

# ÍNDICE

INTRODUCCIÓN .....	15
--------------------	----

## UNIDAD DIDÁCTICA I

<b>Capítulo I. MECANISMOS BÁSICOS DE TRANSMISIÓN DE CALOR</b>	19
1.1. Consideraciones generales .....	21
1.2. Conducción. Ley de Fourier.....	23
1.3. Ecuación diferencial del campo de temperatura.....	24
1.4. Flujo laminar y flujo turbulento. Viscosidad .....	26
1.5. Capas límite dinámica y térmica .....	28
1.6. Convección. Ley de enfriamiento de Newton .....	31
1.7. Radiación térmica.....	32
EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN.....	35

<b>Capítulo II. PROPIEDADES TERMOFÍSICAS DE LOS MATERIALES</b>	39
2.1. Introducción.....	41
2.2. Densidad .....	41
2.3. Conductividad térmica en materiales puros .....	43
2.4. Conductividad térmica de mezclas gaseosas .....	45
2.5. Conductividad térmica de aleaciones .....	46
2.6. Conductividad térmica aparente.....	46
2.7. Coeficiente de dilatación térmica .....	48
2.8. Calor específico .....	49
2.9. Viscosidad de líquidos y gases puros.....	53
2.10. Viscosidad de mezclas gaseosas.....	54
2.11. Difusividad térmica.....	55
EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN.....	56

<b>Capítulo III. CONDUCCIÓN EN RÉGIMEN ESTACIONARIO.....</b>	<b>59</b>
3.1. Conducción en régimen permanente.....	61
3.2. Pared plana simple con temperaturas superficiales dadas.....	63
3.3. Caso de conductividad térmica variable con la temperatura .....	64
3.4. Resistencia y conductancia térmicas.....	65
3.5. Pared plana compuesta con temperaturas superficiales dadas....	66
3.6. Pared plana bañada por fluidos a temperaturas dadas.....	67
3.7. Coeficiente global de transmisión .....	68
3.8. Pared cilíndrica simple.....	68
3.9. Pared cilíndrica compuesta.....	69
3.10. Radio crítico.....	72
3.11. Pared esférica.....	75
<b>EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN.....</b>	<b>77</b>
<b>Capítulo IV. SUPERFICIES ADICIONALES.....</b>	<b>83</b>
4.1. Consideraciones generales .....	85
4.2. Ecuación general de las superficies adicionales.....	87
4.3. Aletas longitudinales de espesor uniforme y agujas de sección recta constante. Campo de temperatura .....	89
4.4. Aletas longitudinales de espesor uniforme y agujas de sección recta constante. Flujo de calor.....	92
4.5. Aletas longitudinales muy largas .....	93
4.6. Efectividad de la aleta longitudinal de espesor uniforme.....	94
4.7. Aleta longitudinal de espesor uniforme. Campo de aplicación ....	95
4.8. Aleta longitudinal de espesor uniforme: Dimensiones óptimas ...	97
4.9. La aleta longitudinal de perfil triangular .....	98
4.10. Comparación con la aleta longitudinal de espesor uniforme. ....	103
4.11. Aleta anular de espesor uniforme .....	104
4.12. Coeficiente global de transmisión en tubos aleteados .....	109
<b>EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN.....</b>	<b>112</b>
<b>Capítulo V. CONDUCCIÓN EN RÉGIMEN VARIABLE .....</b>	<b>117</b>
5.1. Consideraciones generales .....	119
5.2. Cambio brusco en la temperatura del fluido que baña una placa	120
5.3. Cambio brusco en la temperatura del fluido que baña un cilindro	126
5.4. Cambio brusco en la temperatura del fluido que baña una esfera	129
5.5. Cambio brusco en la temperatura superficial de una placa plana.	131
5.6. Cambio brusco en la temperatura superficial de un sólido casi- ilimitado .....	133
5.7. Cambio brusco en la temperatura del fluido que baña un sólido casi-ilimitado.....	136
5.8. Campos de temperatura multidimensionales .....	136
5.9. Enfriamiento comparado de diversos sólidos geométricos .....	140

5.10. Campos periódicos en la temperatura.....	140
5.11. Cambio periódico en la temperatura superficial de un sólido casi-ilimitado.....	141
5.12. Cambio periódico en la temperatura del fluido que baña un sólido casi-ilimitado.....	142
EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN.....	145

## UNIDAD DIDÁCTICA II

<b>Capítulo VI. MÉTODOS NUMÉRICOS EN CONDUCCIÓN DE CALOR</b> .....	153
6.1. Introducción.....	155
6.2. Representación de derivadas por Diferencias Finitas.....	156
6.3. Estabilidad, convergencia y error.....	158
6.4. Conducción en régimen estacionario.....	159
6.4.1. Contorno adiabático.....	160
6.4.2. Contorno sometido a convección.....	162
6.4.3. Contorno sometido a radiación.....	164
6.5. Conducción en régimen variable.....	165
6.5.1. El método explícito.....	166
6.5.2. El método implícito.....	167
6.5.3. Otros métodos de diferencias finitas.....	167
6.6. El método del balance de energía.....	168
6.7. Algunos algoritmos de utilidad.....	169
6.7.1. La técnica de eliminación de Gauss.....	170
6.7.2. La técnica de iteración de Gauss-Seidel.....	171
EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN.....	175
<b>Capítulo VII. CONVECCIÓN FORZADA EN FLUJO LAMINAR.....</b>	181
7.1. Ecuaciones de la capa límite.....	183
7.2. Flujo laminar a lo largo de placas planas.....	187
7.2.1. Campo de velocidad.....	188
7.2.2. Coeficiente de arrastre.....	190
7.2.3. Campo de temperatura.....	191
7.2.4. Caso de rozamiento viscoso despreciable.....	193
7.3. Análisis aproximado de las capas límite por el método integral..	194
7.3.1. Perfil de velocidad.....	195
7.3.2. Coeficiente de arrastre.....	197

