

ÍNDICE GENERAL

Parte cuarta PRÉSTAMOS

TEMA 16. PRÉSTAMOS: PLANTEAMIENTO GENERAL Y CASOS PARTICULARES

Esquema-resumen	23
Objetivos didácticos	24
16.1. Introducción.....	25
16.2. Planteamiento general.....	26
16.2.1. Equivalencia financiera.....	26
16.2.2. Saldo financiero.....	26
16.2.3. Representación gráfica.....	29
16.2.4. Cuadro de amortización.....	30
16.3. Casos particulares.....	31
16.4. Método francés	31
16.5. Método de cuotas de amortización constantes.....	35
16.6. Método americano simple.....	37
16.7. Método americano con fondos (sinking-fund)	38
Bibliografía	41
Términos y expresiones clave	42
Anexo I. Los préstamos y el euro	43
Ejercicios de autocomprobación.....	45
Soluciones a los ejercicios de autocomprobación	47

TEMA 17. OTRAS MODALIDADES DE PRÉSTAMOS (I)

Esquema-resumen	53
Objetivos didácticos	54
17.1. Términos amortizativos en progresión geométrica.....	55
17.2. Términos amortizativos en progresión aritmética	59
17.3. Préstamos con períodos de carencia	60
17.3.1. Carencia de cuotas de amortización	61
17.3.2. Carencia total.....	63
17.4. Préstamos con el pago fraccionado de los intereses.....	65
17.4.1. Planteamiento general.....	65
17.4.2. Método francés con intereses fraccionados.....	68
17.4.3. Método de cuotas de amortización constantes e intere- ses fraccionados	71
Bibliografía	72
Términos y expresiones clave	73
Ejercicios de autocomprobación	74
Soluciones a los ejercicios de autocomprobación	76

TEMA 18. OTRAS MODALIDADES DE PRÉSTAMOS (II)

Esquema-resumen	83
Objetivos didácticos	84
18.1. Préstamos con más de un tanto de valoración.....	85
18.2. Préstamos a interés variable con un tanto de referencia.....	89
18.3. Préstamos hipotecarios	92
18.4. Préstamos sindicados	94
18.5. Amortización con los intereses anticipados	97
18.5.1. Introducción.....	97
18.5.2. Planteamiento general.....	98
18.5.3. Método alemán	101
18.5.4. Método de cuotas de amortización constantes	105
Bibliografía	106
Términos y expresiones clave	107
Anexo. El Euríbor.....	108
Ejercicios de autocomprobación.....	109
Solución a los ejercicios de autocomprobación.....	112

TEMA 19. VALOR FINANCIERO DEL PRÉSTAMO. TANTOS EFECTIVOS

Esquema-resumen	121
Objetivos didácticos	122
19.1. Concepto de valor del préstamo	123
19.2. Planteamiento general.....	124
19.3. Valor del préstamo con réditos constantes	125
19.4. Aplicación a los métodos particulares de amortización	127
19.4.1. Aplicación al método francés.....	127
19.4.2. Aplicación al método de cuotas de amortización cons- tantes	128
19.4.3. Aplicación al método americano	128
19.4.4. Aplicación al método de términos variables en progre- sión geométrica.....	129
19.4.5. Aplicación al método de términos variables en progre- sión aritmética.....	129
19.5. Valor del préstamo con intereses fraccionados	130
19.6. Valor del préstamo con intereses anticipados	133
19.7. Tantos efectivos en los préstamos	136
19.7.1. Gastos y fiscalidad en los préstamos.....	136
19.7.2. Tanto efectivo para el prestatario	137
19.7.3. Tanto efectivo para el prestamista.....	140
19.7.4. El TAE y la información al prestatario	142
Bibliografía	144
Términos y expresiones clave	145
Ejercicios de autocomprobación	146
Solución a los ejercicios de autocomprobación.....	148

Parte quinta EMPRÉSTITOS

TEMA 20. EMPRÉSTITOS. ASPECTOS GENERALES

Esquema-resumen	157
Objetivos didácticos	158
20.1. Introducción.....	159
20.2. Clasificación	160
20.2.1. Atendiendo a la naturaleza del emisor.....	161
20.2.2. Atendiendo a la forma de pago de los intereses o cupo- nes	161
20.2.3. Atendiendo a las modalidades de amortización.....	161

