9.1 .....	193
Ejercicio 9.2 .....	194
<b>10. Muestreo</b> .....	199
<i>Ejercicio 10.1</i> .....	199
<i>Ejercicio 10.2</i> .....	201
<i>Ejercicio 10.3</i> .....	203
<i>Ejercicio 10.4</i> .....	205
Soluciones y resúmenes .....	207
Ejercicio 10.1 .....	207
Ejercicio 10.2 .....	208
Ejercicio 10.3 .....	210
Ejercicio 10.4 .....	211
<b>11. Identificación. Funciones de transferencia</b> .....	215
<i>Ejercicio 11.1</i> .....	215
<i>Ejercicio 11.2</i> .....	217
<i>Ejercicio 11.3</i> .....	219
<i>Ejercicio 11.4</i> .....	221
Soluciones y resúmenes .....	223
Ejercicio 11.1 .....	223
Ejercicio 11.2 .....	225
Ejercicio 11.3 .....	227
Ejercicio 11.4 .....	231
<b>12. Procesamiento de señales basado en modelos</b> .....	235
<i>Ejercicio 12.1</i> .....	235
<i>Ejercicio 12.2</i> .....	237
<i>Ejercicio 12.3</i> .....	239
Soluciones y resúmenes .....	242
Ejercicio 12.1 .....	242
Ejercicio 12.2 .....	244
Ejercicio 12.3 .....	246

<b>13. Aplicaciones para el diagnóstico de máquinas rotativas</b> .....	249
<i>Ejercicio 13.1</i> .....	249
<i>Ejercicio 13.2</i> .....	251
<i>Ejercicio 13.3</i> .....	253
<i>Ejercicio 13.4</i> .....	256
<i>Ejercicio 13.5</i> .....	257
Soluciones y resúmenes .....	260
Ejercicio 13.1 .....	260
Ejercicio 13.2 .....	261
Ejercicio 13.3 .....	265
Ejercicio 13.4 .....	268
Ejercicio 13.5 .....	271
<b>14. Sistemas con retardos</b> .....	275
<i>Ejercicio 14.1</i> .....	275
<i>Ejercicio 14.2</i> .....	278
<i>Ejercicio 14.3</i> .....	280
Soluciones y resúmenes .....	282
Ejercicio 14.1 .....	282
Ejercicio 14.2 .....	284
Ejercicio 14.3 .....	285

## PARTE B

<b>1. Introducción</b> .....	291
1.1. Objetivos generales .....	291
1.2. Procesamiento básico .....	291
1.3. ¿Por qué el dominio de la frecuencia? .....	293
1.4. Ejemplo introductorio .....	294
<b>2. Introducción a las señales</b> .....	297
2.1. Clasificación de las señales .....	297
2.2. Descripción de las señales .....	298
2.3. Funciones de correlación .....	301
2.4. Estimación y errores .....	302
<b>3. Métodos de Fourier</b> .....	305
3.1. Series de Fourier .....	305

3.2. Transformada (integral) de Fourier .....	310
3.3. El principio de incertidumbre .....	312
3.4. La Transformada Discreta de Fourier (DFT) .....	312
3.5. La DFT y la Transformada Rápida de Fourier (FFT) .....	315
3.6. Discontinuidades y ventanas .....	318
<b>4. Sistemas lineales</b> .....	<b>319</b>
4.1. Sistemas continuos .....	319
4.2. Sistemas discretos .....	321
4.3. Un caso específico de sistemas lineales continuos: acelerómetros .....	323
Apéndice 4.A El sistema ligeramente amortiguado de un grado de libertad (SDOF) .....	325
<b>5. Filtros</b> .....	<b>327</b>
5.1. Preliminares .....	327
5.2. Filtros analógicos y digitales .....	328
5.3. Clasificación y especificaciones de los filtros .....	333
5.4. Filtros IIR .....	336
5.5. Filtros FIR .....	336
5.6. La importancia de los filtros de fase lineal .....	340
5.7. Herramientas de diseño .....	342
<b>6. Promediado en el dominio del tiempo (Promediado síncrono)</b> .....	<b>343</b>
6.1. Principio .....	343
6.2. Rechazo de los componentes asíncronos .....	346
6.3. TDA con procesos de decaimiento de memoria .....	347
<b>7. Análisis espectral</b> .....	<b>349</b>
7.1. Introducción .....	349
7.2. Representación de las señales en el dominio de la frecuencia .....	350
7.3. Errores y su control .....	358
7.4. Análisis espectral: consideraciones prácticas .....	370
<b>8. Envolventes</b> .....	<b>375</b>
8.1. Introducción .....	375
8.2. La transformación de Hilbert (HT) .....	375