7.3.3. Perfil de temperatura.....	198
7.3.4. Coeficiente de película.....	200
7.4. Caso de metales líquidos .....	201
7.5. Flujo viscoso en conductos circulares .....	202
7.6. Flujo totalmente desarrollado en conductos circulares .....	203
7.6.1. Perfil de velocidad.....	203
7.6.2. Perfil de esfuerzo cortante .....	204
7.6.3. Coeficiente de arrastre.....	205
7.6.4. Perfil de temperatura y flujo de calor .....	206
EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN.....	211
<b>Capítulo VIII. CONVECCIÓN FORZADA EN FLUJO TURBULENTO</b> .....	<b>215</b>
8.1. Consideraciones generales .....	217
8.2. Conceptos de viscosidad turbulenta y de conductividad turbulenta .....	220
8.3. Capa límite turbulenta.....	221
8.4. Correlaciones para placas planas en flujo turbulento.....	224
8.4.1. Analogía de Reynolds para flujo laminar .....	224
8.4.2. Analogía de Prandtl para flujo turbulento .....	226
8.4.3. Otras correlaciones para placas en flujo turbulento .....	229
8.5. Separación de la capa límite .....	230
8.6. Flujo externo transversal a un tubo.....	233
8.7. Flujo externo transversal a haces de tubos .....	235
8.8. Flujo turbulento interno.....	238
8.9. Analogías en flujo turbulento interno .....	241
8.9.1. Analogía de Reynolds .....	241
8.9.2. Analogía de Prandtl. ....	242
8.9.3. Analogía de Von Karman .....	243
8.10. Correlaciones empíricas en flujo turbulento interno .....	243
8.11. Caso de metales líquidos .....	245
EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN.....	247
<b>Capítulo IX. CONVECCIÓN NATURAL</b> .....	<b>251</b>
9.1. Consideraciones generales .....	253
9.2. Convección libre alrededor de placas y cilindros verticales .....	254
9.3. Convección libre alrededor de cilindros horizontales.....	256
9.4. Convección libre alrededor de placas planas horizontales. ....	257
9.5. Convección libre alrededor de cuerpos diversos .....	258
9.6. Cavidades verticales.....	258
9.7. Cavidades horizontales .....	259
9.8. Cavidades esféricas .....	260
EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN.....	261

## UNIDAD DIDÁCTICA III

<b>Capítulo X. TRANSMISIÓN DE CALOR EN LOS CAMBIOS DE ESTADO</b> .....	267
10.1. Introducción.....	269
10.2. Condensación de un vapor puro.....	269
10.3. Condensación en película sobre superficies verticales.....	270
10.4. Condensación en película sobre un cilindro horizontal.....	276
10.5. Condensación en película sobre haces de tubos.....	277
10.6. Condensación en el interior de tubos.....	277
10.7. Ebullición en líquidos puros.....	279
10.8. Ebullición en masa.....	279
10.9. Ebullición superficial en líquidos estancados.....	281
10.9.1. Convección libre sin formación de burbujas.....	282
10.9.2. Ebullición nucleada.....	283
10.9.3. Ebullición pelicular inestable.....	286
10.9.4. Ebullición pelicular estable.....	287
10.9.5. Crisis de ebullición: quemado.....	287
10.10. Transmisión del calor en la ebullición nucleada.....	288
10.11. Transmisión del calor en la ebullición pelicular.....	289
10.12. Ebullición local en líquidos subenfriados.....	290
10.13. Ebullición en tubos con circulación forzada.....	290
10.14. Correlaciones de interés en circulación forzada.....	294
10.15. Ebullición en tubos con circulación natural.....	294
<b>EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN</b> .....	296
<b>Capítulo XI. INTERCAMBIADORES DE CALOR (I)</b> .....	299
11.1. Consideraciones generales.....	301
11.2. Clasificación.....	301
11.3. Clasificación de los cambiadores de calor de superficie.....	302
11.4. Cambiadores de placas.....	303
11.5. Ventajas e inconvenientes de la utilización de cambiadores de placas.....	306
11.6. Cambiadores multitubulares.....	307
11.7. Representación esquemática de los cambiadores multitubulares.....	311
11.8. Cambiadores de flujos cruzados.....	313
<b>EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN</b> .....	314
<b>Capítulo XII. INTERCAMBIADORES DE CALOR (II)</b> .....	317
12.1. Introducción.....	319
12.2. Distribución de temperaturas en el interior de los intercambiadores.....	320
12.3. Coeficiente global de transmisión.....	325