20.2.4. Atendiendo a la existencia o no de características comerciales	162
20.2.5. Atendiendo al valor de emisión de los títulos	162
20.2.6. Atendiendo al valor de reembolso de los títulos.....	163
20.2.7. Desde la perspectiva de la valoración financiera	163
20.3. Los empréstitos desde el punto de vista del emisor.....	164
20.4. Empréstitos con amortización única total.....	165
20.5. Bonos y Obligaciones del Estado	165
20.5.1. Aspectos generales.....	165
20.5.2. Tipos de interés marginal y medio	168
20.6. Amortización por reducción de nominal	171
20.6.1. Planteamiento general	171
20.6.2. Casos particulares.....	172
20.7. Empréstitos no amortizables	174
Bibliografía	175
Términos y expresiones clave	176
Ejercicios de auto comprobación	179
Solución a los ejercicios de auto comprobación.....	180

TEMA 21. EMPRÉSTITOS NORMALES QUE SE AMORTIZAN POR SORTEO

Esquema-resumen	183
Objetivos didácticos	184
21.1. Introducción.....	185
21.2. Empréstitos normales con pago de cupones vencidos.....	186
21.2.1. Aspectos generales	186
21.2.2. Empréstitos tipo I.....	187
21.2.3. Empréstitos tipo II.....	190
21.2.4. Empréstitos tipo III	193
21.3. Cuadros de amortización	194
21.3.1. Método de redondeo.....	194
21.3.2. Método de los residuos capitalizados.....	196
21.4. Empréstitos con pago de cupones anticipados	196
21.5. Empréstitos con pago de los intereses acumulados (cupón cero)	197
21.5.1. Aspectos generales	197
21.5.2. Empréstitos tipo I.....	198
21.5.3. Empréstitos tipo II.....	202
21.5.4. Empréstitos tipo III	204
21.6. Empréstitos con pago fraccionado de los intereses	205
Bibliografía	206
Términos y expresiones clave	207

Ejercicios de autocomprobación	208
Soluciones a los ejercicios de autocomprobación	209

TEMA 22. EMPRÉSTITOS CON CARACTERÍSTICAS COMERCIALES

Esquema-resumen	215
Objetivos didácticos	216
22.1. Características comerciales.....	216
22.1.1. Características unilaterales	216
22.1.2. Características bilaterales	219
22.1.3. Normalización de empréstitos	220
22.1.3.1. La normalización en la práctica	222
22.2. Normalización de empréstitos que pagan cupones vencidos	223
22.2.1. Empréstitos normalizables al tipo I	223
22.2.1.1. Empréstitos con prima de amortización cons- tante	223
22.2.1.2. Empréstitos con gastos de administración	227
22.2.1.3. Empréstitos con amortización seca, lote y gas- tos de administración	227
22.2.2. Empréstitos normalizables al tipo II.....	228
22.2.2.1. Empréstitos con anualidad variable y prima de amortización constante	229
22.2.2.2. Empréstitos con anualidad y tanto constantes, y lote variable	229
22.2.3. Empréstitos normalizables al tipo III	230
22.2.3.1. Empréstitos con anualidades y tantos variables, y prima de amortización constante	231
22.2.3.2. Empréstitos con anualidades y tantos cons- tantes, y prima de amortización variable.....	231
22.2.4. Otros ejemplos de normalización	232
22.3. Normalización de empréstitos con cupón acumulado.....	234
22.3.1. Empréstito con anualidad y tanto constantes, lote cons- tante y gastos de administración	234
22.4. Tanto efectivo para el emisor	235
22.5. Obligaciones convertibles.....	236
22.6. Obligaciones y Bonos internacionales.....	240
Bibliografía	242
Términos y expresiones clave	243
Ejercicios de autocomprobación	244
Soluciones a los ejercicios de autocomprobación	246

