

ÍNDICE

PRESENTACIÓN	11
CAPÍTULO 1. EQUILIBRIO GENERAL COMPETITIVO	13
INTRODUCCIÓN	15
Problema 1.1	17
Solución problema 1.1	17
Problema 1.2	20
Solución problema 1.2	20
Problema 1.3	22
Solución problema 1.3	23
Problema 1.4	28
Solución problema 1.4	29
Problema 1.5	33
Solución problema 1.5	34
Problema 1.6	36
Solución problema 1.6	36
Problema 1.7	37
Solución problema 1.7	38
Problema 1.8	40
Solución problema 1.8	41
CAPÍTULO 2. FALLOS DE MERCADO	45
INTRODUCCIÓN	47
Problema 2.1	49
Solución problema 2.1	49
Problema 2.2	52
Solución problema 2.2	52

Problema 2.3	55
Solución problema 2.3	55
Problema 2.4	57
Solución problema 2.4	58
Problema 2.5	63
Solución problema 2.5	63
Problema 2.6	67
Solución problema 2.6	68
Problema 2.7	71
Solución problema 2.7	72
Problema 2.8	74
Solución problema 2.8	74
Problema 2.9	79
Solución problema 2.9	80
Problema 2.10	82
Solución problema 2.10	82

CAPÍTULO 3. COMPETENCIA PERFECTA Y MONOPOLIO 85

INTRODUCCIÓN	87
Problema 3.1	91
Solución problema 3.1	91
Problema 3.2	93
Solución problema 3.2	93
Problema 3.3	96
Solución problema 3.3	97
Problema 3.4	99
Solución problema 3.4	100
Problema 3.5	105
Solución problema 3.5	106
Problema 3.6	109
Solución problema 3.6	110
Problema 3.7	112
Solución problema 3.7	113
Problema 3.8	114
Solución problema 3.8	114
Problema 3.9	118
Solución problema 3.9	118
Problema 3.10	122
Solución problema 3.10	123
Problema 3.11	128
Solución problema 3.11	128
Problema 3.12	132
Solución problema 3.12	132

Problema 3.13	136
Solución problema 3.13	137
Problema 3.14	139
Solución problema 3.14	139
Problema 3.15	141
Solución problema 3.15	142
Problema 3.16	145
Solución problema 3.16	145
Problema 3.17	147
Solución problema 3.17	148
 CAPÍTULO 4. COMPETENCIA IMPERFECTA	 153
INTRODUCCIÓN	155
Problema 4.1	157
Solución problema 4.1	157
Problema 4.2	167
Solución problema 4.12	167
Problema 4.3	170
Solución problema 4.3	170
Problema 4.4	171
Solución problema 4.4	172
Problema 4.5	174
Solución problema 4.5	174
Problema 4.6	177
Solución problema 4.6	177
Problema 4.7	181
Solución problema 4.7	181
Problema 4.8	185
Solución problema 4.8	185
Problema 4.9	188
Solución problema 4.9	188
Problema 4.10	191
Solución problema 4.10	191
Problema 4.11	194
Solución problema 4.11	195
Problema 4.12	197
Solución problema 4.12	197
Problema 4.13	199
Solución problema 4.13	199

Capítulo 1

EQUILIBRIO GENERAL
COMPETITIVO

INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presentan ocho problemas relacionados con el equilibrio general, normalmente en condiciones de competencia perfecta. Es decir, los agentes no tienen ninguna influencia sobre los precios, no existen costes de transacción de los bienes ni de información, poseyendo todos los agentes un conocimiento completo del mercado. Sólo un problema, el cuarto, presenta un ejemplo en el que uno de los consumidores no se comporta de forma paramétrica respecto de los precios, teniendo cierta capacidad para determinar los mismos.

Los primeros problemas resolverán situaciones de intercambio puro, con el fin de familiarizar al alumno con el método en el que se resuelven este tipo de ejercicios. Después se plantean y solucionan algunos ejercicios de economías de intercambio y producción.

El **Problema 1.1** se enmarca en una economía de intercambio puro con dos consumidores donde se proporcionan sus funciones de utilidad y las dotaciones iniciales de cada uno de los bienes. Se obtienen las funciones de demanda y de exceso de demanda. Una vez obtenidas éstas se calculan los precios, las cantidades de equilibrio y los niveles de utilidad alcanzados.