8.3. Señales analíticas .....	377
8.4. Señales de banda estrecha (NB) y su envolvente .....	377
<b>9. El espectrograma .....</b>	<b>381</b>
9.1. Introducción .....	381
9.2. Métodos de tiempo y frecuencia .....	382
9.3. La Transformación de Fourier de Tiempo Corto (STFT) y el espectrograma .....	382
<b>10. Adquisición de datos .....</b>	<b>387</b>
10.1. Adquisición de datos y los sistemas de procesamiento de señales .....	387
10.2. Cuantificación de la amplitud .....	387
10.3. Cuantificación en el tiempo: el teorema de muestreo .....	389
10.4. Filtros antialiasing o «antialiasing» .....	393
<b>11. Identificación mediante las señales de entrada/salida .....</b>	<b>395</b>
11.1. Objetivos y descripción general .....	395
11.2. Identificación en el dominio de la frecuencia: caso de señal sin ruido .....	396
11.3. Identificación de señales degradadas por el ruido añadido .....	398
11.4. Mecanismos de error y su control en el proceso de identificación .....	404
11.5. Errores de estimación de la función de coherencia .....	409
<b>12. Procesamiento de señales basado en modelos .....</b>	<b>411</b>
12.1. General .....	411
12.2. Modelos de señal .....	411
12.3. Modelado de señales .....	413
12.4. Análisis espectral basado en modelos .....	419
12.5. Modelar o seleccionar .....	421
12.6. Diagnósticos basados en el modelo .....	423
<b>13. Diagnósticos de máquinas: rodamientos y engranajes .....</b>	<b>427</b>
13.1. Diagnósticos de máquinas rotativas .....	427
13.2. Efectos estructurales .....	428
13.3. Desequilibrio en maquinaria rotativa .....	428

13.4. Modelado de señales de vibración en rodamientos .....	429
13.5. Vibraciones en rodamientos: efectos estructurales y envolvente .....	432
13.6. Modelado de señales de vibración en engranajes .....	436
<b>14. Retardos y ecos</b> .....	<b>439</b>
14.1. Sistemas con retardos puros .....	439
14.2. Funciones de correlación .....	440
14.3. Análisis Cepstral .....	441
<b>Referencias</b> .....	<b>445</b>
<b>Índice analítico</b> .....	<b>449</b>

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### Resumen

Uno de los aspectos más importantes para la comprensión del procesamiento de señales es la posibilidad de interpretar datos en diferentes dominios como son el tiempo o la frecuencia. Dependiendo del objetivo y de las propiedades de la señal, un dominio puede ser preferible al otro. A menudo las razones de usar el dominio de la frecuencia no parecen obvias para los principiantes.

Estos ejercicios de introducción presentan casos en los que la interpretación de los resultados en el dominio de la frecuencia parece, intuitivamente, más relacionada con la comprensión del fenómeno físico involucrado. Se necesitan solamente algunos conocimientos muy básicos respecto a los desarrollos de Fourier. Sin embargo se recomienda a todos los lectores, especialmente a aquellos para quienes la noción de Fourier sea completamente nueva, repetir los ejercicios después de haber llegado a dominar el análisis espectral (capítulo 7) y la identificación de las entradas y salidas (capítulo 11).

El ejercicio 1.1 trata de un sistema excitado por una entrada periódica, mientras que el ejercicio 1.2 trata de uno excitado por un transitorio.

### EJERCICIO 1.1

#### Objetivo

Interpretar la respuesta a una excitación periódica, en el dominio del tiempo y de la frecuencia, de un sistema resonante.

## Recordatorio

La respuesta de un sistema excitado por una señal periódica  $x(t)$  es:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} X_k \cos(2\pi k f_0 t + \theta_k)$$

$$Y(\omega) = \left[ \sum_{k=0}^{\infty} X_k \cos(2\pi k f_0 t + \theta_k) \right] H(\omega)$$

## Descripción

El sistema que se maneja es un sistema de segundo orden y de un grado de libertad. Con la barra deslizante se pueden controlar dos parámetros: la frecuencia natural no amortiguada,  $W_n$ , y el factor de amortiguamiento zeta.

Las gráficas a la izquierda y a la derecha representadas abajo, en la Figura E1.1, muestran respectivamente la excitación periódica y las respuestas.

Las gráficas de arriba (izquierda: excitación, derecha: respuesta) muestran la representación en el dominio de la frecuencia en forma de gráficas espectrales. Cada línea representa un componente armónico de la amplitud y frecuencia indicadas (la frecuencia está en rad/s. La función del tiempo que se muestra en la gráfica de abajo se ha descompuesto en la suma de funciones armónicas, descritas mediante las gráficas espectrales. (La información adicional con la diferencia de fase entre cada componente de la entrada y la salida no figura en esta gráfica).