TEMA 23. LOS EMPRÉSTITOS DESDE LA PERSPECTIVA DEL INVERSOR-OBLIGACIONISTA

Esquema-resumen	253
Objetivos didácticos	254
23.1. Introducción.....	255
23.2. Rentabilidad para los obligacionistas	255
23.2.1. Tanto efectivo medio para el conjunto de los obligacio- nistas.....	256
23.2.2. Tanto de rentabilidad de un título.....	257
23.2.3. Obligaciones bonificadas: Rentabilidad financiero-fiscal.....	258
23.3. Empréstito a tanto de rendimiento constante.....	260
23.4. El riesgo en los empréstitos	264
23.5. Liquidez y vida de los títulos	264
23.5.1. Liquidez.....	264
23.5.2. Probabilidades de amortización y supervivencia de un título	265
23.5.3. Vida de un título	266
23.5.3.1. Vida media.....	267
23.5.3.2. Vida mediana	269
23.5.3.3. Vida financiera.....	269
23.6. Valor del empréstito y de un título.....	273
23.6.1. Valor del empréstito globalmente.....	273
23.6.2. Valor del título aisladamente	275
23.6.3. Casos particulares.....	276
Bibliografía	277
Términos y expresiones clave	278
Anexo. Las Agencias de Calificación de Riesgos	279
Ejercicios de autocomprobación.....	281
Soluciones a los ejercicios de autocomprobación	283

Parte sexta OTRAS OPERACIONES FINANCIERAS

TEMA 24. OPERACIONES DE CONSTITUCIÓN DE CAPITAL

Esquema-resumen	293
Objetivos didácticos	294
24.1. Introducción.....	295
24.2. Imposiciones prepagables	295

24.2.1. Planteamiento general.....	295
24.2.2. Casos particulares.....	298
24.2.2.1. Términos constitutivos constantes	299
24.2.2.2. Cuotas de constitución constantes	301
24.3. Imposiciones pospagables.....	302
24.3.1. Planteamiento general.....	302
24.3.2. Casos particulares.....	304
24.3.2.1. Términos constitutivos constantes	304
24.3.2.2. Cuotas de constitución constantes	307
24.4. Planes de pensiones de aportación definida.....	308
24.4.1. Características generales de los Planes y Fondos de pen- siones	308
24.4.2. Fondo de capitalización y derechos consolidados	310
24.4.3. Fondo de capitalización a la jubilación	312
24.4.4. Prestaciones	313
24.4.5. Tratamiento fiscal	313
24.5. Otras operaciones de constitución de capital.....	314
24.5.1. Cuentas de ahorro vivienda	314
24.5.2. Fondos de inversión.....	314
24.5.3. Planes de ahorro popular	316
Bibliografía	316
Términos y expresiones clave	317
Ejercicios de autocomprobación	318
Soluciones a los ejercicios de autocomprobación	320

TEMA 25. OTRAS OPERACIONES DE FINANCIACIÓN

Esquema-resumen	327
Objetivos didácticos	328
25.1. Operaciones de arrendamiento (Leasing).....	329
25.1.1. Concepto y características.....	329
25.1.2. Modalidades	330
25.1.3. Valoración financiera	331
25.1.4. Comparación de las alternativas arrendamiento-compra.	334
25.1.5. Ventajas e inconvenientes del leasing.....	335
25.2. Financiación de las cuentas a cobrar (Factoring)	336
25.3. Operaciones de venta a plazos.....	340
25.3.1. Aspectos generales	340
25.3.2. Tantos de coste.....	341
25.3.2.1. Tantos de coste en descuento comercial.....	341
25.3.2.2. Tantos de coste en capitalización compuesta: TAE	342
25.3.3. Gastos	343

25.4. Anexo: Amortización de activos empresariales	344
25.4.1. Concepto.....	344
25.4.2. Amortización lineal	345
25.4.3. Amortización acelerada.....	345
25.4.3.1. Amortización a coeficiente fijo y base variable	345
25.4.3.2. Amortización a coeficiente variable y base fija	347
25.4.4. Amortización decelerada.....	348
25.4.4.1. Suma de los números dígitos crecientes.....	348
25.4.4.2. Cuotas de amortización crecientes en progre- sion	349
25.4.5. Amortización y fiscalidad.....	349
Bibliografía	350
Términos y expresiones clave	351
Ejercicios de autocomprobación	352
Soluciones a los ejercicios de autocomprobación	354