12.4. Ensuciamiento .....	326
12.5. Coeficiente global real de transmisión .....	328
12.6. Diferencia media de temperaturas .....	333
12.6.1. Caso de cambiadores de 1 paso por carcasa, 1 por tubos..	334
12.6.2. Cambiadores de calor de pasos múltiples .....	337
EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN.....	349
<b>Capítulo XIII. INTERCAMBIADORES DE CALOR (III) .....</b>	<b>355</b>
13.1. Hipótesis para el cálculo térmico de intercambiadores.....	357
13.2. Cálculo térmico .....	358
13.2.1. Fluidos sin cambio de estado.....	359
13.2.2. Fluidos con cambio de estado.....	364
13.2.3. Cambio de estado en una zona del cambiador.....	364
13.3. Pérdida de carga en cambiadores.....	366
13.3.1. Caída de presión en el interior de los tubos .....	367
13.3.2. Pérdida de carga en el exterior de los tubos .....	367
13.4. Método del Número de Unidades de Transmisión .....	371
13.5. Utilización del método del N.T.U.....	378
EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN.....	379
<b>Capítulo XIV. RADIACIÓN EN MEDIO NO ABSORBENTE .....</b>	<b>387</b>
14.1. Transmisión de calor por radiación.....	389
14.2. Características especiales de la radiación .....	390
14.3. Absorción, reflexión y transmisión.....	391
14.4. Leyes de la radiación .....	393
14.4.1. Ley de Prevost .....	393
14.4.2. Ley de Planck .....	393
14.4.3. Ley de desplazamiento de Wien.....	394
14.4.4. Ley de Stefan-Boltzman .....	395
14.4.5. Generalización de la ley de Stefan-Boltzman .....	396
14.4.6. Ley de Kirchhoff .....	397
14.4.7. Ley de Lambert .....	398
14.5. Intercambio de radiación entre planos infinitos y paralelos .....	401
14.5.1. Caso de planos negros .....	401
14.5.2. Caso de planos grises.....	401
14.5.3. Pantallas planas de radiación .....	403
14.6. El factor de intercambio de radiación y sus propiedades.....	404
14.6.1. Cálculo del factor de intercambio en configuraciones simples .....	407

---

14.6.2. Paredes rerradiantes. El factor $\bar{F}$ .....	410
14.6.3. Superficies grises unidas por paredes rerradiantes.....	411
EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN.....	414
<b>Capítulo XV. RADIACIÓN EN MEDIO ABSORBENTE .....</b>	<b>417</b>
15.1. Radiación en gases.....	419
15.2. Radiación en gases no luminosos.....	419
15.2.1. Anhídrido carbónico y vapor de agua .....	420
15.2.2. Influencia de la geometría en la radiación de un gas .....	424
15.2.3. Intercambio entre un gas y el medio circundante negro.	427
15.2.4. Intercambio entre un gas y una pared gris .....	427
15.2.5. Cálculo del intercambio entre un gas y una superficie....	428
EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN.....	429
BIBLIOGRAFÍA.....	435

## **ESQUEMA**

- 1.1. Consideraciones generales
- 1.2. Conducción. Ley de Fourier
- 1.3. Ecuación diferencial del campo de temperatura
- 1.4. Flujo laminar y flujo turbulento. Viscosidad
- 1.5. Capas límite dinámica y térmica
- 1.6. Convección. Ley de enfriamiento de Newton
- 1.7. Radiación térmica

## 1.1. CONSIDERACIONES GENERALES

El calor es una forma de energía en tránsito, es decir, su consideración solo tiene sentido durante el intercambio de energía entre distintas partes de un sistema, entre dos sistemas o entre un sistema y su entorno. Durante la transferencia calorífica entre dos sistemas, una parte de la energía de uno de ellos se transforma en energía interna del otro.

La Termodinámica enseña que el intercambio de energía en forma calorífica entre dos sistemas, se debe a la existencia de una diferencia entre las temperaturas de ambos, cesando cuando se alcanza el equilibrio térmico, es decir, cuando se igualan sus temperaturas. Así mismo, el Segundo Principio de la Termodinámica establece que el flujo de calor se produce únicamente en el sentido de las temperaturas decrecientes, mientras que la aplicación del Primer Principio permite determinar la cantidad de energía que, en forma de calor, han intercambiado ambos sistemas durante un proceso cualquiera.

Lo que no es capaz de predecir la Termodinámica es la velocidad con que se produce la transferencia de energía, en forma calorífica, entre ambos sistemas, constituyendo este estudio cinético el objetivo fundamental de la Transmisión del Calor, objetivo de indudable interés desde un punto de vista técnico, al ser imprescindible para un correcto dimensionamiento de los equipos necesarios en casi cualquier proceso industrial.

Con el fin de facilitar el estudio, es costumbre distinguir tres modelos distintos, o mecanismos básicos, de transmisión del calor, aunque durante la resolución de cualquier problema real, rara es la vez en que no están presentes simultáneamente más de uno de estos tres mecanismos. Estas tres formas particulares de producirse la transmisión de calor, se conocen con los nombres de *conducción*, *convección* y *radiación*.

Antes de proceder a efectuar una explicación sucinta de la forma en que se produce la transferencia energética en cada uno de los tres mecanismos anteriormente citados, es preciso establecer algunos conceptos fundamentales.

La temperatura en los distintos puntos de un sistema es, en general, una función de la posición del punto considerado y del tiempo, función que puede ser representada mediante un campo escalar de la forma.

$$t = t(\vec{r}, \tau)$$

donde  $\vec{r}$  es el vector de posición de un punto genérico del sistema,  $\tau$  el tiempo y  $t$  la temperatura en una escala cualquiera. En sistemas tridimensionales se manejan por tanto cuatro variables independientes, las tres de posición y tiempo, así como una variable dependiente o función, la temperatura.