## Instrucciones

Ejecutar el programa para los siguientes 4 casos:

Zeta = 0.04

$W_n = 193$

Zeta = 0.04

$W_n = 480$

Zeta = 0.01

$W_n = 368$

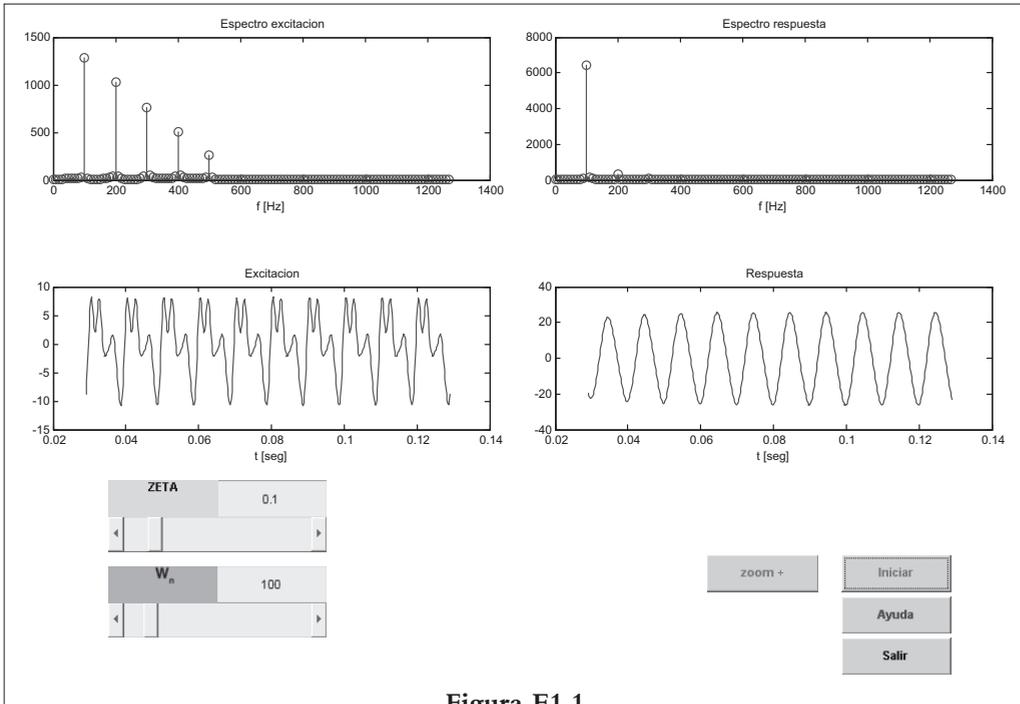


Figura E1.1

$$\text{Zeta} = 0.7$$

$$W_n = 368$$

Se recomienda ejecutar el programa dos veces (con estos cuatro conjuntos de parámetros). Para cada conjunto de parámetros examine y estudie las gráficas primero sólo en el dominio del tiempo. Después, examine ambas gráficas en los dominios del tiempo y de la frecuencia.

## Tareas

Resumir las posibilidades de interpretar intuitivamente todos los resultados:

1. Examinando solamente las señales en el dominio del tiempo.
2. Teniendo también la descripción en el dominio de la frecuencia.

## EJERCICIO 1.2

### Objetivo

Interpretar la respuesta a una excitación transitoria, en el dominio del tiempo y de la frecuencia, de un sistema resonante.

### Recordatorio

La respuesta de un sistema excitado masa-muelle-amortiguador es:

$$Y(\omega) = \frac{j\omega c + k}{-\omega^2 m + j\omega c + k} X(\omega) = H(\omega)X(\omega)$$

Cuanto más corto es el transitorio, más grande es la gama de frecuencias abarcada por su espectro.

### Descripción

Este ejercicio simula el desplazamiento vertical de un coche utilizando un modelo simplificado en el cual se ignoran los modos de balanceo. El coche pasa sobre un bache que tiene la forma geométrica de media función seno. La velocidad de marcha se relaciona con el parámetro  $a$  que se controla mediante una barra deslizante. Sin embargo, tecleando un número en la casilla « $a$ » y utilizando la tecla «retorno de carro» se consigue un control más exacto.

Para la suspensión pueden utilizarse dos modelos: uno con un sistema de segundo orden con un único grado de libertad (SDOF), y el otro con un sistema de 2 grados de libertad (2SODF). La gráfica de arriba a la izquierda, en la figura E1.2, muestra la señal de excitación, esto es, el desplazamiento horizontal de la rueda. La gráfica de abajo a la izquierda muestra la respuesta, el desplazamiento vertical del asiento del conductor. Las descripciones de la frecuencia se muestran en las gráficas de arriba y abajo a la derecha. La gráfica que se sitúa en el medio muestra la respuesta en frecuencia del sistema, que representa la ganancia en función de la frecuencia.