El **Problema 1.2** es continuación del problema anterior. Se obtienen, para los mismos datos, la curva de contrato y la representación gráfica del equilibrio. Por último se justifica porqué en estas condiciones la asignación de equilibrio general competitivo es óptimo paretiana.

El **Problema 1.3** es otro ejercicio de equilibrio en una economía de intercambio puro con dos consumidores de los cuales se proporciona la forma concreta de sus funciones de utilidad. Primero se obtiene la curva de contrato y el precio de equilibrio en función de unas dotaciones iniciales genéricas, para, en un apartado posterior, calcular la asignación de equilibrio con unos valores concretos de las mismas. En el último apartado se ejemplifica cómo una asignación óptimo paretiana concreta se puede alcanzar con un reparto adecuado de la riqueza inicial entre los consumidores.

El **Problema 1.4** vuelve a ser un ejercicio de equilibrio en una economía de intercambio puro con dos consumidores pero ahora ya no estamos en un marco de com-

petencia perfecta. Uno de los consumidores tiene capacidad para determinar los precios mientras que el otro sigue siendo precio-aceptante. En esta situación se calcula la asignación de equilibrio general competitivo y la óptimo paretiana, y se comprueba que no coinciden. Por último se obtiene un nuevo equilibrio donde ninguno de los consumidores tiene poder de decisión sobre el precio para compararlo con la situación anterior.

El **Problema 1.5** es un ejercicio de equilibrio en la producción. Un único factor se utiliza para producir dos bienes según unas funciones de producción dadas. Se calculan las condiciones de eficiencia y la frontera de posibilidades de producción.

El **Problema 1.6** plantea el caso de una economía donde se producen dos bienes a través de tecnologías Cobb-Douglas. Se derivan las condiciones de eficiencia y la curva de contrato entre industrias.

En el **Problema 1.7** ya se introduce conjuntamente el intercambio y la producción en un ejercicio de equilibrio. Existen dos bienes que son argumentos de la función de utilidad del único consumidor de esta economía. Uno de los bienes no es producible, puede consumirse directamente o utilizarse como factor de producción, por las dos empresas de esta economía, para fabricar el otro bien. A partir de este planteamiento y de los datos proporcionados en el enunciado se obtiene la asignación de equilibrio, la frontera de posibilidades de producción y la asignación óptimo paretiana.

El **Problema 1.8** es un nuevo problema de equilibrio en una economía de intercambio y producción. En este caso sólo existe un consumidor y sin embargo hay tres bienes, de los cuales, uno de ellos no se puede producir, mientras que los otros dos sí. Definidas las funciones de producción, se obtienen las asignaciones óptimo paretianas y se demuestran que son iguales a las de equilibrio general competitivo. La peculiaridad de este problema reside en que el beneficio de una de las empresas no es nulo y debe incorporarse a las dotaciones iniciales del consumidor.

Problema 1.1

Considere una economía de intercambio puro con dos consumidores (1 y 2) precio-aceptantes y dos únicos bienes x_1 y x_2 . Las preferencias de ambos consumidores son idénticas y vienen representadas por las siguientes funciones de utilidad:

$$U^i(x_1^i, x_2^i) = \ln x_1^i + \ln x_2^i \quad i = 1, 2$$

donde x_1^i y x_2^i son las cantidades de los bienes x_1 y x_2 del consumidor i -ésimo. Las dotaciones iniciales de cada consumidor son, respectivamente, $\bar{x}^1 = (1, 3)$ y $\bar{x}^2 = (3, 1)$. Suponga también que p_1 es igual a 1. Se pide:

- Calcule las funciones de demanda de cada consumidor para ambos bienes.
- Obtenga las funciones de exceso de demanda de cada consumidor.
- Calcule el equilibrio de esta economía (precio, cantidades y niveles de utilidad).