TEMA 26. OPERACIONES DE INVERSIÓN

Esquema-resumen	359
Objetivos didácticos	360
26.1. Concepto de inversión	361
26.2. Clasificación de las inversiones	362
26.2.1. Atendiendo al sujeto que invierte	362
26.2.2. Atendiendo al objeto en que se invierte	362
26.2.3. Atendiendo a la duración de la inversión	363
26.2.4. Atendiendo a los objetivos de la inversión.....	363
26.2.5. Atendiendo al grado de conocimiento de los capitales futuros	363
26.2.6. Atendiendo a la relación que guarden dos inversiones entre sí	364
26.3. Planteamiento matemático-financiero de una inversión	364
26.4. Criterios de decisión en ambiente de certeza	366
26.4.1. Introducción.....	366
26.4.2. Valor Actual Neto (VAN) o Beneficio Total Actualizado (BTA)	367
26.4.3. Relación Beneficio Coste.....	369
26.4.4. Tanto de Rendimiento Interno (TRI o TIR)	371
26.4.5. Plazo de Recuperación	372
26.4.6. Comparación entre el VAN y el TIR para una inversión aislada.....	374
26.4.7. Comparación entre el VAN y el TIR para un conjunto de proyectos	376

26.5. Criterios de decisión en ambiente de riesgo	381
26.5.1. El riesgo en las magnitudes que definen una inversión	381
26.5.2. Beneficio monetario esperado y varianza	384
26.5.3. Criterios básicos	386
26.5.3.1. Criterio del Beneficio Monetario Esperado (<i>BME</i>)	386
26.5.3.2. Criterio del equivalente de certidumbre (<i>EC</i>)	386
26.5.3.3. Criterio de la prima de riesgo (<i>PR</i>)	386
26.5.4. Criterio esperanza-desviación típica	387
26.5.5. Criterio de la esperanza sujeta a un riesgo de ruina me- nor que α	389
26.6. Renovación de equipos industriales	390
26.6.1. Introducción	390
26.6.2. Decisión de retirada sin reemplazamiento	391
26.6.3. Decisiones de reemplazamiento	393
26.6.4. Criterio del coste mínimo	395
26.6.5. Criterio del mínimo adverso	396
Bibliografía	398
Términos y expresiones clave	399
Ejercicios de autocomprobación	400
Soluciones a los ejercicios de autocomprobación	402

TEMA 27. OPERACIONES CON VALORES MOBILIARIOS

Esquema-resumen	409
Objetivos didácticos	410
27.1. Pignoración de valores mobiliarios	411
27.2. Ampliaciones de capital	412
27.2.1. Financiación mediante recursos propios	412
27.2.2. Características generales de las ampliaciones	412
27.2.3. Clasificación y notación a utilizar	414
27.2.4. Ampliación única inmediata	415
27.2.4.1. Las acciones nuevas tienen los mismos derechos	415
27.2.4.2. Operación blanca	416
27.2.4.3. Las acciones nuevas tienen una reducción tem- poral de derechos	417
27.2.5. Ampliación múltiple simultánea	418
27.2.5.1. Las acciones nuevas tienen desde el principio los mismos derechos que las antiguas	419
27.2.5.2. Las acciones nuevas tienen inicialmente dere- chos reducidos	420
27.2.6. Ampliación múltiple sucesiva	420
27.2.7. Ampliación única diferida	420

27.3. Valoración de acciones	422
27.3.1. Introducción.....	422
27.3.2. Valoración a través de los dividendos	423
27.3.3. Valoración a través de los beneficios	424
Bibliografía	425
Términos y expresiones clave	426
Ejercicios de autocomprobación	427
Soluciones a los ejercicios de autocomprobación	429

TEMA 28. EL RIESGO EN LAS CARTERAS DE RENTA FIJA

Esquema-resumen	433
Objetivos didácticos	434
28.1. El riesgo en la renta fija	435
28.2. El riesgo de variación de los tipos de interés	436
28.3. Tipos de interés al contado y a plazo	437
28.4. Estructura temporal de los tipos de interés (ETTI)	438
28.5. Rentabilidad interna (TIR) de un título	439
28.6. Precio y rentabilidad en el mercado secundario	440
28.7. Duración y convexidad de un título	442
28.7.1 Duración.....	442
28.7.2. Convexidad.....	446
28.8. Duración y convexidad de una cartera	448
28.9. Inmunización financiera	449
28.10. Gestión de carteras de renta fija.....	450
28.10.1. Etapas en la gestión de una cartera	450
28.10.2. Tipos de gestión	452
Bibliografía	456
Términos y expresiones clave	457
Anexo I. Teorías sobre el comportamiento de los tipos de interés	458
Anexo II. (1. Factores que influyen en la duración. 2. Factores que influyen en la convexidad).....	461
Ejercicios de autocomprobación	463
Soluciones a los ejercicios de autocomprobación	466

