

# TOMO I

## ÍNDICE

Presentación.....	9
Introducción.....	15

### **UNIDAD DIDÁCTICA I**

#### **FUNDAMENTOS DEL DISEÑO DE MÁQUINAS..... 23**

#### **TEMA 1. FUNDAMENTOS DEL DISEÑO MECÁNICO.....29**

##### **Capítulo 1. Seguridad y fiabilidad.....33**

1.1. Factor de seguridad y coeficiente de fiabilidad .....	33
1.2. Factor de seguridad estadístico .....	36
1.3. Factor de aplicación y factor de resistencia .....	37

##### **Capítulo 2. Análisis de tensiones.....39**

2.1. Carga estática .....	39
2.2. Análisis de tensiones. Teorema de reciprocidad.....	40
2.3. Tensor de tensiones. Tensiones principales.....	44
2.4. Círculos de Mohr .....	48
2.5. Estado plano de tensiones .....	50
2.6. Diagramas de esfuerzos y momentos .....	54
2.7. Hipótesis de proporcionalidad .....	59
2.8. Distribución de tensiones en la sección .....	60
2.9. Concentración de esfuerzo.....	70
Anexo 2.a. Factores de concentración de esfuerzo teóricos.....	73

<b>Capítulo 3. Análisis de deformaciones .....</b>	<b>81</b>
3.1. Relaciones entre tensiones y deformaciones. Leyes de Hooke .....	81
3.2. Deformaciones ante sollicitaciones simples. Teoremas de Mohr.....	87
3.3. Potencial interno. Teoremas de Castigliano y Menabrea .....	89
<b>Recapitulación tema 1 .....</b>	<b>93</b>
<b>TEMA 2. MATERIALES .....</b>	<b>99</b>
<b>Capítulo 4. Propiedades mecánicas de los materiales.....</b>	<b>103</b>
4.1. Ensayo de tracción. Resistencia estática.....	103
4.2. Elasticidad y plasticidad. Ecuaciones de Hooke y Datsko .....	107
4.3. Dureza .....	110
4.4. Fragilidad y ductilidad .....	111
4.5. Efecto de la temperatura .....	112
4.6. Sensibilidad a la entalladura .....	113
<b>Capítulo 5. Materiales empleados en la construcción de maquinaria .....</b>	<b>117</b>
5.1. Fundición .....	117
5.2. Acero. Tratamientos térmicos. Trabajo en frío.....	118
5.3. Aceros aleados e inoxidables.....	123
5.4. Materiales ligeros.....	124
5.5. Otros materiales .....	124
Anexo 5.a. Propiedades mecánicas de fundiciones de hierro grises .....	127
Anexo 5.b. Propiedades mecánicas de aceros.....	129
Anexo 5.c. Propiedades mecánicas de aceros inoxidables.....	133
Anexo 5.d. Propiedades mecánicas de aleaciones de aluminio .....	135
Anexo 5.e. Propiedades mecánicas de materiales plásticos.....	137
<b>Recapitulación tema 2.....</b>	<b>139</b>
<b>TEMA 3. CONSIDERACIONES ESTÁTICAS EN EL DISEÑO MECÁNICO.....</b>	<b>145</b>
<b>Capítulo 6. Diseño por resistencia estática.....</b>	<b>149</b>
6.1. Introducción. Concentración de esfuerzo ante sollicitaciones estáticas .....	149
6.2. Criterios de fallo estático. Tensiones equivalentes.....	150
6.3. Fallo de materiales dúctiles y frágiles.....	155
6.4. Tensión admisible y factor de seguridad estático .....	163
<b>Capítulo 7. Fractura estática.....</b>	<b>167</b>
7.1. Fractura dúctil y frágil.....	167
7.2. Factor de intensidad de esfuerzo. Tenacidad a la fractura.....	168
7.3. Seguridad a la propagación de la grieta .....	169
Anexo 7.a. Parámetros para el cálculo a fractura .....	173