Solución problema 1.1

- a) Para obtener las funciones de demanda de los consumidores debemos resolver sus problemas de optimización condicionada. El consumidor 1 se enfrenta al problema de maximizar su utilidad dada su restricción presupuestaria, esto es:

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & U^1(\mathbf{x}^1) = \ln x_1^1 + \ln x_2^1 \\ \text{s.a:} & x_1^1 + p_2 x_2^1 = 1 + 3p_2 \end{array} \quad \Bigg\}$$

Este problema puede resolverse utilizando la función auxiliar de Lagrange que en este caso es:

$$L(\mathbf{x}^1, \lambda) = \ln x_1^1 + \ln x_2^1 - \lambda(x_1^1 + p_2 x_2^1 - 1 - 3p_2)$$

Las condiciones de primer orden (c.p.o.) de este problema de maximización condicionada son:

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial x_1^1} = \frac{1}{x_1^1} - \lambda = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial x_2^1} = \frac{1}{x_2^1} - \lambda p_2 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial \lambda} = x_1^1 + p_2 x_2^1 - 1 - 3p_2 = 0 \quad (3)$$

Operando con las c.p.o. (1) y (2) se tiene la siguiente relación:

$$x_1^1 = p_2 x_2^1$$

Sustituyendo esta expresión en la restricción presupuestaria (o, lo que es lo mismo, en la tercera c.p.o.) se tiene:

$$x_1^1 + x_1^1 - 1 - 3p_2 = 0$$

de donde operando se obtiene la función de demanda del consumidor 1 del bien, que es:

$$x_1^1 = 0,5 + 1,5p_2$$

Y, por tanto, la función de demanda del consumidor 1 del bien x_2 será:

$$x_2^1 = \frac{0,5}{p_2} + 1,5$$

Por su parte, el consumidor 2 se enfrenta a un problema simétrico de maximización condicionada que es el siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Max } U^2(\mathbf{x}^2) &= \ln x_1^2 + \ln x_2^2 \\ \text{s.a: } x_1^2 + p_2 x_2^2 &= 3 + p_2 \end{aligned}$$

De las dos primeras c.p.o. se obtiene la siguiente relación:

$$x_1^2 = p_2 x_2^2$$

y sustituyendo en la restricción presupuestaria, se obtienen las funciones de demanda de ambos bienes del consumidor 2, que son:

$$x_1^2 = 1,5 + 0,5 p_2$$

$$x_2^2 = \frac{1,5}{p_2} + 0,5$$

- b) Las funciones de exceso de demanda nos informan, para cada vector de precios, del exceso de las cantidades demandadas sobre las cantidades ofrecidas (en este caso las dotaciones iniciales), esto es:

$$z_j^i(\mathbf{p}) = x_j^i(\mathbf{p}) - \bar{x}_j^i \quad j = 1, 2; i = 1, 2$$

donde $x_j^i(\mathbf{p})$ es la función de demanda del consumidor i -ésimo del bien x_j , y $\bar{x}_j^i$ son las dotaciones iniciales del consumidor i -ésimo del bien x_j . Aplicando esta fórmula a los resultados del apartado anterior se derivan las funciones de exceso de demanda de cada consumidor, que son:

$$z_1^1(\mathbf{p}) = 0,5 + 1,5 p_2 - 1 = 1,5 p_2 - 0,5$$

$$z_2^1(\mathbf{p}) = \frac{0,5}{p_2} + 1,5 - 3 = \frac{0,5}{p_2} - 1,5$$

$$z_1^2(\mathbf{p}) = 1,5 + 0,5 p_2 - 3 = 0,5 p_2 - 1,5$$

$$z_2^2(\mathbf{p}) = \frac{1,5}{p_2} + 0,5 - 1 = \frac{1,5}{p_2} - 0,5$$

- c) Para calcular el equilibrio de esta economía basta con saber que el equilibrio puede definirse como aquella situación en la que todos los excesos de demanda de cada bien son nulos. Es decir, el equilibrio debe cumplir:

$$z_1(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^2 z_1^i(\mathbf{p}) = 1,5 p_2 - 0,5 + 0,5 p_2 - 1,5 = 0 \quad (4)$$

$$z_2(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^2 z_2^i(\mathbf{p}) = \frac{0,5}{p_2} - 1,5 + \frac{1,5}{p_2} - 0,5 = 0 \quad (5)$$