TEMA 29. INTRODUCCIÓN A LAS OPERACIONES ACTUARIALES

Esquema-resumen	475
Objetivos didácticos	476

29.1. Introducción.....	477
29.2. Supervivencia y muerte.....	477
29.2.1. Tablas de supervivencia y mortalidad	477
29.2.2. Probabilidades de supervivencia y muerte	478
29.2.3. Esperanza de vida.....	480
29.3. Factor de actualización actuarial	482
29.4. Rentas actuariales.....	482
29.4.1. Rentas vitalicias	483
29.4.2. Rentas temporales de duración n años	483
29.4.3. Rentas diferidas n años	484
29.4.4. Rentas fraccionarias	485
29.4.5. Aplicación a Planes de Previsión	486
29.5. Seguros sobre la vida.....	486
29.6. Seguros en caso de vida	488
29.6.1. Seguro de capital diferido	488
29.6.2. Seguro de renta vitalicia	489
29.7. Seguros en caso de muerte	489
29.7.1. Seguro vida entera a prima única	489
29.7.2. Seguro temporal a prima única.....	490
29.7.3. Seguro vida entera, diferido n años a prima única.....	490
29.7.4. Seguro diferido m años y temporal durante n años.....	490
29.7.5. Valoración a mitad de año	491
29.8. Rentas y seguros	491
29.8.1. Seguro vida entera con pago de primas vitalicio	491
29.8.2. Seguro vida entera con pago de primas temporal.....	491
29.9. Reservas matemáticas	491
Bibliografía	492
Términos y expresiones clave	494
Anexo I. Tablas de mortalidad - Población española 1990.....	495
Ejercicios de autocomprobación.....	496
Soluciones a los ejercicios de autocomprobación	498

TEMA 30. LA INFLACIÓN EN LAS OPERACIONES FINANCIERAS

Esquema-resumen	501
Objetivos didácticos	502
30.1. Introducción.....	503
30.1.1. La inflación y sus efectos	503
30.1.2. Tasas de inflación	504
30.2. Tantos monetarios y tantos reales	505
30.3. Operaciones simples.....	506

30.3.1. La inflación no se tiene en cuenta en el contrato	507
30.3.2. Los efectos de la inflación se trasladan al deudor	511
30.4. Operaciones de amortización	514
30.4.1. La inflación no se tiene en cuenta en el contrato	515
30.4.2. Los efectos de la inflación se trasladan al prestatario ...	517
30.4.3. Casos particulares.....	518
30.5. Préstamos con duración variable	520
30.5.1. Características.....	520
30.5.2. Esquema general.....	521
30.5.3. Casos particulares.....	522
30.6. Empréstitos	526
30.7. Operaciones indizadas.....	527
30.8. Empréstitos participativos	530
Bibliografía	534
Términos y expresiones clave	535
Anexo. Tasas de inflación habidas en España desde 1913	536
Ejercicios de autocomprobación	537
Soluciones a los ejercicios de autocomprobación	539

TEMA 16

PRÉSTAMOS: PLANTEAMIENTO GENERAL Y CASOS PARTICULARES

Esquema - Resumen



Objetivos didácticos

Iniciar el estudio de los préstamos y establecer la metodología que ha de aplicarse con carácter general. Este objetivo se concreta en:

- Describir las características básicas de los préstamos y su terminología específica.
- Efectuar un planteamiento general de las operaciones de amortización de capital y estudiarlas desde la vertiente matemático-financiera.
- Detallar la metodología a seguir en el estudio:
 - Ecuación de equivalencia financiera (equilibrio estático de la operación).
 - Capital vivo o pendiente de amortizar (es el saldo financiero de la operación y establece su equilibrio dinámico).
 - Estructura del término amortizativo con sus dos componentes, cuota de intereses y cuota de amortización.
 - Relación de recurrencia, en su caso, de las cuotas de amortización.
 - Relaciones del capital prestado y el capital vivo con las cuotas de amortización.
 - Representación gráfica de la operación.
 - Obtención del cuadro de amortización del préstamo.
- Estudiar los casos particulares que con mayor frecuencia se utilizan en la práctica.