<b>Recapitulación tema 3.....</b>	<b>177</b>
<b>TEMA 4. CONSIDERACIONES DINÁMICAS EN EL DISEÑO MECÁNICO.....</b>	<b>181</b>
<b>Capítulo 8. Diseño por resistencia a la fatiga frente a cargas alternantes.....</b>	<b>187</b>
8.1. Introducción al fenómeno de fatiga .....	187
8.2. Diagrama de fatiga. Resistencia de fatiga y límite de fatiga.....	188
8.3. Corrección del límite de fatiga. Ecuación de Marin .....	192
8.4. Cargas combinadas alternantes. Caso de materiales frágiles.....	204
<b>Capítulo 9. Diseño por resistencia a la fatiga frente a cargas fluctuantes .....</b>	<b>207</b>
9.1. Influencia de la tensión media. Teorías de fallo por fatiga con tensión media.....	207
9.2. Tensión alternante equivalente .....	212
9.3. Línea de carga. Factores de seguridad .....	214
9.4. Fatiga en torsión.....	219
9.5. Cargas combinadas fluctuantes. Caso de materiales frágiles .....	220
9.6. Fatiga superficial.....	226
<b>Capítulo 10. Daño acumulado por fatiga .....</b>	<b>233</b>
10.1. Diagrama de fatiga de materiales dañados. Hipótesis de Miner y Manson.....	233
10.2. Daño producido por estados de carga con tensión media.....	237
10.3. Corrección del límite de fatiga de materiales dañados. Factor de deterioro .....	238
10.4. Propagación de grietas bajo cargas de fatiga .....	241
<b>Recapitulación tema 4.....</b>	<b>251</b>
<b>UNIDAD DIDÁCTICA II</b>	
<b>EJES, ACOPLAMIENTOS Y APOYOS .....</b>	<b>265</b>
<b>TEMA 5. EJES DE TRANSMISIÓN .....</b>	<b>271</b>
<b>Capítulo 11. Diseño de ejes de transmisión.....</b>	<b>277</b>
11.1. Estado de carga en ejes de transmisión .....	277
11.2. Análisis por resistencia estática.....	285
11.3. Análisis por resistencia a la fatiga.....	288
<b>Capítulo 12. Velocidades críticas en ejes.....</b>	<b>297</b>
12.1. Concepto de velocidad crítica .....	297
12.2. Cálculo de las velocidades críticas.....	300
12.3. Influencia de la excentricidad en la resistencia del eje .....	303
<b>Recapitulación tema 5.....</b>	<b>305</b>

<b>TEMA 6. EMBRAGUES Y FRENOS.....</b>	<b>311</b>
<b>Capítulo 13. Cálculo de embragues y frenos .....</b>	<b>315</b>
13.1. Generalidades sobre embragues y frenos.....	315
13.2. Embragues y frenos de tambor y zapatas.....	316
13.3. Embragues y frenos de cinta .....	328
13.4. Embragues y frenos de disco .....	332
13.5. Embragues y frenos cónicos .....	335
Anexo 13.a. Materiales para embragues y frenos .....	339
<b>Capítulo 14. Consideraciones para el diseño de embragues y frenos .....</b>	<b>341</b>
14.1. Tiempo de acoplamiento.....	341
14.2. Energía disipada en el acoplamiento y elevación de la temperatura .....	343
<b>Recapitulación tema 6.....</b>	<b>347</b>
<b>TEMA 7. COJINETES DE RODADURA .....</b>	<b>353</b>
<b>Capítulo 15. Rodamientos .....</b>	<b>359</b>
15.1. Tipos de rodamientos .....	359
15.2. Duración y fiabilidad.....	361
15.3. Carga en rodamientos.....	364
<b>Capítulo 16. Selección de rodamientos.....</b>	<b>371</b>
16.1. Introducción .....	371
16.2. Selección de rodamientos de bolas .....	372
16.3. Selección de rodamientos de rodillos cilíndricos.....	376
16.4. Selección de rodamientos de rodillos cónicos .....	382
<b>Recapitulación tema 7.....</b>	<b>389</b>
<b>TEMA 8. COJINETES DE DESLIZAMIENTO .....</b>	<b>395</b>
<b>Capítulo 17. Lubricación de cojinetes .....</b>	<b>401</b>
17.1. Tipos de lubricación.....	401
17.2. Viscosidad. Ley de Newton .....	403
17.3. Ley de Petroff.....	404
17.4. Ecuación de Reynolds.....	406
<b>Capítulo 18. Cálculo de cojinetes de deslizamiento radiales.....</b>	<b>413</b>
18.1. Integración de la ecuación de Reynolds.....	413
18.2. Diagramas de Raimondi y Boyd.....	423
18.3. Balance térmico.....	432
18.4. Viscosidad y temperatura medias de operación.....	435