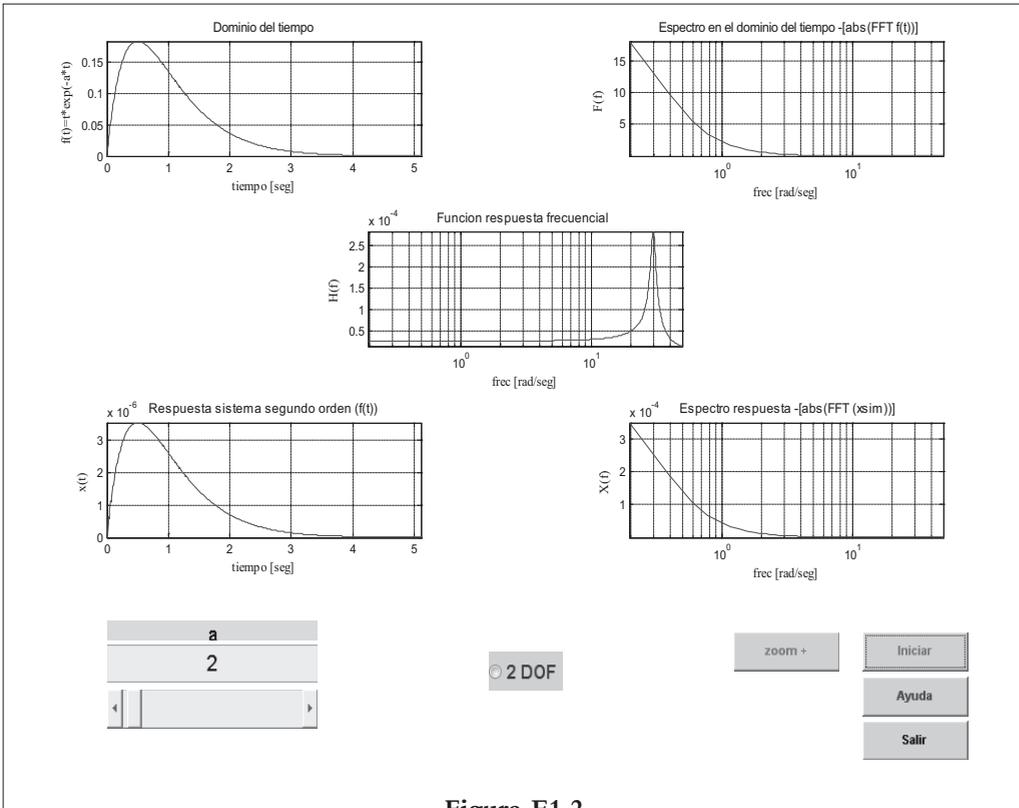


Figura E1.2

## Instrucciones

Ejecutar el programa para los valores:

$a = 2, 20, 100$

Repetir para el modo 2DOF con  $a = 50$

## Tareas

Resumir las posibilidades de interpretar intuitivamente los resultados:

1. Examinando solamente las señales del dominio del tiempo.
2. Teniendo también la descripción en el dominio de la frecuencia.

## SOLUCIONES Y RESÚMENES

### Ejercicio 1.1

El hecho de que las excitaciones y las respuestas sean periódicas se puede conocer por las líneas espectrales, que muestran frecuencias que son múltiplos de una frecuencia básica fundamental ( $f= 19.5$  Hz,  $W= 122,5$  rad/seg). Para  $\zeta= 0.04$  las siguientes respuestas se producen para  $W_n= 193$  y  $480$  rad/seg (Figura E1.3).

