ÍNDICE

Columna de Trajano (Roma, 113).

1. INTRODUCCIÓN: EL PROBLEMA DEL CÁLCULO MANUAL

En la actualidad todos disponemos de pequeñas calculadoras, muy sencillas de manejar, que nos permiten realizar cualquier operación, por compleja que sea, de forma rápida y precisa. Sin embargo, esto no siempre fue así, pues su presencia en el mercado data de no más de 50 años.

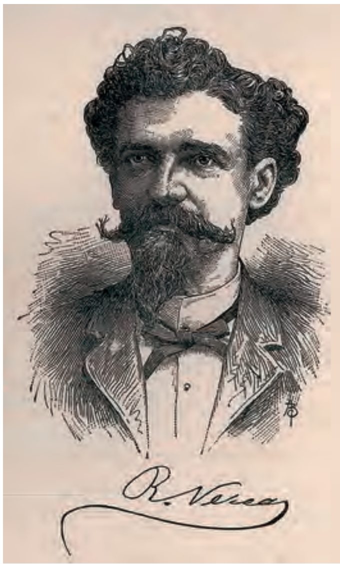
Blas Pascal (1623-1662).

Ya antes hubo máquinas calculadoras mecánicas que podían realizar incluso multiplicaciones y divisiones, aunque eran complejas y lentas de usar. Se debe a Leibniz (1671) la calculadora más antigua de este tipo que se tiene certeza de que fuera realmente construida, y fue una evolución de la "pascalina" de Blas Pascal (1642), que sólo era capaz de sumar y restar, y de las máquinas aritméticas del inventor inglés Samuel Morland, que datan de la década de 1660.

Pascalina (1642).

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716).
Retratado por
Christoph Bernhard Francke.

Pero la calculadora de Leibniz y otras posteriores que se basaron en ella y funcionaban de forma similar, realizaban las multiplicaciones y divisiones mediante una sucesión de sumas y restas, respectivamente. En el año 1878 el periodista e inventor español Ramón Verea presentó su máquina (Verea *Direct Multiplier,* 26 kg de peso), capaz de realizar las multiplicaciones de forma directa mediante el mecanismo que había patentado seis años antes el inventor norteamericano Edmund D. Barbour. La máquina de Verea podía operar con

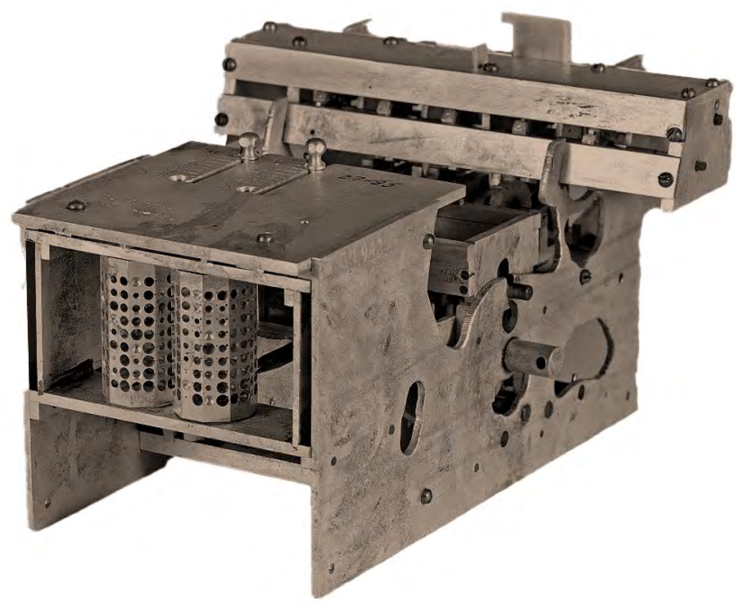


Ramón Verea (1833-1899).

números de hasta nueve cifras y era capaz de hacer, por ejemplo, el cálculo 698.543.721 × 807.689 ¡en sólo 20 segundos!, resultando la más veloz de la época.