---

Anexo 18.a. Diagramas de Raimondi y Boyd para cojinetes radiales completos.....	445
Anexo 18.b. Curvas de viscosidad de aceites lubricantes .....	451
<b>Capítulo 19. Otros cojinetes de deslizamiento .....</b>	<b>455</b>
19.1. Cojinetes de empuje con lubricación hidrodinámica .....	455
19.2. Cojinetes con lubricación hidrostática .....	458
19.3. Cojinetes con lubricación al límite.....	462
19.4. Cojinetes lubricados por gas .....	462
<b>Recapitulación tema 8.....</b>	<b>465</b>
<b>APÉNDICES .....</b>	<b>473</b>
I. Factores de conversión de unidades (sistemas internacional y anglosajón).....	475
II. Propiedades elásticas de algunos materiales.....	477
III. Glosario de términos .....	479

## TEMA 2

# MATERIALES

*Este tema estudia las propiedades mecánicas de los materiales más comúnmente empleados en la construcción de maquinaria, de modo especial desde el punto de vista de su comportamiento resistente. Se presentan y discuten con detenimiento las propiedades que tienen mayor influencia en el diseño mecánico –resistencia, elasticidad o plasticidad, dureza, fragilidad o ductilidad, etc.–, su variación con factores externos como la temperatura y su influencia en el comportamiento en servicio del material.*

## INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

El objetivo fundamental de este tema segundo consiste en presentar y estudiar el comportamiento de los materiales empleados en la construcción de maquinaria, ante sollicitaciones exteriores, así como la influencia de sus propiedades mecánicas en dicho comportamiento. Este objetivo fundamental se puede desglosar en objetivos parciales:

### **OBJETIVOS**

#### **TEMA 2**

#### **MATERIALES**

- **Describir el ensayo de tracción e introducir los conceptos de alargamiento natural unitario, resistencia de fluencia y resistencia última.**
- **Presentar las ecuaciones que rigen el comportamiento de los materiales, tanto en la región elástica como en la región de plasticidad.**
- **Caracterizar la condición de ductilidad o fragilidad de un material.**
- **Determinar las características más relevantes de los materiales de mayor utilización: fundiciones, aceros, aleaciones ligeras, plásticos.**
- **Describir los procesos de trabajo en frío de los aceros, estirado y graneado, así como el cálculo de las propiedades de un acero estirado.**

## CONTENIDOS

En este tema 2 se estudian las propiedades mecánicas de los materiales empleados en ingeniería mecánica. En el primero de los dos capítulos de que consta, el capítulo 4, se definen y presentan las propiedades que han de tomarse en consideración para el diseño: la

resistencia estática, la elasticidad o plasticidad, la dureza, la ductilidad o fragilidad y la sensibilidad a la entalladura. En el capítulo 5 se discute cómo, o hasta qué niveles, las propiedades anteriores se presentan en los distintos materiales de mayor utilización en el diseño: el hierro, los aceros, los materiales ligeros y los plásticos.