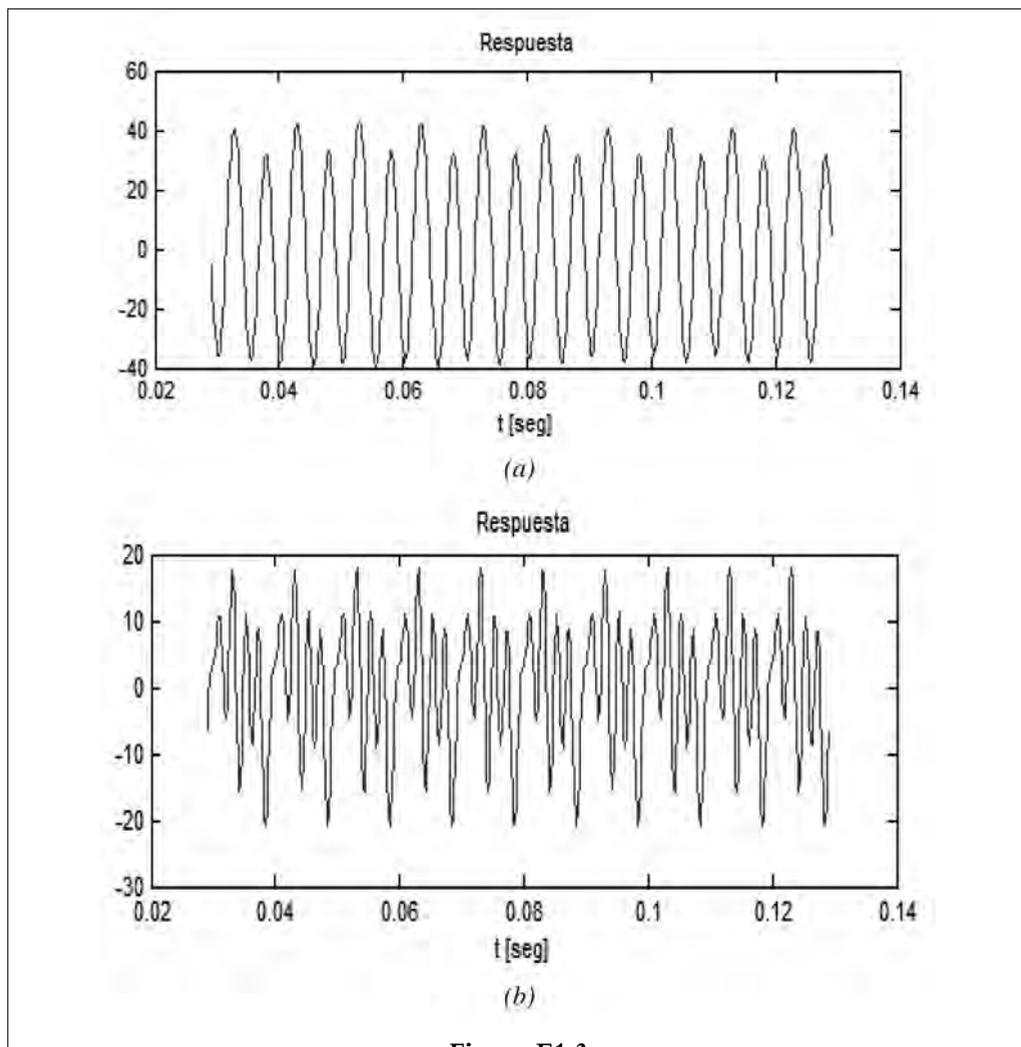


Figura E1.3

Los resultados son muy dispares y difíciles de interpretar a partir solamente de las gráficas de señales.

Cambiar  $W_n$  afecta a los picos en las gráficas del dominio de la frecuencia. Cuando  $W_n$  coincide con un múltiplo de 122.7 rad/seg, el pico relevante aumenta drásticamente, y la respuesta se parece a una señal sinusoidal de la misma frecuencia (Figura E1.4).

Por lo tanto, la tercera línea de excitación, 368 rad/seg, ha sido amplificada. Siempre que la frecuencia de resonancia coincide con una de las componentes de la señal la amplificación producida en esa componente con pequeños factores de amortiguamiento hace que domine la salida. Para  $\zeta = 0.7$  no se produce casi ninguna ganancia adicional para la frecuencia de resonancia; los espectros de excitación y de respuesta (y por consiguiente las señales temporales) son casi iguales.