En un instante determinado,  $\tau_0$ , el lugar geométrico de los puntos del sistema que poseen una misma temperatura,  $t_0$  recibe el nombre de *isoterma* de temperatura  $t_0$  en el instante considerado.

$$t_0 = t(\vec{r}, \tau_0)$$

Dos isotermas, correspondientes a un mismo instante y a temperaturas distintas no pueden tener puntos comunes, por lo tanto «por cada punto de un medio material pasa, en cada instante, una y solo una isoterma, que es perpendicular en ese punto y en el instante considerado, al gradiente de temperatura».

Dada una superficie, contenida en un medio a través del cual se está produciendo un transporte de calor, se denomina *velocidad de transmisión de calor o flujo de calor* a través de la misma, al flujo neto de energía calorífica que atraviesa dicha superficie en la unidad de tiempo. Un valor positivo de la velocidad de transmisión, significa que el flujo energético se produce en el sentido escogido para la normal a la superficie, mientras que un valor negativo significa que se produce en sentido contrario.

La velocidad de transmisión de calor a través de una superficie, que se denotará mediante  $\dot{Q}$ , tiene las dimensiones de una energía por unidad de tiempo, midiéndose en vatios (W) en el sistema Internacional de Unidades. En aplicaciones prácticas es usual emplear como unidades la kilocaloría por hora (kcal/h) o la unidad térmica británica por hora (Btu/h).

Si en un punto cualquiera de un medio se considera un elemento de superficie arbitrariamente pequeño, la experiencia indica que el flujo de calor a través del mismo depende de su orientación. Se define el vector *densidad de flujo de calor* en cada punto del medio, como aquel que tiene por dirección la de la normal al elemento de superficie en la orientación que corresponde al flujo máximo, por sentido el del flujo de calor y por módulo el flujo máximo de calor que atraviesa el elemento de superficie por unidad de área del mismo.

El módulo del vector densidad de flujo de calor tiene las dimensiones de una energía por unidad de área y unidad de tiempo, por lo que se medirá en  $\text{W/m}^2$ ,  $\text{kcal/h.m}^2$  o  $\text{Btu/h.ft}^2$

El vector densidad de flujo de calor, que se designará mediante  $\vec{j}$ , es una función de la posición y del tiempo, pudiéndose representar mediante un campo vectorial de la forma

$$\vec{j} = \vec{j}(\vec{r}, \tau)$$

siendo evidente, que para cualquier superficie, es

$$\dot{Q} = \int_{SUP} \vec{j} \cdot d\vec{A} \quad [1.1]$$

Para cualquier sistema cerrado y en reposo, que intercambia calor isobáricamente con su entorno, el Primer Principio de la Termodinámica establece que

$$\dot{Q} = \frac{dI}{d\tau}$$

siendo  $\dot{Q}$  el flujo de calor saliente a través de la superficie límite del sistema e  $I$  la entalpía del mismo, puesto que

$$\frac{dI}{d\tau} = \int_{VOL} \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} (\rho \cdot c_p \cdot t) - \dot{q}_v \right] dV$$

siendo  $\dot{q}_v$  el calor liberado por unidad de tiempo y unidad de volumen en las fuentes de calor internas al sistema, se tiene

$$\dot{Q} = \int_{SUP} \vec{j} \cdot d\vec{A} = \int_{VOL} \left[ \dot{q}_v - \frac{\partial}{\partial \tau} (\rho \cdot c_p \cdot t) \right] dV \quad [1.2]$$

En régimen permanente, es decir, cuando el campo de temperaturas no depende explícitamente del tiempo, se tiene

$$\dot{Q} = \int_{SUP} \vec{j} \cdot d\vec{A} = \int_{VOL} \dot{q}_v \cdot dV \quad [1.3]$$

lo que significa que, en régimen permanente, el flujo de calor a través de cualquier superficie cerrada es igual a la cantidad de calor generada dentro del volumen limitado por ella, teorema análogo al de Gauss en el campo electrostático.

## 1.2. CONDUCCIÓN. LEY DE FOURIER

Se denomina conducción calorífica al mecanismo de transferencia de energía entre dos sistemas que tiene lugar mediante el intercambio de energía cinética entre las partículas que las constituyen, sean moléculas, átomos, iones o electrones libres, producido por contacto directo entre ellas. El flujo

de calor se dirige desde las partículas de energía cinética más elevada hacia las de menor nivel energético, es decir, desde la región de mayor temperatura hacia la de temperatura menor. Una característica específica del mecanismo de conducción es que se produce a través de un medio material, pero sin desplazamiento macroscópico apreciable de éste.

Puede definirse por tanto la conducción del calor como «un fenómeno de transporte de energía que necesita un soporte de masa para producirse».

La *ley de Fourier* relaciona el campo de densidad de flujo de calor con el campo de temperatura en los distintos puntos del medio, estableciendo que, en cada instante y en cada punto del medio, «la densidad de flujo de calor es proporcional al gradiente de temperatura», o analíticamente.

$$\vec{j} = -k \cdot \text{grad} t \quad [1.4]$$

siendo la constante de proporcionalidad  $k$  una propiedad física del medio, que recibe el nombre de *conductividad térmica* y que expresa «la mayor o menor facilidad que posee un medio para transmitir el calor por conducción».