Con una de estas dos ecuaciones es suficiente para calcular el precio de equilibrio ya que, por la ley de Walras se sabe que en una economía con dos bienes cuando el mercado de uno de ellos está en equilibrio, el otro también lo estará. Por tanto, para calcular el precio de equilibrio operamos con cualquiera de estas ecuaciones. Por ejemplo, a partir de la ecuación (4) se tiene que:

$$2p_2 - 2 = 0$$

de donde se obtiene que $p_2^* = 1$. Con este precio de equilibrio ya podemos calcular los demás datos que se piden en el enunciado. Las cantidades de equilibrio se calculan sustituyendo p_2 por su valor de equilibrio. A partir de las cantidades de equilibrio así calculadas, obtenemos el nivel de utilidad de equilibrio de los consumidores por una simple sustitución. Los resultados son:

$$(x_1^1)^* = (x_2^1)^* = (x_1^2)^* = (x_2^2)^* = 2; \quad (U^1)^* = (U^2)^* = 1,386$$

Problema 1.2

Considere una economía de intercambio puro con dos consumidores (1 y 2) precio-aceptantes y dos únicos bienes x_1 y x_2 . Las preferencias de ambos consumidores son idénticas y vienen representadas por las siguientes funciones de utilidad:

$$U^i(x_1^i, x_2^i) = \ln x_1^i + \ln x_2^i \quad i = 1, 2$$

donde x_1^i y x_2^i son las cantidades de los bienes x_1 y x_2 y del consumidor i -ésimo. Las dotaciones iniciales de cada consumidor son, respectivamente, $\bar{x}^1 = (1, 3)$ y $\bar{x}^2 = (3, 1)$. Se pide:

- Obtenga la expresión de la curva de contrato.
- Representela gráficamente en una caja de Edgeworth.
- ¿La asignación de equilibrio del ejercicio anterior es una asignación óptimo paretiana (OP)? Justifique su respuesta.

Solucion problema 1.2

- La curva de contrato, o conjunto de asignaciones Pareto eficientes, es el lugar geométrico de los puntos en los que la situación de un consumidor no puede mejorarse sin empeorar la situación del otro. Por tanto, en dichos puntos se produce la tangencia de las curvas de utilidad de ambos consumidores. Para que dicha tangencia se cumpla se debe cumplir que:

$$RMS_1^2(1) = RMS_1^2(2)$$

Es decir:

$$\frac{\frac{\partial U^1(\mathbf{x}^1)}{\partial x_1^1}}{\frac{\partial U^1(\mathbf{x}^1)}{\partial x_2^1}} = \frac{\frac{\partial U^2(\mathbf{x}^2)}{\partial x_1^2}}{\frac{\partial U^2(\mathbf{x}^2)}{\partial x_2^2}}$$

lo que aplicado a los datos del problema resulta en la siguiente condición:

$$\frac{x_1^1}{x_2^1} = \frac{x_1^2}{x_2^2} \quad (1)$$

Para calcular los puntos interiores de la caja de Edgeworth de la curva de contrato (es decir, cantidades estrictamente positivas de ambos bienes para ambos consumidores), lo único que hay que tener en cuenta son las dotaciones iniciales o cantidades existentes de ambos bienes. Esto es, sabemos que:

$$x_1^1 + x_1^2 = 4$$

$$x_2^1 + x_2^2 = 4$$

Por lo que:

$$x_1^2 = 4 - x_1^1$$

$$x_2^2 = 4 - x_2^1$$

y sustituyendo estas expresiones en (1), se obtiene la expresión de la curva de contrato:

$$\frac{x_1^1}{x_2^1} = \frac{4 - x_1^1}{4 - x_2^1}$$

Es decir,

$$x_1^1(4 - x_2^1) = x_2^1(4 - x_1^1)$$

o lo que es lo mismo:

$$x_1^1 = x_2^1 \quad \text{y} \quad x_1^2 = x_2^2$$

Es relevante darse cuenta de que para obtener la curva de contrato sólo se requiere información de las preferencias de los consumidores y de las dotaciones iniciales totales de cada bien. La curva de contrato no depende de la distribución inicial de la riqueza.

- b) En este caso, la curva de contrato es la diagonal principal de la caja de Edgeworth (véase el Gráfico 1.2.a).