TEMA 16

PRÉSTAMOS: PLANTEAMIENTO GENERAL Y CASOS PARTICULARES

16.1. INTRODUCCIÓN

Los préstamos son operaciones de amortización de capital. Estas operaciones consisten en la entrega de un capital por el prestamista al prestatario o deudor, el cual se compromete a devolverlo posteriormente mediante uno o varios pagos escalonados en el tiempo. Son, frecuentemente, *operaciones compuestas de prestación única y contraprestación múltiple*, aunque también hay préstamos que son operaciones simples.

Esta parte se dedica al estudio de los préstamos que son operaciones compuestas ya que, los préstamos que son operaciones simples, se estudiaron en el tema 12.

Debe observarse que estas operaciones son de *crédito unilateral* puesto que el saldo financiero es siempre favorable a la prestación. El prestatario entrega los capitales que componen la contraprestación con objeto de ir pagando los intereses que genera la operación e ir devolviendo el principal hasta amortizarlo completamente; estos capitales reciben la denominación genérica de *términos amortizativos* o cuotas a pagar y, según sea su periodicidad, reciben también denominaciones concretas tales como anualidades, semestralidades, etc., cuando los períodos de pago son anuales, semestrales, etc.

Al estudiar los préstamos se aplicará frecuentemente la valoración de rentas estudiada en el Tomo I, ya que, los términos amortizativos y otras magnitudes que irán apareciendo, conforman rentas financieras.

Dado que el euro ha sustituido a las monedas nacionales de los países que integran la Unión Monetaria Europea (entre ellas la peseta), en un Anexo al final de este tema se describen los aspectos que afectan a los préstamos.

16.2. PLANTEAMIENTO GENERAL

16.2.1. Equivalencia financiera

Se trata de amortizar el capital (C_0 ; t_0) mediante términos amortizativos variables (a_s ; t_s), valorándose la operación con réditos periodales variables $i_1, \dots, i_n$ tal como se detalla en la Figura 16.1.

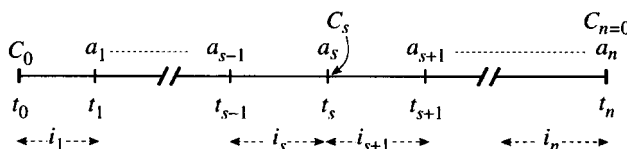


Figura 16.1

La ecuación de equivalencia financiera, planteada en el origen (t_0), es:

$$C_0 = \sum_{s=1}^n a_s \cdot \prod_{h=1}^s (1 + i_h)^{-1} \quad [16.1]$$

Esta ecuación establece el equilibrio estático y global de la operación. Obsérvese que el término a_s tiene un valor actualizado en t_0 :

$$a_s \cdot (1 + i_1)^{-1} \cdot (1 + i_2)^{-1} \cdot \dots \cdot (1 + i_s)^{-1} = a_s \cdot \prod_{h=1}^s (1 + i_h)^{-1}$$

y que se actualizan todos los términos ($s = 1, 2, \dots, n$).

16.2.2. Saldo financiero

El saldo financiero analiza como va evolucionando la operación a lo largo de su duración. En los préstamos, el saldo recibe la denominación de *capital vivo* o *capital pendiente de amortizar*, ya que mide la deuda que tiene pendiente el prestatario en el momento de su obtención. Los saldos suelen hallarse por la derecha, es decir, un instante después del vencimiento de cada término amortizativo.

Las ecuaciones del saldo o capital vivo establecen el equilibrio dinámico y parcial de la operación.