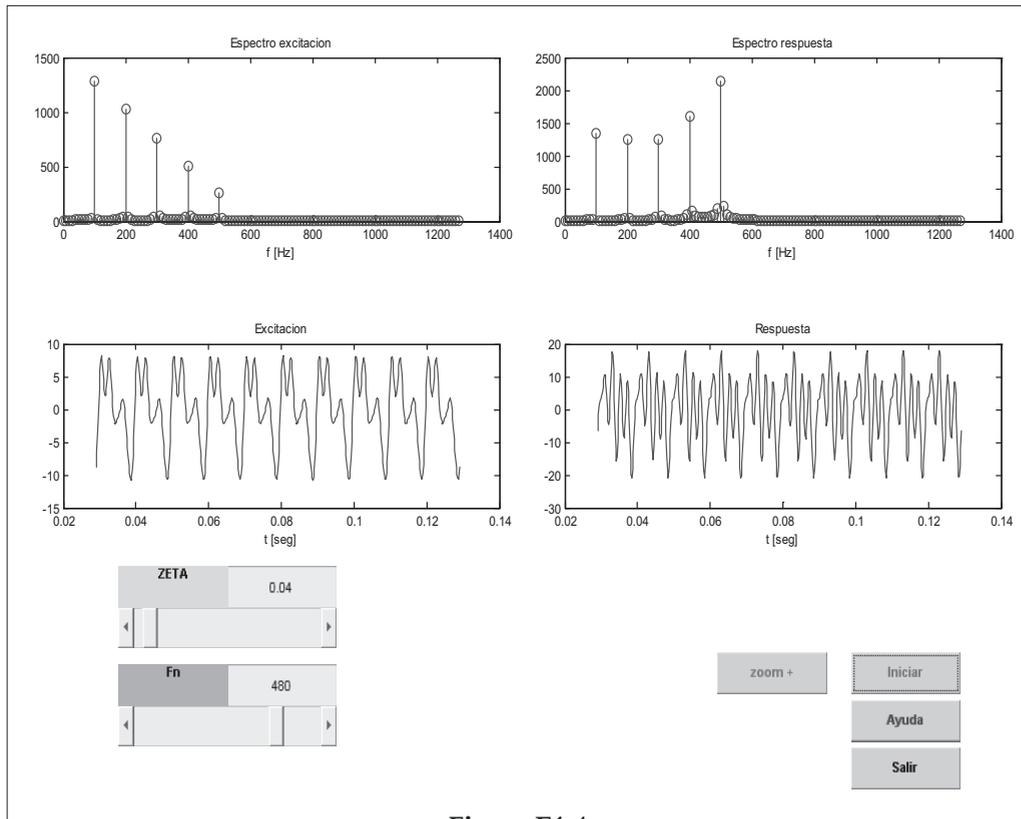


Figura E1.4

### 13.1. DIAGNÓSTICOS DE MÁQUINAS ROTATIVAS

Los diagnósticos basados en las vibraciones se aplican a menudo a máquinas rotativas (Braun, 1986). Las características específicas de la señal pueden asociarse con elementos específicos de la máquina. El término «firma» («signature») se utiliza habitualmente para describir las señales medidas en las máquinas y sus elementos que pueden ser indicativas de su integridad o estado mecánico.

Los modelos que describen los procesos de generación de señales son muy importantes para extraer información relevante a partir de esas «firmas». En el caso de máquinas rotativas y sus componentes, los modelos se basan, normalmente, en la geometría y la cinemática de los componentes de la máquina. Muy a menudo las señales utilizadas como soportes de información para diagnosticar maquinaria son señales de vibración transmitidas a través de la estructura o el aire. La descomposición de tales señales puede revelar componentes cuyas frecuencias están acopladas a la velocidad de rotación fundamental de la máquina y, por tanto, contienen información concerniente al estado de los rotores, rodamientos, ruedas dentadas, acoplamientos, palas, etc. El camino de transmisión desde la fuente de generación de la señal hasta el punto de medida es habitualmente muy complejo. También puede involucrar múltiples caminos de propagación, velocidades de propagación dependientes de la frecuencia y atenuaciones. Relacionar otras características de la señal (forma, amplitud, etc.) con la integridad mecánica es, a menudo, mucho más difícil y, por tanto, prevalece el análisis en frecuencia (o periodo).

En este capítulo se tratará brevemente el desequilibrio del rotor y, a continuación, se estudiará el modelo de generación de señal para dos tipos de elementos: los rodamientos y los engranajes.

### 13.2. EFECTOS ESTRUCTURALES

La compleja ruta de transmisión de la señal mecánica desde la fuente de generación hasta el punto de medida se manifiesta con una función de respuesta en frecuencia (FRF) entre los dos puntos muy compleja. Por lo tanto la respuesta vibratoria obtenida en el punto de medida es una señal modificada significativamente. También se debe mencionar que la dinámica del dispositivo de medida (ver Sección 4.3) se debe considerar como una parte del sistema general que la modifica. Así

$$X(f) = H_{estruc}(f)X_{ex}(F)$$

donde  $X$ ,  $H_{estruc}$  y  $X_{ex}$  son la representación en el dominio de las frecuencia de la respuesta medida,  $x(t)$ , la excitación,  $x_{ex}(t)$ , y la respuesta al impulso de la estructura  $h_{estruc}(t)$ .  $H_{estruc}$  usualmente muestra muchas zonas de resonancia, con elevados factores de amplificación a causa de los bajos coeficientes de amortiguamiento. Cualquier señal excitación cuyo rango de frecuencias se encuentra dentro de una zona de resonancia se amplificará enormemente.

En situaciones reales, existen múltiples excitaciones ya que cualquier máquina tiene múltiples componentes que generan fuerzas de excitación. Cuando se intenta analizar un componente de  $x(t)$  que es indicativo de un fallo en un componente mecánico específico, es práctica habitual filtrar la señal medida  $x(t)$  con el fin de analizar regiones en las que la componente de interés es de alta energía en comparación con las demás. El proceso de filtrado intenta mejorar la relación señal ruido para la señal analizada.