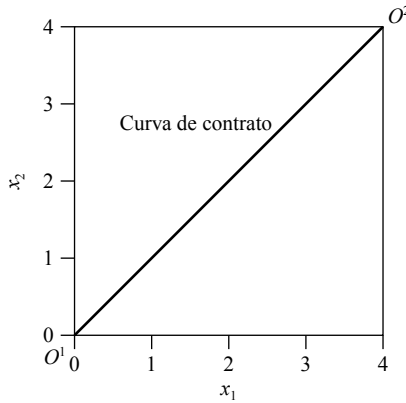


Gráfico 1.2.a

- c) Sí. En una economía como la descrita en el enunciado se cumple que en el equilibrio competitivo alcanzado la situación de cualquiera de los dos consumidores no se puede mejorar sin que empeore la del otro. Es decir, el equilibrio competitivo es una asignación óptimo paretiana.

Problema 1.3

Considere una economía de intercambio puro con dos consumidores (1 y 2) precio-aceptantes y dos únicos bienes x_1 y x_2 . Las preferencias de dichos consumidores vienen representadas por las siguientes funciones de utilidad:

$$U^1(x_1^1, x_2^1) = x_1^1 x_2^1$$

$$U^2(x_1^2, x_2^2) = x_1^2 x_2^2$$

Donde los subíndices hacen referencia a los bienes y los superíndices a los consumidores (ejemplo: x_2^1 es la cantidad del bien x_2 consumida por el individuo 1). En dicha economía hay unas dotaciones iniciales $\bar{x}_1$ y $\bar{x}_2$ del bien x_1 y x_2 respectivamente. La distribución de dichas dotaciones iniciales es la siguiente: $\bar{\mathbf{x}}^1 = (\bar{x}_1^1, \bar{x}_2^1)$ y $\bar{\mathbf{x}}^2 = (\bar{x}_1^2, \bar{x}_2^2)$. Suponga para simplificar que el bien x_2 es numerario ($p_2 = 1$). Se pide:

- Obtenga la expresión de la curva de contrato.
- Obtenga el precio de equilibrio general competitivo (EGC) de esta economía.

- c) Suponga que las dotaciones iniciales son: $\bar{x}^1 = (3, 4)$ y $\bar{x}^2 = (3, 2)$. Calcule la expresión de las asignaciones óptimo paretianas y la asignación de equilibrio competitivo (precio, cantidades y niveles de utilidad).
- d) Suponga que existe un criterio por el cual la sociedad determinase que uno de los óptimos paretianos es el «mejor», por ejemplo, la asignación $x^1 = (2, 2)$ y $x^2 = (4, 4)$. Explícite una distribución inicial de la riqueza que conduzca a que dicha asignación pueda alcanzarse como equilibrio competitivo de esta economía.

Solución problema 1.3

- a) La curva de contrato, como es sabido, es el lugar geométrico de los puntos donde se produce la tangencia de las curvas de utilidad de ambos consumidores. Por tanto se debe cumplir que:

$$RMS_1^2(1) = \frac{\frac{\partial U^1(x^1)}{\partial x_1^1}}{\frac{\partial U^1(x^1)}{\partial x_2^1}} = \frac{\frac{\partial U^2(x^2)}{\partial x_1^2}}{\frac{\partial U^2(x^2)}{\partial x_2^2}} = RMS_1^2(2)$$

Esta expresión, para los datos del problema, resulta:

$$\frac{x_2^1}{x_1^1} = \frac{x_2^2}{x_1^2}$$

Para calcular los puntos interiores de la caja de Edgeworth de la curva de contrato se debe tener en cuenta las dotaciones iniciales de ambos bienes. Por los datos del enunciado sabemos que:

$$\begin{aligned} x_1^1 + x_1^2 &= \bar{x}_1 \rightarrow x_1^2 = \bar{x}_1 - x_1^1 \\ x_2^1 + x_2^2 &= \bar{x}_2 \rightarrow x_2^2 = \bar{x}_2 - x_2^1 \end{aligned}$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación anterior, obtenemos la expresión de la curva de contrato:

$$\frac{x_2^1}{x_1^1} = \frac{\bar{x}_2 - x_2^1}{\bar{x}_1 - x_1^1}$$

La curva de contrato se podría igualmente haber expresado en términos del consumidor 2. En este caso quedaría:

$$\frac{x_2^2}{x_1^2} = \frac{\bar{x}_2 - x_2^2}{\bar{x}_1 - x_1^2}$$

- b)** Para calcular la asignación de equilibrio competitivo debemos resolver los problemas de optimización de ambos consumidores. El consumidor 1 maximizará su utilidad dada su restricción presupuestaria, esto es:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Max } U(\mathbf{x}^1) = x_1^1 x_2^1 \\ \text{s.a: } p_1 x_1^1 + x_2^1 = p_1 \bar{x}_1^1 + \bar{x}_2^1 \end{array} \right\}$$