Comienza el capítulo 4 con la descripción del ensayo de tracción, a partir del cual se introducen los conceptos de límite de proporcionalidad, límite elástico, resistencia de fluencia y resistencia última. A continuación se describe el comportamiento de los materiales metálicos, tanto en régimen elástico como plástico, mediante las ecuaciones de Hooke y Datsko. Sigue la presentación de la determinación de la resistencia mediante ensayos no destructivos –ensayos de dureza–, para finalmente introducir los conceptos de ductilidad y fragilidad, así como el parámetro que diferencia ambos comportamientos: la reducción de área en la fractura. Es de destacar la importancia de esta distinción, pues se verá más adelante que, en determinadas circunstancias, el comportamiento de un material dúctil es radicalmente distinto al de uno frágil, bajo idénticas condiciones de carga. Termina el capítulo con una descripción de la influencia de la temperatura en la resistencia y la ductilidad, y una discusión de la sensibilidad a la entalladura de los materiales férreos.

El capítulo 5 trata de cómo es cada una de las propiedades anteriores en los distintos materiales empleados en la construcción de maquinaria: fundición, acero, tanto común como inoxidable o aleado, aleaciones ligeras y plásticos. Con respecto a los aceros, se incluye una somera descripción de la influencia del tratamiento térmico en las propiedades resistentes, y se describen, con cierto detenimiento, tanto el proceso de estirado en frío y su influencia en los valores de las resistencias última y de fluencia, como la inducción en la superficie de tensiones residuales de compresión por graneado.

## **CONOCIMIENTOS PREVIOS**

El contenido de este tema requiere para su correcta comprensión algunos conocimientos sobre las propiedades de los materiales férreos, especialmente los relativos a tratamientos térmicos del acero.



## CAPÍTULO 4

# PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS MATERIALES

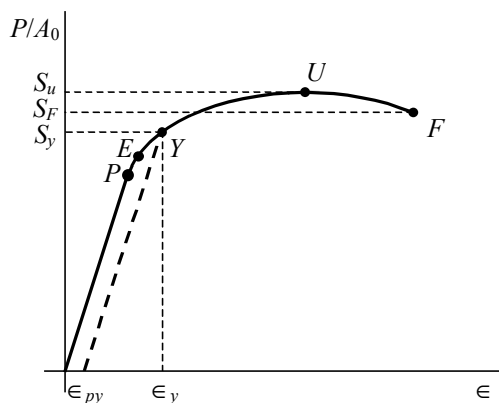
*En este capítulo se presentan las propiedades mecánicas más relevantes, desde el punto de vista del diseño, de los materiales de uso común en la ingeniería mecánica. El objetivo primordial consiste en definir los diferentes tipos de resistencia, su determinación por vía experimental, tanto mediante ensayos destructivos como no destructivos –ensayos de dureza–, y su variación con la temperatura. Se presenta también la distinción entre materiales dúctiles y frágiles, y su diferente comportamiento frente a la concentración de esfuerzo.*

### 4.1. ENSAYO DE TRACCIÓN. RESISTENCIA ESTÁTICA

El ensayo de tracción se emplea para determinar la resistencia a la tracción de los materiales y la relación entre esfuerzos y alargamientos que presentan. Consiste en someter una probeta de sección circular uniforme a una serie de esfuerzos de tracción, progresivamente crecientes. A medida que se hace variar el esfuerzo, se van tomando datos de fuerzas y alargamientos, que mediante los cálculos correspondientes se transforman en tensiones y alargamientos unitarios, los cuales posteriormente se representan en un diagrama. La Figura 4.1 muestra un ejemplo típico de estos, así llamados, diagramas tensión–deformación.

Es importante destacar que en el eje de ordenadas de los diagramas tensión–deformación, se representan los valores de la carga  $P$  partido por el área inicial  $A_0$ , no por el área  $A$  que se tenga en cada momento, que se habrá visto reducida por efecto del coeficiente de Poisson  $\mu$ , o la aparición de la estricción, de la que se habla más adelante.