Situados en t_s , el capital vivo se anota con C_s y se obtiene, al aplicar el método prospectivo, así:

$$C_s = \sum_{r=s+1}^n a_r \cdot \prod_{h=s+1}^r (1+i_h)^{-1} \quad [16.2]$$

Si se hubiese aplicado el método retrospectivo, se obtendría:

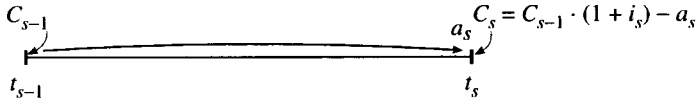
$$C_s = C_o \cdot \prod_{h=1}^s (1+i_h) - \left[\sum_{r=1}^{s-1} a_r \cdot \prod_{h=r+1}^s (1+i_h) + a_s \right] \quad [16.3]$$

obsérvese que ahora se valoran en t_s el capital prestado C_o y los términos amortizativos hasta t_s incluido, ya que el saldo se halla por la derecha.

La aplicación del método recurrente, supuesto que ya se ha obtenido C_{s-1} , proporciona:

$$C_s = C_{s-1} \cdot (1+i_s) - a_s \quad [16.4]$$

obsérvese que el capital vivo (C_{s-1} ; t_{s-1}) se capitaliza hasta t_s lo que proporciona un montante $C_{s-1}(1+i_s)$ a favor del prestamista y a continuación se resta a_s que entrega el prestatario. El detalle gráfico es:



al despejar a_s en [16.4] se obtiene:

$$a_s = C_{s-1} \cdot i_s + (C_{s-1} - C_s) = I_s + A_s \quad [16.5]$$

esta expresión indica que cada término amortizativo o cuota a pagar se dedica a:

— pagar intereses al capital vivo existente al principio del período:

$$C_{s-1} \cdot i_s = I_s \quad (\text{cuota de intereses del período } s)$$

— disminuir la deuda pendiente con el resto o sobrante:

$$C_{s-1} - C_s = A_s \quad (\text{cuota de amortización del período } s)$$

En consecuencia, cada término amortizativo es suma de la cuota de intereses y de la cuota de amortización.

El *capital amortizado* en los s primeros períodos (M_s) es la diferencia entre el capital prestado C_o y el capital vivo C_s :

$$M_s = C_o - C_s \quad [16.6]$$

Por otra parte, al dar valores a s en A_s , se obtienen todas las cuotas de amortización:

$$\begin{aligned}
 C_o - C_1 &= A_1 \\
 C_1 - C_2 &= A_2 \\
 &\dots\dots\dots \\
 C_{s-1} - C_s &= A_s \\
 C_s - C_{s+1} &= A_{s+1} \\
 &\dots\dots\dots \\
 C_{n-1} - C_n &= A_n
 \end{aligned}$$

siendo $C_n = 0$ ya que en t_n finaliza la operación. Por ello, sumando ordenadamente ambos lados de las igualdades anteriores, se tiene:

$$\boxed{C_o = \sum_{k=1}^n A_k} \quad [16.7]$$

obsérvese que C_1 aparece restando en la primera igualdad y sumando en la segunda, y análogamente ocurre con $C_2 \dots C_{n-1}$, por lo que se anulan al efectuar la suma.

Se verifica que el capital prestado (C_o) es igual a la suma aritmética de las cuotas de amortización.

Cuando se suman las s primeras igualdades se obtiene:

$$C_o - C_s = M_s = \sum_{k=1}^s A_k \quad [16.8]$$

El capital amortizado en los s primeros períodos es igual a la suma aritmética de las s primeras cuotas de amortización.

Si se suman las $n - s$ últimas igualdades, se obtiene:

$$\boxed{C_s = \sum_{k=s+1}^n A_k} \quad [16.9]$$

El capital vivo, o pendiente de amortizar después de transcurridos s períodos, es igual a la suma de las $n - s$ últimas cuotas de amortización.

Observando las expresiones [16.1] y [16.7] se puede afirmar que el capital prestado C_0 es la *suma financiera* de los términos amortizativos (a_s) y la *suma aritmética* de las cuotas de amortización.

De la misma manera, al observar las expresiones [16.2] y [16.9], resulta que el capital vivo, C_s , es la suma financiera de los términos amortizativos pendientes de entregar, y también es la suma aritmética de las cuotas de amortización futuras.

Puede ocurrir que algunas cuotas de amortización sean negativas. Esto sucede cuando $a_s < I_s$ (el término amortizativo es menor que la cuota de intereses correspondiente); este caso es muy poco frecuente en la práctica. Lo normal es que las cuotas de amortización sean positivas, pudiendo haber alguna nula:

$$A_s \geq 0 \quad \forall s \Leftrightarrow C_0 \geq C_1 \geq \dots \geq C_s \geq \dots \geq C_n$$

en estos casos, se dice que la amortización se produce con *regularidad*.