Cuya función auxiliar de Lagrange es:

$$L(\cdot) = x_1^1 x_2^1 - \lambda(p_1 x_1^1 + x_2^1 - p_1 \bar{x}_1^1 - \bar{x}_2^1)$$

Las condiciones de primer orden de este problema de maximización condicionada son:

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial x_1^1} = x_2^1 - \lambda p_1 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial x_2^1} = x_1^1 - \lambda = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial \lambda} = p_1 x_1^1 + x_2^1 - p_1 \bar{x}_1^1 - \bar{x}_2^1 = 0 \quad (3)$$

Operando con las c.p.o. (1) y (2) obtenemos la siguiente relación:

$$x_2^1 = p_1 x_1^1$$

Sustituyendo esta condición en la c.p.o.(3) tenemos:

$$p_1 x_1^1 + p_1 x_1^1 = p_1 \bar{x}_1^1 + \bar{x}_2^1$$

y, operando, resulta la función de demanda del consumidor 1 del bien, que es:

$$x_1^1 = \frac{1}{2} \bar{x}_1^1 + \frac{1}{2p_1} \bar{x}_2^1$$

Por su parte, la función de demanda del consumidor 1 del bien x_2 será:

$$x_2^1 = \frac{p_1}{2} \bar{x}_1^1 + \frac{1}{2} \bar{x}_2^1$$

El consumidor 2 se enfrenta a un problema simétrico de maximización condicionada que es el siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Max } U(\mathbf{x}^2) = x_1^2 x_2^2 \\ \text{s.a: } p_1 x_1^2 + x_2^2 = p_1 \bar{x}_1^2 + \bar{x}_2^2 \end{array} \right\}$$

Operando de la misma manera que para el consumidor 1, obtenemos las funciones de demanda de ambos bienes del consumidor 2, que son:

$$x_1^2 = \frac{1}{2} \bar{x}_1^2 + \frac{1}{2p_1} \bar{x}_2^2$$

$$x_2^2 = \frac{p_1}{2} \bar{x}_1^2 + \frac{1}{2} \bar{x}_2^2$$

Para calcular el precio de equilibrio competitivo basta con saber que será aquel en el que la oferta de ambos bienes sea igual a la demanda (es decir, excesos de demanda nulos). Además, por la ley de Walras al existir en esta economía únicamente dos bienes es suficiente con trabajar con la función de exceso de demanda de uno de ellos. Por ejemplo, para el bien 1:

$$z_1(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^2 z_1^i(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \bar{x}_1^1 + \frac{1}{2p_1} \bar{x}_2^1 + \frac{1}{2} \bar{x}_1^2 + \frac{1}{2p_1} \bar{x}_2^2 - \bar{x}_1^1 - \bar{x}_1^2 = 0$$

Reordenando términos y teniendo en cuenta que, $\bar{x}_1 = \bar{x}_1^1 + \bar{x}_1^2$, y, $\bar{x}_2 = \bar{x}_2^1 + \bar{x}_2^2$, la expresión anterior queda:

$$\frac{1}{2} \bar{x}_1 + \frac{1}{2p_1} \bar{x}_2 - \bar{x}_1 = 0$$

de donde, despejando, se obtiene el precio de equilibrio competitivo:

$$p_1^* = \frac{\bar{x}_2}{\bar{x}_1}$$

- c) Ahora se nos dan nuevos datos en el problema, en concreto, datos sobre los valores de las dotaciones iniciales $\bar{\mathbf{x}}^1 = (3, 4)$ y $\bar{\mathbf{x}}^2 = (3, 2)$. En los apartados a) y b) se ha calculado todo lo que se pide para el caso general. Por tanto, para responder a este apartado, basta con sustituir las dotaciones iniciales por los valores fijados. En concreto, se tendrán que hacer las siguientes sustituciones: $(\bar{x}_1^1, \bar{x}_2^1) = (3, 4)$, $(\bar{x}_1^2, \bar{x}_2^2) = (3, 2)$ y $(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = (6, 6)$. Los resultados son los siguientes:

$$\frac{x_2^1}{x_1^1} = \frac{6 - x_2^1}{6 - x_1^1} \Rightarrow x_2^1(6 - x_1^1) = x_1^1(6 - x_2^1) \Rightarrow x_2^1 = x_1^1$$