En la Figura 4.1 se ha marcado una serie de puntos de interés. El punto  $P$  es el llamado límite de proporcionalidad. Por debajo de él, tensión y alargamiento son perfectamente proporcionales: es el intervalo de validez de la ley de Hooke. Asimismo, la pendiente de

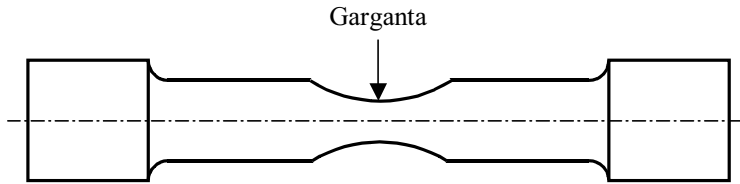


**Figura 4.1.** Diagrama tensión–deformación.

ese tramo recto entre el origen de coordenadas y el punto  $P$ , es el módulo de elasticidad del material  $E$ , que se introdujo en capítulos anteriores.

El punto  $E$  se conoce como límite de elasticidad, y separa la zona elástica del diagrama – a la izquierda de  $E$ – de la zona plástica, a la derecha. Entre  $P$  y  $E$ , tensión y alargamiento dejan de ser proporcionales, pero cuando la carga cesa, el material recupera su forma inicial, sin que se produzca deformación permanente alguna. Por el contrario, para cargas por encima de  $E$ , el sólido no recupera nunca su forma inicial: cuando la carga cesa, el material recupera desde el punto que se ha alcanzado, y siguiendo una línea de pendiente igual al módulo de elasticidad –es decir, paralela al tramo proporcional–, lo que muestra claramente la aparición de una deformación permanente, cuyo valor viene dado por el punto de corte de esta nueva línea tensión–deformación del material con el eje horizontal, correspondiente a carga nula. A partir de aquí y ante nuevos estados de carga, el material evoluciona por esta nueva línea, salvo que se vuelva a superar el valor anterior de la carga, con lo que se producirá una mayor deformación permanente, y una nueva línea en el diagrama, y así sucesivamente. En la Figura 4.1 se ha representado la nueva línea del diagrama tensión–deformación obtenida al cargar el material hasta el punto  $Y$ .

Este punto  $Y$ , llamado de fluencia, es un punto a partir del cual, pequeños incrementos de la carga producen alargamientos grandes y deformaciones permanentes también grandes. Estos alargamientos grandes y estas deformaciones grandes vienen acompañadas de un fenómeno, consistente en un estrechamiento notable de la sección, que se conoce como estricción, y se representa en la Figura 4.2. En un material ideal, el punto de fluencia vendría determinado por el comienzo de la estricción, pero en muchos de los materiales utilizados en la práctica no es nada fácil determinar con precisión este momento. Por ello, muchas tablas refieren la fluencia al momento en que la carga es tal que produce una deformación permanente dada  $\epsilon_{py}$ , por lo general del 0,2%. Algunas normativas emplean el 0,5% o incluso el 1%, pero sea cual fuere el valor de la deformación permanente empleada, en las tablas de materiales debe venir especificado siempre.



**Figura 4.2.** Estricción de un material dúctil.

El punto  $U$  es el llamado punto de resistencia última. A partir de él, el material no es capaz de hacer frente a la fuerza exterior, de manera que, si ésta no cesa, el material se alarga –con movimiento acelerado, pues las fuerzas no se equilibran– y termina rompiendo en el punto  $F$ , llamado de rotura. Entre  $U$  y  $F$  se pueden conseguir alargamientos mayores con cargas menores. Esto significa que para realizar el ensayo de tracción, una vez se alcanza  $U$ , la carga debe ir en disminución, aunque la probeta se seguirá alargando.