Podríamos seguir hablando de estas máquinas y su evolución, primero como calculadoras mecánicas (hasta los años 60 del siglo XX) y después como calculadoras electrónicas, pasando por uno de los inventos más geniales del hombre: la regla de cálculo, pero lo dejamos aquí, de momento, porque nos interesa más volver a una época en la que nada de esto existía, pero sí se conocían ya materias como el interés compuesto, la navegación, o el estudio de las órbitas planetarias, que tenían en común dos cosas: requerían realizar cálculos complejos, y exigían una gran precisión.

Desgraciadamente, la persona encargada de tal tarea no disponía, en general, de este tipo de ayudas. El problema que había que resolver era nada menos que ¡multiplicar y dividir!



Verea Direct Multiplier
Museo de la sede central de IBM. Armonk, Nueva York.

Calculadora mecánica Olivetti (1948).
Museoscienza.org. Museo nazionale della scienza e della tecnologia Leonardo da Vinci, Milano.

2. PRIMER OBSTÁCULO: CIFRAS Y NOTACIONES

2.1. Introducción

Para no irnos muy lejos vamos a comenzar situándonos en plena época imperial romana, en torno al año 100 de nuestra era. Nuestros antepasados de aquellos tiempos manejaban un sistema de numeración, que todos conocemos desde la escuela y del que hablaremos a continuación[4]:

Comenzaremos con intentar entender su origen. Para ello acudiremos al libro *The River Mathematics*[5] en el que se presenta una interpretación curiosa de la grafía de los números pequeños del sistema de numeración romano. Su autor afirma que los dígitos corresponden a signos hechos con la mano. Por ejemplo, los números *I, II, III* y *IIII* corresponden a los números de dedos alzados a la vista de otra persona. Entonces, la *V* representa la mano alzada con el pulgar separado de los demás dedos juntos. Los números del 6 a 10 se representan con dos manos, como sigue (mano izquierda, mano derecha): 6 = (*V, I*), 7 = (*V, II*), 8 = (*V, III*),9 = (*V, IIII*), 10 = (*V, V*), y el símbolo *X* resulta de cruzar los pulgares o de alzar ambas manos formando una cruz.

Con respecto a los demás símbolos que podemos ver en el sistema de numeración romano, *C* era la inicial de *Centum* y *M* la de *Mille,* aunque, según parece, originalmente se utilizó la letra griega digamma (Φ, como Phi), para representar el millar. De esta última notación, parece que se obtiene la *D* como símbolo para el 500, ya que *D* podría interpretarse como la mitad derecha de Φ. El 50 (L) se escribía de modos distintos: N, И, K, Ψ, ↆ, etc., pero tal vez la más frecuente era con forma de flecha apuntada hacia abajo, como una V y una I superpuestas: Ѵ. Esta se había achatado hasta formar una ⊥ (una T invertida), en la época de Augusto, y poco después se había identificado con la letra L, que se le parecía gráficamente. Los

Letra	Valor
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1.000

4 El siguiente texto está tomado de nuestro libro *Ríos de la Península Ibérica. Un paseo por la historia de España.*
5 Hooper. *The River Mathematics*. 1945.

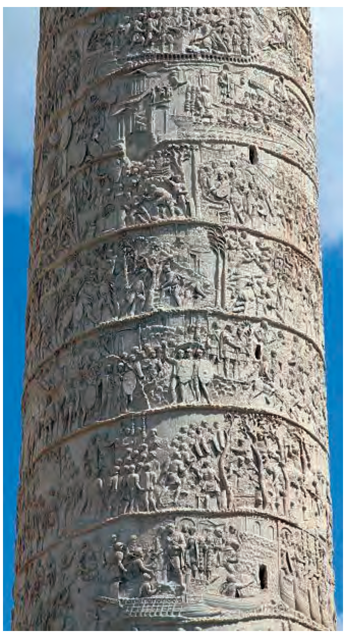
romanos no reconocían el cero como número, por lo que no existe un símbolo o letra para representarlo.