### 13.3. DESEQUILIBRIO EN MAQUINARIA ROTATIVA

Para máquinas con rotores que giran alrededor de un eje geométrico fijo, las irregularidades en la distribución de la masa dan lugar a fuerzas radiales armónicas con una frecuencia igual a la frecuencia de rotación. Esta fuerza se minimiza mediante el equilibrado del rotor eliminando o añadiendo masa consiguiéndose la cancelación de la componente radial de la fuerza desequilibradora. La vibración resultante de un desequilibrio de masa, por tanto, tiene la forma

$$x(t) = A \text{sen}(2\pi f_r t + \phi) \tag{13.1}$$

siendo  $f_r$  la velocidad de giro (en Hz) y  $\phi$  una función del punto de referencia donde se localiza la masa desequilibrada equivalente. Para máquinas rotativas a

velocidades variables (por ejemplo durante la puesta en marcha o la desconexión),  $f_r$  será una función de tiempo.

### 13.4. MODELADO DE SEÑALES DE VIBRACIÓN EN RODAMIENTOS

(McFadden and Smith, 1984; Oehlmann et al., 1997)

El esquema básico de medida se muestra en la Figura T13.1.

El deterioro de los rodamientos comienza habitualmente a través de un defecto localizado en la pista interior o exterior. Se produce un impacto o choque cada vez que un elemento rodante (bola o cilindro) pasa sobre el defecto (Figura T13.2).

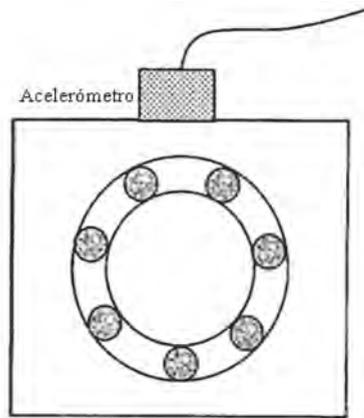


Figura T13.1

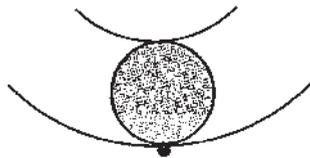


Figura T13.2

Las vibraciones obtenidas en el punto de medida son la respuesta a este choque propagada por la estructura desde el punto de excitación.

Denotando cada simple choque bola-defecto por  $x_{0\_ex}(t)$ , la señal generada es periódica con  $x_{ex}(t) = x_{0\_ex}(t + T_{sh})$  y la podemos expresar como:

$$x_{ex}(t) = \sum_r x_{0\_ex}(t - rT_{sh}) \tag{13.2}$$

A partir de consideraciones geométricas y cinemáticas, se puede demostrar que la frecuencia  $1/T_{sh}$  depende de si el defecto está localizado en la pista del anillo exterior ( $f_o$ ) o en el interior ( $f_i$ ). Para un anillo exterior fijo y uno interior rodante, y para rodamientos diseñados para cargas radiales, las frecuencias de golpeteo o paso por defecto vienen dadas por:

$$f_o = \frac{n}{2} f_r \left( 1 - \frac{d}{D} \right) \tag{13.3}$$

$$f_i = \frac{n}{2} f_r \left( 1 + \frac{d}{D} \right)$$

en donde  $f_r$  es la frecuencia de rotación del anillo interior,  $n$  el número de elementos rodantes,  $d$  el diámetro de los elementos rodantes y  $D$  el diámetro medido desde el centro de los elementos rodantes. Para rodamientos apropiados para cargas axiales, la fuerza aplicada por los elementos rodantes a la pista forma un ángulo llamado «ángulo de contacto» y la componente de la fuerza aplicada entre el elemento rodante y el anillo tiene un ángulo de «contacto»  $\alpha$  y las frecuencias previstas por la Ecuación (13.3) se modifican ligeramente.

La Figura T13.3 muestra una señal correspondiente al caso de un defecto localizado en el anillo exterior. Para tales señales periódicas, el espectro está compuesto de las líneas espectrales a las