En medios homogéneos e isótropos, la densidad de flujo de calor y el gradiente de temperatura son vectores colineales, en cada punto del medio y en cada instante, es decir, que la máxima velocidad de transmisión de calor por conducción se produce en la dirección del gradiente de temperatura.

En este tipo de medios materiales, la conductividad térmica es por tanto una magnitud escalar.

En medios homogéneos, pero anisótropos, la dirección de ambos vectores no es en general coincidente, es decir, la ecuación [1.4] representa una aplicación lineal que transforma el vector gradiente de temperatura en el vector densidad de flujo de calor, siendo la conductividad térmica una magnitud de carácter tensorial. Dicho de otro modo, en un medio anisótropo, la máxima velocidad de transmisión de calor no se produce en la dirección del gradiente de temperatura, a menos que ésta coincida con una de las direcciones principales del tensor  $k$ . Este hecho puede apreciarse por ejemplo, en la madera, para la cual las direcciones principales son la correspondiente a las fibras y la perpendicular a las mismas.

La conductividad térmica tiene las dimensiones de una energía por unidad de tiempo, de longitud y de temperatura, midiéndose en W/m.K, kcal/h.m.°C o Btu/h.ft.°F.

### 1.3. ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL CAMPO DE TEMPERATURA

Por aplicación del Teorema de Gauss-Ostrogradski, la expresión [1.2] se transforma fácilmente en

$$\operatorname{div} \vec{j} = \dot{q}_v - \frac{\partial}{\partial \tau} (\rho \cdot c_p \cdot t)$$

y para el caso de un sólido, en el que tanto la densidad como el calor específico pueden considerarse constantes, en

$$\operatorname{div} \vec{j} = \dot{q}_v - \rho \cdot c_p \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

ecuación que expresa que el flujo de calor, se origina tanto en las fuentes internas como en los cambios de temperatura.

La sustitución del vector densidad de flujo de calor por su expresión obtenida de la ley de Fourier, permite escribir que

$$\operatorname{div}(k \cdot \operatorname{grad} t) + \dot{q}_v = \rho \cdot c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} \quad [1.5]$$

ecuación válida incluso para sólidos anisótropos.

En el caso particular en que el sólido sea homogéneo, isótropo y con conductividad térmica constante, se verifica que

$$\operatorname{div}(k \cdot \operatorname{grad} t) = k \cdot \operatorname{lap} t$$

y por lo tanto

$$\alpha \cdot \operatorname{lap} t + \frac{\dot{q}_v}{\rho \cdot c_p} = \frac{\partial t}{\partial \tau} \quad [1.6]$$

ecuación en la que

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p}$$

es una propiedad física del medio, que recibe el nombre de *difusividad térmica* y tiene las dimensiones de un área por unidad de tiempo.

En régimen permanente, la ecuación diferencial del campo de temperatura en un sólido se reduce a la ecuación de Poisson

$$\operatorname{lap} t = -\frac{\dot{q}_v}{k} \quad [1.7]$$

y en ausencia de fuentes internas de calor a la ecuación de Laplace

$$\operatorname{lap} t = 0 \quad [1.8]$$

ecuación que indica que, en ausencia de fuentes internas de calor, el campo de temperatura en régimen permanente no depende de la naturaleza del sólido.

do, sino sólo de su configuración geométrica y de las condiciones de contorno impuestas.

Las ecuaciones [1.7] y [1.8] son las mismas que permiten determinar el potencial eléctrico en función de la distribución de carga eléctrica en el espacio, coincidencia que puede aprovecharse para encontrar soluciones del campo de temperatura por medio de cálculos analógicos.

En ausencia de fuentes internas de calor, la ecuación [ 1.6] se transforma en:

$$\alpha \cdot \Delta T = \frac{\partial T}{\partial \tau}$$

por lo que en régimen variable, el cambio en el campo de temperatura depende de la geometría del sólido y de su naturaleza física.

Una vez definido el campo de temperatura, mediante la integración de la ecuación diferencial que corresponde en cada ocasión, la densidad de flujo de calor puede determinarse a partir de la ley de Fourier, aunque en algunos casos pueda llegarse a la solución directamente, por aplicación del Teorema de Gauss.

#### 1.4. FLUJO LAMINAR Y FLUJO TURBULENTO. VISCOSIDAD

La transmisión de calor en el seno de un fluido está íntimamente relacionada con el movimiento de éste, razón por la que resulta conveniente presentar algunas nociones sobre la dinámica de fluidos antes de comenzar el estudio del mecanismo de convección del calor.

Cuando una corriente fluida se mueve respecto a una pared sólida, el fluido situado justamente en contacto con la pared se adhiere a la misma, de modo que su velocidad relativa es nula. Evidentemente a una cierta distancia de la pared la velocidad del fluido ya no es nula, por lo que necesariamente han de existir variaciones de velocidad de un punto a otro, dentro de la corriente fluida en movimiento. La velocidad de las distintas partículas del fluido depende, por tanto, de la posición y en régimen no permanente, del tiempo.