Esta paradoja encuentra su explicación en el hecho de no haber considerado las variaciones de área debidas a la estricción. Si en lugar de  $P/A_0$  se hubiera representado en el eje de ordenadas  $P/A$ , el punto  $F$  hubiera quedado por encima del punto  $U$ . Sin embargo, no resulta procedente admitir que el material es capaz de resistir hasta una tensión  $P_F/A$ , aunque en la realidad es así, pues para llegar a ello necesariamente ha de haberse producido estricción. Un elemento de máquina debe estar diseñado para soportar una fuerza, y por tanto una tensión, referida al área inicial. Si resulta que el material va a resistir esa tensión pero a costa de una disminución del área, de manera que no va a ser capaz de soportar la fuerza que va a actuar sobre él, el diseño es malo, pues la rotura se va a producir de hecho. Por esta razón,

**Para el diseño se tomará como punto de rotura el punto de resistencia última  $U$ , pues una vez alcanzado, de no disminuir la carga exterior, la rotura se produce.**

En algunos materiales, la rotura se produce antes de alcanzarse un punto de pendiente horizontal, como es el caso de los hierros colados o los aceros de alta resistencia. En tales casos se tomará el punto  $U$  coincidente con  $F$ .

Para la confección del diagrama tensión–deformación se han de tomar en consideración algunos aspectos relativos no tanto al cálculo de las tensiones y los alargamientos unitarios, que es bastante elemental, como a la medida de los parámetros más adecuados para dichos cálculos, que pueden presentar algunas dificultades en el caso de los alargamientos. En el intervalo de alargamientos unitarios pequeños, es decir, en la zona elástica del diagrama, los alargamientos unitarios se pueden calcular con la expresión:

$$\epsilon_e = \frac{l - l_0}{l_0}$$

donde  $\epsilon_e$  es el alargamiento unitario,  $l_0$  la longitud inicial de la probeta —o en general, la distancia entre dos puntos calibrados de la misma, sean los extremos o no— y  $l$  la distancia entre los mismos puntos, en la situación de carga considerada. El subíndice  $e$  de  $\epsilon_e$  indica que esta expresión es apropiada para cálculos de alargamientos unitarios en la zona elástica, o como es frecuente decir también, en la zona de comportamiento elástico. Esto es así porque en esta zona la variación de la longitud en las distintas condiciones de carga del ensayo tiene la suficiente magnitud para poderse medir con la adecuada instrumentación.

Sin embargo, en la zona plástica el alargamiento unitario no es uniforme: es mucho mayor en la zona de estricción que en el resto. Se comprende que en este caso, a diferencia del anterior, el alargamiento total de la probeta no es significativo de lo que pasa en cada uno de sus puntos, por lo que no es posible medir el alargamiento en un punto concreto, ni calcularlo a partir del alargamiento total. Sin embargo, es relativamente sencillo medir áreas, o más exactamente, medir diámetros a través de los cuales calcular áreas, y determinar los alargamientos unitarios a partir de las áreas. Este cálculo a partir de las áreas se basa en la hipótesis, respaldada por la experiencia, de que las deformaciones sufridas por el sólido por efecto de la carga son tales que el volumen de material no varía, o lo que es lo mismo, que la densidad se mantiene constante en todos los puntos del sólido deformado. Si se admite esto, se tiene:

$$lA = l_0A_0$$

$$\frac{l}{l_0} = \frac{A_0}{A}$$

y, por tanto,

$$\epsilon_e = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{l}{l_0} - 1 = \frac{A_0}{A} - 1 = \frac{A_0 - A}{A} = \epsilon_p$$

De la última expresión se deduce que se llega al mismo resultado si se calcula el alargamiento unitario a partir de las longitudes, mediante la expresión de  $\epsilon_e$ , que si se hace a partir de las áreas, utilizando la expresión de  $\epsilon_p$ . La utilización de una u otra vendrá determinada por la conveniencia de medir longitudes o áreas, por mayor facilidad o precisión, en unas condiciones de carga u otras. Así, ya se ha comentado más arriba, en la zona elástica las longitudes se miden con relativa facilidad, mientras que las variaciones de área —debidas exclusivamente al efecto del coeficiente de Poisson— son pocas y casi imperceptibles. Por el contrario, en la zona plástica las variaciones de longitud, aunque grandes, no son uniformes, ni por tanto indicativas del alargamiento unitario en cada punto, mientras que las áreas experimentan una reducción muy considerable, y por tanto fácil de medir. (En realidad, mediante las áreas y la expresión de  $\epsilon_p$ , sería posible calcular el alargamiento unitario en cada una de las secciones del sólido, sin más que considerar en la ecuación el área de cada una de ellas. En el diagrama tensión—deformación se representará siempre el