Esta es la expresión de la curva de contrato expresada en términos de las cantidades del consumidor 1. La expresión de dicha curva en términos del consumidor 2 sería:

$$x_2^2 = x_1^2$$

Obsérvese que en este caso la curva de contrato es la diagonal principal de la caja de Edgeworth. El precio de equilibrio será:

$$p_1^* = \frac{\bar{x}_2}{\bar{x}_1} = \frac{6}{6} = 1$$

Con lo que las cantidades de equilibrio quedan:

$$(x_1^1)^* = (x_2^1)^* = 3,5$$

$$(x_1^2)^* = (x_2^2)^* = 2,5$$

y sustituyendo en las funciones de utilidad se obtienen los niveles de utilidad de equilibrio de ambos consumidores:

$$(U^1)^* = 12,25$$

$$(U^2)^* = 6,25$$

La curva de contrato y el equilibrio alcanzado puede verse en el Gráfico 1.3.a.

- d) Se supone ahora que esta sociedad determina que uno de los óptimos paretianos es el «mejor», la asignación $\mathbf{x}^1 = (2, 2)$ y $\mathbf{x}^2 = (4, 4)$, y se quiere alcanzar dicha asignación como equilibrio competitivo. En principio cabe preguntarse si esto es posible. La respuesta es sí. Ello se debe a la existencia de una relación importante entre el equilibrio y los óptimos. Cualquier asignación óptimo paretiana se puede alcanzar como equilibrio competitivo si se puede elegir la distribución ini-

cial de la riqueza entre los consumidores. Para dar respuesta a este apartado solamente hay que tener presentes los resultados anteriores. En primer lugar hay que darse cuenta de que la curva de contrato será la misma, ya que, como se ha dicho, la expresión de la curva de contrato sólo depende de las preferencias de los individuos y de las dotaciones iniciales totales de la economía (no de su distribución). Por tanto, se busca situarse en el punto $\mathbf{x}^1 = (2, 2)$ de la curva de contrato $x_2^1 = x_1^1$, o lo que es lo mismo, sobre el punto $\mathbf{x}^2 = (4, 4)$ de la curva de contrato.

También es fácil percibir que el precio de equilibrio será el mismo, ya que dicho precio sólo depende de las dotaciones totales de bienes:

$$p_1^* = \frac{\bar{x}_2}{\bar{x}_1} = \frac{6}{6} = 1$$

Con lo que la familia de las rectas de balance de este caso viene representado por la función:

$$p_1 x_1^1 + x_2^1 = y^1 \Rightarrow x_1^1 + x_2^1 = y^1 \Rightarrow x_2^1 = y^1 - x_1^1$$

y como queremos alcanzar como asignación competitiva el punto $\mathbf{x}^1 = (2, 2)$ habrá que distribuir la riqueza inicial de tal modo que los consumidores puedan alcanzar ese punto como equilibrio general competitivo. En términos gráficos (véase el Gráfico 1.3.a), estamos buscando la expresión de aquella recta de balance que,

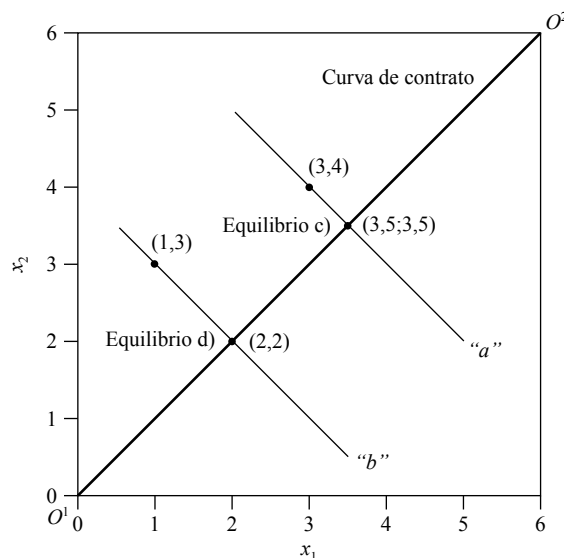


Gráfico 1.3.a

siendo paralela a la recta «a» (paralela porque la inclinación de la misma o precio de equilibrio no ha cambiado del apartado c) al d)), pase por el punto $\mathbf{x}^1 = (2, 2)$. Esta recta de balance es:

$$x_2^1 = 4 - x_1^1$$

Expresión que equivale a la recta «b» del Gráfico 1.3.a. Esta es la solución. Cualquiera de los infinitos puntos contenidos en la recta anterior constituye unas dotaciones iniciales del consumidor 1 (y, en consecuencia, del consumidor 2) que lograrán que el equilibrio competitivo se sitúe en el óptimo paretiano deseado.

Un ejemplo sería:

$$(\bar{x}_1^1, \bar{x}_2^1) = (1, 3)$$

$$(\bar{x}_1^2, \bar{x}_2^2) = (5, 3)$$

que lleva a la asignación de equilibrio deseada y donde los consumidores tienen unos niveles de utilidad $U^1 = 4$ y $U^2 = 16$.

Problema 1.4

Suponga una economía de intercambio puro con dos consumidores (1 y 2) y dos únicos bienes x_1 y x_2 . Las preferencias de dichos consumidores vienen representadas por las siguientes funciones de utilidad:

$$U^1(x_1^1, x_2^1) = x_1^1 x_2^1$$

$$U^2(x_1^2, x_2^2) = x_1^2 (x_2^2)^2$$

donde los subíndices hacen referencia a los bienes y los superíndices a los consumidores. Las dotaciones iniciales son $\bar{\mathbf{x}}^1 = (40, 160)$ y $\bar{\mathbf{x}}^2 = (240, 120)$. Se pide:

- Suponga que el consumidor 1 tiene capacidad para determinar los precios mientras que el consumidor 2 es precio-aceptante. Obtenga el equilibrio competitivo en este caso (precios, cantidades y niveles de utilidad).
- ¿La asignación de equilibrio del apartado a) es una asignación óptimo paretiana? Razone su respuesta.
- Calcule la asignación de equilibrio (cantidades y niveles de utilidad) para el caso de que ambos consumidores fueran precio-aceptantes y compárela con los resultados del apartado a).

Solución problema 1.4

- a) Cuando uno de los consumidores es precio-determinante el mecanismo es el siguiente. El consumidor 2 (precio-aceptante), ante cualquier precio relativo que determine el consumidor 1, se situará en su punto correspondiente de su curva de oferta-demanda. Por lo tanto, el consumidor precio-determinante tomará este hecho como un dato y fijará el precio que le permita, situándose sobre la curva de oferta-demanda del consumidor 2, colocarse en la curva de indiferencia más alejada del origen. Es decir, el consumidor 1 maximizará su utilidad sujeto a la curva de oferta-demanda del consumidor 2. Por lo tanto, lo primero que hay que calcular es la curva de oferta-demanda del consumidor 2. Ésta se calcula a partir de su problema de maximización condicionada:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Max } U(\mathbf{x}^2) = x_1^2(x_2^2)^2 \\ \text{s.a: } p_1x_1^2 + p_2x_2^2 = 240p_1 + 120p_2 \end{array} \right\}$$

La función auxiliar de Lagrange es, en este caso:

$$L(\cdot) = x_1^2(x_2^2)^2 - \lambda(p_1x_1^2 + p_2x_2^2 - 240p_1 - 120p_2)$$

Las dos primeras condiciones de primer orden son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\cdot)}{\partial x_1^2} &= (x_2^2)^2 - \lambda p_1 = 0 \\ \frac{\partial L(\cdot)}{\partial x_2^2} &= 2x_1^2x_2^2 - \lambda p_2 = 0 \end{aligned}$$

lo que proporciona:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{x_2^2}{2x_1^2}$$

Para calcular la curva de oferta-demanda de este consumidor basta con sustituir esta expresión de los precios en la restricción presupuestaria. Si se dividen ambos miembros de la restricción entre p_2 :

$$\frac{p_1}{p_2}x_1^2 + x_2^2 = 240\frac{p_1}{p_2} + 120 \rightarrow \frac{p_1}{p_2}(x_1^2 - 240) = 120 - x_2^2$$