Si se considera un movimiento, en régimen permanente, de una corriente fluida respecto a una pared sólida, tal que la velocidad del fluido en puntos alejados de la pared sea suficientemente pequeña, se observa que el movimiento del fluido se produce sin mezcla transversal, es decir, de modo que capas contiguas de fluido deslizan unas sobre otras, como los naipes de una baraja. Este tipo de movimiento fluido, se denomina *flujo laminar* y viene caracterizado porque en él no existen corrientes transversales a la dirección del movimiento, ni tampoco torbellinos. Por el contrario si la velocidad del

fluido en puntos alejados de la pared es alta, se forman torbellinos en el seno del fluido, que dan origen a una fuerte mezcla transversal del mismo, diciéndose que se trata de un flujo *turbulento*.

La existencia de un gradiente transversal de la componente de velocidad en la dirección del flujo, supone una deformación por cortadura del fluido. Todos los fluidos reales se caracterizan por oponerse de alguna manera a experimentar dicha deformación, propiedad que se conoce como *viscosidad*, generando una tensión cortante que se opone al deslizamiento relativo de unas capas de fluido sobre las otras.

Puesto que el esfuerzo cortante generado por la viscosidad del fluido aumenta la cantidad de movimiento de la capa sobre la que actúa, su efecto puede ser identificado con un flujo de cantidad de movimiento en la dirección normal a la corriente fluida. En flujo laminar el transporte de cantidad de movimiento se debe únicamente a los efectos viscosos, pero en flujo turbulento también debe tenerse en cuenta el efecto de mezcla transversal, por lo que la velocidad de transferencia de cantidad de movimiento resulta ser mayor.

Con el fin de cuantificar de alguna manera los mencionados efectos, se considerará a continuación el caso sencillo de flujo laminar de un fluido newtoniano a lo largo de una placa plana indefinida. En este caso, la velocidad del fluido es esencialmente paralela a la superficie de la placa, variando desde un valor nulo para el fluido adherido a la misma, hasta un valor constante para el fluido muy alejado de ella. En la figura 1.1, se muestra una representación esquemática del perfil de velocidades del fluido en un punto de la placa, situado a la distancia  $x$  de su borde de ataque.

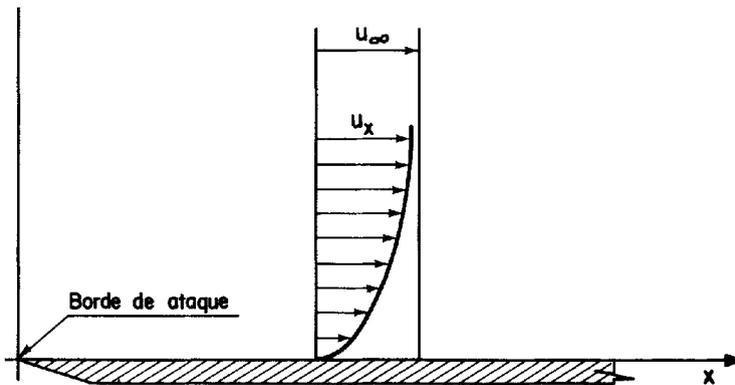


FIGURA 1.1.

El crecimiento de la velocidad se produce asintóticamente, de modo que el gradiente de la misma sólo es apreciable en las proximidades de la

placa, mientras que en puntos alejados de ésta los efectos viscosos resultan despreciables.

En la zona próxima a la placa, la tensión cortante originada por los esfuerzos viscosos viene dada por la *Ley de Newton* de la viscosidad, según la cual «la tensión cortante viscosa es proporcional al gradiente transversal de velocidad», es decir

$$\tau = \mu \frac{du_x}{dy}$$

en donde  $\mu$ , es una propiedad física del fluido que recibe el nombre de *viscosidad dinámica* y que posee las dimensiones de una masa por unidad de longitud y unidad de tiempo.

Frecuentemente aparece, al estudiar el flujo de un fluido, la relación entre su viscosidad dinámica y su densidad.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

expresión [1.9], magnitud que recibe el nombre de viscosidad cinemática y posee s dimensiones de un área por unidad de tiempo.

## 1.5. CAPAS LÍMITE DINÁMICA Y TÉRMICA

Como se indicó anteriormente, los efectos viscosos son apreciables sólo en las proximidades de la interfase sólido-fluido y es en esta zona, que recibe el nombre de *capa límite dinámica*, donde se produce el transporte de cantidad de movimiento, mientras que fuera de la misma el flujo no está perturbado por la presencia del sólido.

La línea, de puntos de la figura 1.2, está trazada de tal forma que las variaciones de velocidad se producen en la zona confinada entre esta línea y la placa plana, es decir encierra la capa límite. Puesto que el perfil de velocidades crece asintóticamente con la distancia a la pared, el espesor de la capa límite no está exactamente determinado. A efectos de cálculo se suele definir el espesor  $\delta(x)$  de la capa límite como la distancia a la cual la velocidad es el 99% de la del fluido sin perturbar. Como puede observarse en la citada figura, el espesor de la capa límite crece con la distancia recorrida por el flujo desde el borde de ataque.