Hemos dicho anteriormente que expresaban el número 4 mediante cuatro palitos, y esta afirmación puede confundir a algún lector familiarizado con los números romanos "actuales", y acostumbrado a escribir cantidades como *IV, XL* o *CD*. Para aclarar esta contradicción diremos que los romanos nunca tuvieron problema en repetir cuatro veces un símbolo y los números anteriores los escribían *IIII, XXXX* y *CCCC*. La norma de restar poniendo un símbolo a la izquierda es medieval (se conoce como "notación sustractiva") y tuvo como única misión ahorrar en la representación de caracteres, creándose las siguientes reglas:

- Sólo se puede utilizar un número para restar (*XXL* no representaría el valor 30, sino que sería erróneo).
- A *V* y a *X* sólo se les puede restar *I* (*VX* no tendría sentido).
- A *L* y a *C* sólo les puede restar *X* (*VC* no sería correcto para representar el número 95, que se escribiría *XCV*).
- A *D* y a *M* sólo les puede restar *C* (*LD* no sería 450, que se escribiría *CDL*).

Para representar múltiplos de 1000 los romanos ponían una raya horizontal encima del número, que quedaba así multiplicado por 1000 ($\overline{XC} = 90.000$), y dos barras rodeando un número lo multiplicaban por cien. Así, por ejemplo:

$$\left|\overline{XXXI}\right|MDCCXV = 3.101.715$$



Columna de Trajano (Roma, 113). Monumento realizado para conmemorar las victorias de Trajano en las dos guerras dacias y para servir de sepulcro de las cenizas del emperador tras su muerte.

2.2. La complicación: un ejemplo "real"

Volvamos al día complicado que tuvo nuestro ya amigo Georges, y que hemos comentado en el Prefacio, y supongamos que uno de sus alumnos, que llamaremos Gastón, quizás como castigo divino, se ha visto envuelto en una anomalía temporal que le ha ocasionado un desplazamiento en el espacio-tiempo llevándolo hasta el siglo II, concretamente al año 106 de nuestra era, o más propiamente hablando, al año 279

IMP. CAESARI. DIVI. NERVAE. F. NERVAE TRAIANO. AUG. GER. DACIO. PONTIF. MAX. TRIB. POTEST; VIII IMP. V.COS V. P.P.

Inscripción en el puente de Alcántara que nos cuenta que fue construido por orden de:

- El emperador César Nerva Trajano Augusto.
- Hijo del divino Nerva (adoptivo).
- Germánico y dacio (títulos por haber vencido a estos pueblos).
- Pontífice máximo (responsable de los puentes).
- Potestad tribunicia por octava vez.
- Quinto año de su imperio.
- Cónsul por quinta vez.
- Padre de la patria.

a.u.c.[6] y a la ciudad de Itálica[7], en plena provincia Bética.

Las noticias de la reciente victoria de su paisano Marco Ulpio Trajano en la segunda guerra dacia[8] han llegado ya a la ciudad y uno de sus habitantes Mario Zulio Procopión, de clase senatorial y terrateniente de la ciudad, antiguo compañero de Marco en la *schola* y militar como él, pues había servido como tribuno laticlavio en la legión IX Hispana, allá por las frías tierras britanas, está feliz.

No sólo se alegra sinceramente del éxito de su amigo, sino que sabe que el enorme botín conseguido hará que sus exportaciones de aceite de oliva a la metrópoli se disparen. Lleno de euforia, pide a su esclavo de cámara que le traiga un punzón y tablillas enceradas, pues quiere hacer una evaluación de los beneficios que espera obtener.

Vamos a ver cómo plantea el problema, tenemos:

- $\overline{XIIII}$ *olivae,* cada uno de los cuales proporciona:
- *CLII* *librae*[9] de *olivae*[10], y cada *C* librae, al ser frutos de gran calidad, se convierten en:
- *XXXVIIII* *quartarii*[11] de *oleum*.

Por otra parte, el senador Mario estima que el precio de esta temporada estará en el entorno de *I sestertius* por cada *C quartarii*, por lo que, teniendo en cuenta que *IV sestertii* equivalen

[6] *Ad urbe condita,* es decir, "Desde la fundación de la ciudad (Roma)", fechada generalmente en el año 173 a.C.