16.2.3. Representación gráfica

La evolución de la operación en su aspecto gráfico se recoge en la Figura 16.2.

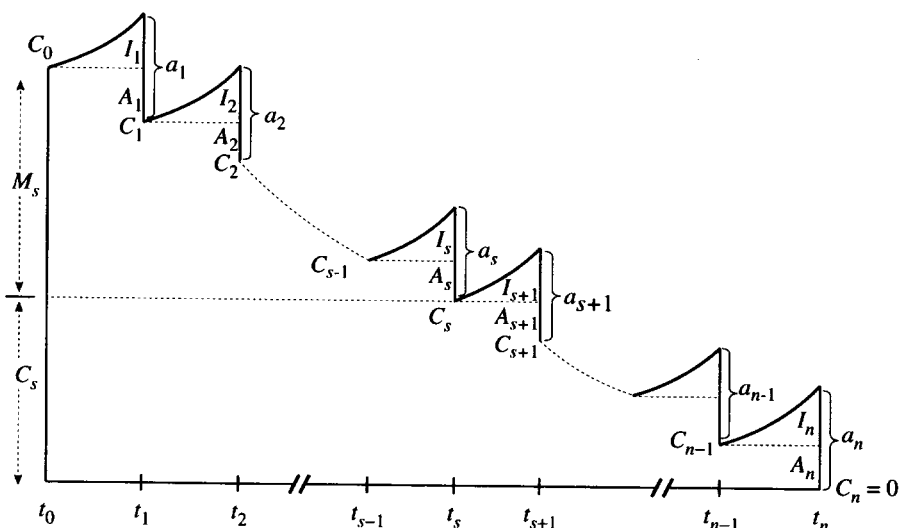


Figura 16.2

Durante el primer período ($t_0; t_1$), el capital prestado C_0 va produciendo intereses hasta alcanzar un montante $C_0 \cdot (1 + i_1)$, pero en t_1 , el prestatario, entrega el término a_1 con lo que el capital vivo desciende hasta C_1 . Con a_1 se pagan los intereses del período: $I_1 = C_0 \cdot i_1$ y se amortiza $A_1 = C_0 - C_1$.

Durante el segundo período ($t_1; t_2$) el capital pendiente de amortizar, C_1 , va produciendo intereses hasta alcanzar un montante $C_1(1 + i_2)$, pero en t_2 , el prestatario, entrega el término a_2 con lo que el capital vivo desciende hasta C_2 . Así sucesivamente va transcurriendo la operación hasta t_n en que, con la entrega del término a_n concluye la operación.

En el gráfico pueden comprobarse las relaciones obtenidas en los epígrafes anteriores. Se observa que cada término amortizativo se desglosa en las dos componentes, cuota de intereses y cuota de amortización. También se observa que la amortización se va produciendo con regularidad y que las cuotas de amortización son la diferencia entre los capitales vivos de dos períodos consecutivos:

$$A_s = C_{s-1} - C_s \Rightarrow C_s = C_{s-1} - A_s \quad \forall s$$

16.2.4. Cuadro de amortización

El cuadro de amortización es una tabla de doble entrada (una matriz) en la que se recogen los valores que toman las magnitudes anteriormente estudiadas.

En el cuadro 16.1 se presenta un formato usual del cuadro de amortización. También es frecuente refundir las columnas (3) y (4) en una columna doble, con las denominaciones de Amortización Parcial y Amortización Acumulada.

Cuadro 16.1

Período	Términos Amortizativos (1)	Cuota de Intereses (2)	Cuota de Amortización (3)	Capital Amortizado (4)	Capital Vivo (5)
0					C_0
1	a_1	I_1	A_1	M_1	C_1
...	...	...	...	...	...
s	a_s	I_s	A_s	M_s	C_s
...	...	...	...	...	...
n	a_n	I_n	A_n	$M_n = C_0$	$C_n = 0$

El cuadro de amortización refleja, de una forma ordenada, como va evolucionando la operación y permite tener a la vista, en una sola hoja,