Puesto que la velocidad del fluido en la interfase sólido-fluido es cero, las velocidades junto a la superficie de la pared son necesariamente pequeñas y el flujo en la parte de capa límite que está muy próxima a la superficie es necesariamente de tipo laminar. A una mayor distancia de la superficie las veloci-

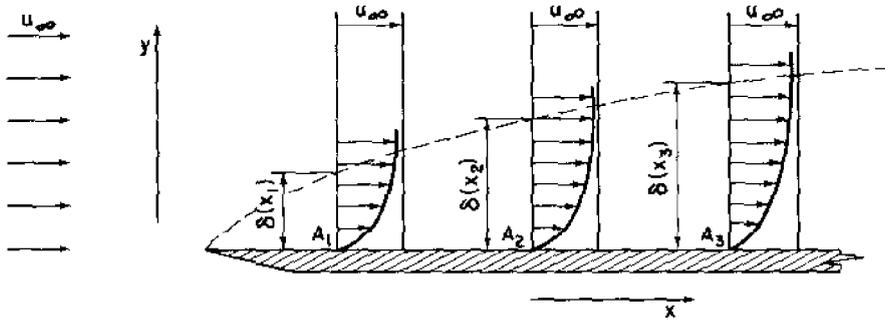


FIGURA 1.2.

dades del fluido pueden ser grandes, aunque siempre menores que la del fluido sin perturbar, por lo que en esta parte de la capa límite el flujo puede ser de tipo turbulento.

Como muestra la figura 1.3, en las proximidades del borde de ataque la capa límite es muy delgada y en ella los gradientes de velocidad son elevados, por lo que las fuerzas viscosas son muy importantes y el flujo es siempre laminar. Sin embargo, si la velocidad del fluido sin perturbar es suficientemente grande y la placa suficientemente larga, llega un momento en que el espesor de la capa límite crece lo bastante como para que dentro de ésta aparezca flujo turbulento, lo que se caracteriza por un incremento brusco de su espesor. En una capa límite turbulenta pueden distinguirse tres zonas: la *subcapa viscosa*, la *zona de transición* y la *zona de turbulencia* (diversos autores denominan a la subcapa viscosa como subcapa límite laminar).

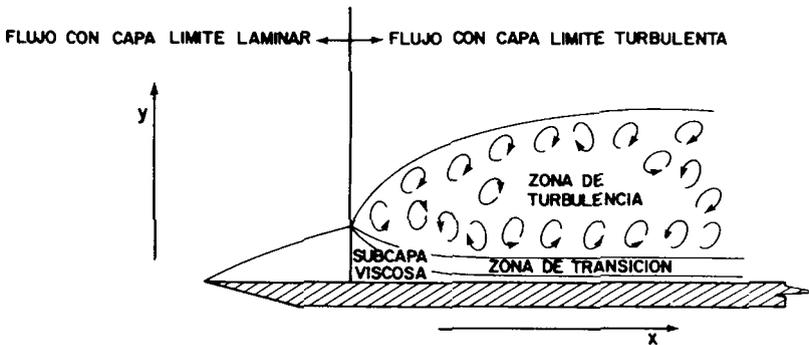


FIGURA 1.3.

La aparición de flujo turbulento en la capa límite depende de la relación entre las fuerzas de inercia que actúan sobre el fluido, las cuales tienden a provocar turbulencia y las fuerzas viscosas que tienden a mantener el régi-

men laminar. Como se verá en un capítulo posterior, esta relación viene expresada por el parámetro adimensional llamado *número de Reynolds*, que en el caso de la placa plana viene dado por

$$Re = \frac{\rho u_{\infty} x}{\mu} = \frac{u_{\infty} x}{\nu} \quad [1.10]$$

la transición de capa límite laminar a capa límite turbulenta se produce, en el caso de la placa plana considerada, para valores del número de Reynolds próximos a 400.000, presentándose algunas variaciones según las características superficiales de la placa.

Si la temperatura superficial de la pared es distinta de la del fluido sin perturbar, se produce un transporte de calor entre aquella y éste, simultáneo con el de cantidad de movimiento, de modo que en las proximidades de la superficie la temperatura del fluido es función de la distancia a ella. La zona de fluido situada en las inmediaciones de la pared, es decir, aquella en la que se produce fundamentalmente el transporte de calor, recibe el nombre de *capa límite térmica*.

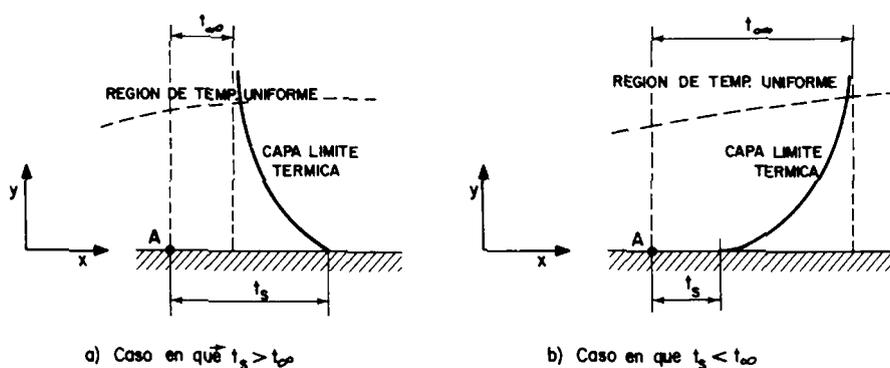


FIGURA 1.4.