[7] Hoy Santiponce, ciudad próxima a Sevilla y pegada a la ruta de la Plata (prolongación de la calzada que unía *Augusta Emerita* con *Asturica Augusta*), que la separa del río Rivera de Huelva, cuando éste está ya próximo a verter sus aguas en el gran Betis.

[8] En esta segunda guerra, que tuvo lugar entre los años 105 y 106, el emperador Trajano derrotó por segunda vez al rey dacio Decébalo, que se suicidó, e incorporó su reino al Imperio.

[9] *Libra:* Unidad de peso equivalente a 328,9 gramos.

[10] Sí, los romanos, en este caso, llamaban con el mismo nombre al árbol y a su fruto.

[11] *Quartarium:* unidad de capacidad equivalente a 0,135 litros.

a un *denarius* y que hacen falta *XXV denarii* para lograr un *aureus* de oro, este año podrá vender su producción por[12]:

$$\overline{XIIII} \times CLII \times \frac{XXXVIIII}{C} \times \frac{I}{C} \times \frac{I}{IV} \times \frac{I}{XXV} \ \ aurei$$

Tras llegar a este resultado Mario mira al horizonte, vuelve a mirar la tablilla y rápidamente encuentra la solución: llama a su liberto personal, el griego Filemón, que es su contable, le cede los trastos y pide que le preparen el *balneum*. Ha sido un trabajo agotador y sólo quiere ya introducir su cuerpo en el *caldarium*[13]. Decididamente la adquisición de Filemón había sido una buena compra y el, ya maduro, griego se merecía con creces la manumisión que le había regalado.

2.3. Modus Operandi

La forma en la que los romanos escribían sus cantidades se prestaba muy mal a operar con ellos; los algoritmos son siempre complejos, como veremos en dos ejemplos:

2.3.1. La suma

Este caso no es complicado; basta con dar unos sencillos pasos, que iremos siguiendo con un ejemplo:

$$MDCCVII + CCCLVIIII$$

Pero antes quisiéramos hacer notar que la notación romana clásica es una mera yuxtaposición de "cifras" y que la cantidad coincide con la suma de éstas, es decir:

$$MDCCVII = M + D + C + C + V + I + I$$

Hecho que nos da la base para poder sumar dos cantidades, utilizando un algoritmo que tiene tres pasos:

---

12 Rogamos al lector que nos perdone el anacronismo en la notación de las operaciones, pues esto se ha hecho por su bien.

13 Como es bien sabido, el típico baño romano *(balneum)* constaba de tres piscinas en las que el agua iba bajando de temperatura: *caldarium, tepidarium* y *frigidarium*.

1	Concatenamos los dos números que vamos a sumar.	*MDCCVIICCCLVIIII*
2	Ordenamos los números de forma decreciente en función de su valor.	*MDCCCCCLVVIIIIII*
3	Agrupamos las letras que sean iguales, siguiendo las reglas de la numeración romana (esto puede requerir más de un paso).	*MDDLXVI = MMLXVI*

Si estuviésemos en la Edad Media (notación sustractiva), la operación se habría escrito:

MDCCVII + CCCLIX

Y habríamos tenido que dar dos pasos adicionales:

Uno previo, consistente en pasar a notación clásica no sustractiva:

CCCLIX → CCCLVIIII

Y otro final, en el que pasaríamos el resultado a notación sustractiva, que en este caso no habría sido necesario.

El algoritmo no es complicado, pero obviamente es muy poco eficiente, y eso llevaba a la necesidad práctica de utilizar ábacos para hacer las sumas (ver capítulo 16). Su manejo era ya una profesión, o, mejor dicho, varias, pues estaba el *librarius* que era el maestro, que enseñaba a usarlos, el *tabularius* o *calculator*, que hacía los cálculos y el *rationarius* que venía ser el que hoy llamaríamos contable. Filemón "el liberto griego" fue el *rationarius* de la hacienda del senador Mario.

2.3.2. La resta

La idea viene a ser la misma, agrupar y desagrupar según convenga, pero ahora la práctica es algo más compleja; veamos un ejemplo:

MDCCVII – CCCLVIIII