Componentes de frecuencia de defecto del anillo exterior:

$$kf_0, \quad k=1, 2, 3... \tag{13.4}$$

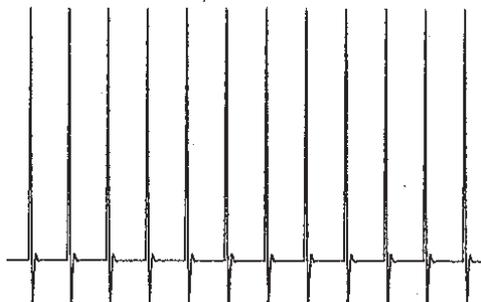


Figura T13.3

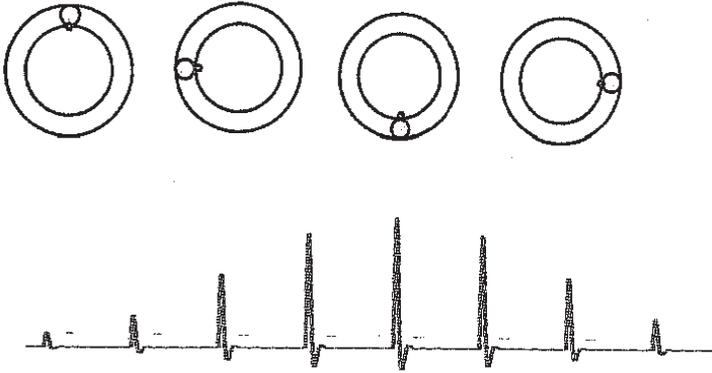


Figura T13.4

En el caso de un defecto localizado en el anillo interior, cualquier carga radial exterior (por ejemplo, la debida al peso del rotor para un rotor horizontal) afectará a la señal resultante. Esta es, típicamente, de la forma mostrada en la Figura T13.4, donde el círculo pequeño muestra la localización en el tiempo del defecto. La señal se modula con la frecuencia de rotación. Presenta la amplitud máxima cuando la fuerza impulsiva debida al paso de la bola por el defecto está alineada con la carga radial exterior y desfasada 180 grados, como mínimo. La excitación de choque  $sh(t)$  tiene entonces la forma:

$$[1 + g(t)]sh(t) \tag{13.5}$$

en donde  $g(t)$  es la señal de modulación (ver párrafo 3.11). Su forma se ve afectada por la zona de carga que resulta de la aplicación de la carga radial. Es una función periódica, de frecuencia  $f_r$ , con forma de ventana unimodal con un pico en el centro, en cada periodo. Cuando se aproxima  $g(t)$  por una función armónica, el espectro de excitación de choque será un espectro de líneas con frecuencias de

$$kf_i \pm f_r$$

o, para el caso más general, en el que  $g(t)$  es periódica pero no necesariamente armónica (y por lo tanto tiene frecuencias  $qf_r$ ,  $q = 1, 2, \dots$ ) se tiene:

Componentes de la frecuencia de fallo en la pista del anillo interior:

$$kf_i \pm qf_r \quad k=1, 2, 3\dots \quad q=1, 2, 3\dots \tag{13.6}$$

### 13.5. VIBRACIONES EN RODAMIENTOS: EFECTOS ESTRUCTURALES Y ENVOLVENTE

(Prashad et al., 1985; White, 1991)

Los fallos localizados generan fuertes picos de excitaciones impulsivas, cuya distribución de energía en frecuencia es, por tanto, de banda ancha. Debido al comportamiento anterior, el espectro de la respuesta presenta las múltiples regiones de resonancia del sistema estructural (Figura T13.5).

A menudo es ventajoso analizar la envolvente de la señal. Esta tiene la forma de una señal de baja frecuencia, que envuelve las oscilaciones dentro de ella, y se puede considerar una buena aproximación a los impulsos de excitación originales (Figura T13.6); las oscilaciones de los impulsos se considerarían como la respuesta subamortiguada de la estructura ante cada golpe de excitación.

Supongamos que la respuesta a los choques de la excitación se aproxima mediante la respuesta impulsiva del sistema estructural  $h(t)$ . Suponiendo que el fallo está en la pista del anillo interior (frecuencia  $f_i$ ), de la Ecuación (13.2) resulta

$$x(t) = \sum_r Ah\left(t - \frac{r}{f_i}\right)$$

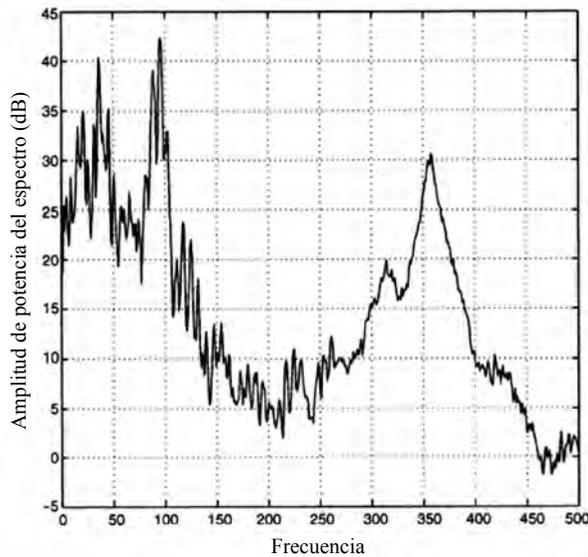


Figura T13.5