En el interior de la capa límite térmica, la diferencia entre la temperatura de la superficie de la pared y la temperatura del fluido,  $[t_s - t]$ , es nula en la interfase sólido fluido, aumentando con la distancia a la pared, hasta alcanzar de modo asintótico el valor  $[t_s - t_\infty]$ , razón por la que también se suele definir el espesor  $\Delta$  de la capa límite térmica, como la distancia contada desde la superficie, a la cual la diferencia de temperaturas entre la superficie y el fluido alcanza el 99% del valor correspondiente a la diferencia entre la superficie y el fluido sin perturbar.

El espesor de la capa límite térmica, al igual que el de la capa límite de velocidad o capa límite dinámica, crece con la distancia al borde de ataque de la placa.

El mecanismo de transmisión del calor a través del fluido depende fuertemente de como se efectúe el flujo del mismo. Si el flujo es laminar, la transmisión del calor en la dirección transversal se efectúa por conducción a través de un material, el fluido, cuya conductividad térmica no suele ser muy elevada, mientras que en flujo turbulento, se superpone a este mecanismo el de mezcla transversal, incrementándose notablemente la densidad de flujo de calor transferido. Por otra parte, el movimiento del fluido a lo largo de la superficie hace que la densidad de flujo de calor en cada punto de la misma varíe con la distancia al borde de ataque.

Otro fenómeno a tener en cuenta, es que la formación de una capa límite térmica alrededor del sólido, origina un cambio en la densidad del fluido, lo que puede modificar notablemente la capa límite dinámica e incluso originar movimientos en el seno de un fluido inicialmente en reposo.

Todas las consideraciones anteriores permiten comprender que la transmisión del calor en un fluido en movimiento es un fenómeno complejo, pues la determinación analítica del campo de temperaturas en el mismo exige la determinación simultánea de los campos de velocidad y de densidad.

## 1.6. CONVECCIÓN. LEY DE ENFRIAMIENTO DE NEWTON

Se designa con el nombre de *convección* al mecanismo de transferencia calorífica que tiene lugar en el seno de un fluido, debido a los movimientos de masa del mismo. El proceso de transformación de energía entre las partículas del fluido sigue el mecanismo de conducción, pero el transporte de energía a lo largo del espacio está altamente influenciado por el desplazamiento macroscópico del fluido, como se indicó anteriormente. Cabe destacar por tanto, como característica del mecanismo de convección, el que consiste en un transporte simultáneo de masa y de energía, que precisa de la existencia de un medio fluido.

El movimiento del fluido puede tener su origen en la existencia de causas mecánicas externas, impuestas al sistema, como pueden ser la existencia de un ventilador o de una bomba, en cuyo caso el proceso se conoce con el nombre de *convección forzada*, o bien tener su origen en las diferencias de densidad creadas por los gradientes de temperatura que existen en la masa del fluido, como ocurre, por ejemplo, en las corrientes atmosféricas, en cuyo caso se le da el nombre de *convección libre* o *convección natural*.

Por las razones que se indicaron anteriormente, el estudio de los procesos de convección constituye un problema extremadamente complejo, cuya solución analítica sólo es asequible en un número muy reducido de casos sencillos. Por este motivo, el estudio de los problemas de convección se basa fundamentalmente en el análisis de la información experimental, empleando métodos que permitan establecer correlaciones empíricas.

En el caso de convección entre la superficie de un sólido y el fluido que la rodea, la influencia de los distintos factores suele englobarse en un coeficiente empírico, denominado *coeficiente de película*, *coeficiente de transmisión superficial* o *conductancia de película*, que se representa por  $h$  y está relacionado con la velocidad de transmisión de calor por convección, el área de la superficie, la temperatura de la misma y la temperatura del fluido sin perturbar, a través de la *ley de enfriamiento de Newton*, cuya expresión matemática es

$$\dot{Q} = Ah(t_s - t_\infty) \quad [1.11]$$

El coeficiente de película  $h$ , que de hecho viene definido por la relación dada, no es una propiedad física del material, sino una propiedad del proceso de convección, dependiendo de la naturaleza del fluido y del tipo y geometría del movimiento de éste a lo largo de la superficie, así como de la posición y naturaleza de la misma. Sus dimensiones son las de una energía por unidad de tiempo, de área y de temperatura.

Resulta importante recalcar que, aún en el caso de que tanto la temperatura superficial como la del fluido sin perturbar sean constantes, la densidad de flujo de calor varía de unos puntos a otros de la superficie, por lo que es posible definir un *coeficiente de película local*, mediante

$$j = h_x(t_s - t_\infty) \quad [1.12]$$

con lo que el coeficiente de película viene dado también por

$$h = \frac{1}{A} \int_{SUP} h_x dA \quad [1.13]$$

resultando ser un valor medio de los distintos coeficientes de película locales a lo largo de toda la superficie.

## 1.7. RADIACIÓN TÉRMICA

*La radiación térmica* es un proceso de emisión de la energía interna de un sistema por medio de ondas electromagnéticas. El origen de esta perturbación de tipo electromagnético se encuentra en la agitación térmica, existente a cualquier temperatura superior a la del cero absoluto, de las partículas cargadas constituyentes de la materia, sean electrones o iones. El movimiento acelerado de los electrones libres de los metales, origina una radiación de baja frecuencia, en tanto que la oscilación de los electrones ligados la origina de frecuencia tanto mayor cuanto más grandes sean las fuerzas de retención que actúan sobre los mismos. La oscilación de los iones origina siempre una radiación de baja frecuencia. Por otra parte puede decirse que todo tipo de