alargamiento unitario en la sección de la garganta de la zona de estricción –que aparece señalada en la Figura 4.2– por corresponder a la de alargamiento unitario máximo). En consecuencia, el alargamiento unitario se calculará mediante la expresión de  $\epsilon_e$  en la zona elástica, esto es, para alargamientos unitarios inferiores al de fluencia  $\epsilon_y$ , y mediante la de  $\epsilon_p$  en la zona plástica, para alargamientos mayores (de aquí el subíndice  $p$ ). Se ha de distinguir entre  $\epsilon_y$ , que es el alargamiento unitario del punto de fluencia  $Y$ , y  $\epsilon_{py}$ , que es la deformación permanente debida a una carga hasta el punto  $Y$ , y que es un valor previamente convenido, en la mayor parte de los casos 0,2%. La Figura 4.1 refleja con claridad esta distinción.

Como cabe esperar, la resistencia de fluencia de un material  $S_y$  será el valor de la tensión referida al área inicial  $P/A_0$ , en el punto de fluencia  $Y$ . Análogamente, la resistencia última  $S_u$  –a la que se hará referencia en ocasiones como resistencia de rotura– será el valor de la tensión referida al área inicial, en el punto  $U$ .

Existe un ensayo similar a compresión. La forma de la probeta es ligeramente distinta, para evitar el riesgo de pandeo, y la estricción produce un ensanchamiento de la sección, en lugar de un estrechamiento, como ocurre en el ensayo a tracción. Por lo demás, los resultados son en todo semejantes a los anteriores. Algunos materiales presentan iguales resistencias a tracción y a compresión, ya se trate de resistencia a fluencia o a rotura: es el caso de los aceros. Otros, como los hierros y fundiciones, presentan resistencias de compresión del orden de tres veces las de tracción. De cualquier modo, si en las tablas de materiales no se especifican los valores de las resistencias a compresión, significa que son iguales a las de tracción.

## 4.2. ELASTICIDAD Y PLASTICIDAD. ECUACIONES DE HOOKE Y DATSKO

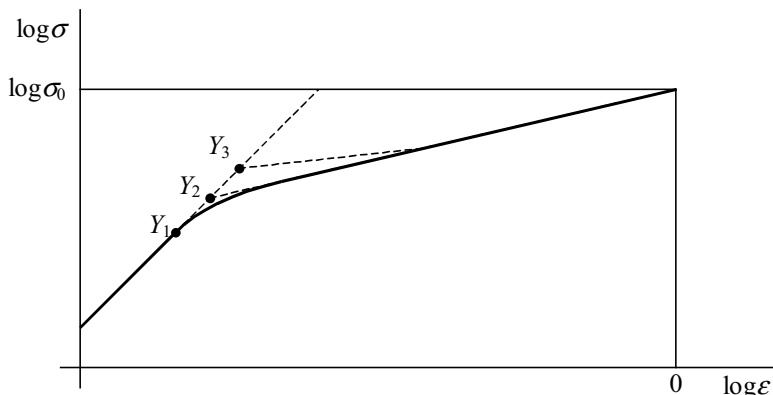
Antes de presentar las ecuaciones que modelan el comportamiento del sólido, tanto en la zona elástica como en la plástica, se va a introducir una nueva deformación unitaria, llamada logarítmica, natural o verdadera. Se define como la integral de las deformaciones unitarias de cada elemento de longitud:

$$\epsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0}$$

y su relación con el alargamiento unitario proporcional es:

$$\epsilon = \ln(\epsilon + 1)$$

Recordando que en la zona elástica los alargamientos son muy pequeños, esa igualdad se puede aproximar a los dos primeros términos del desarrollo en serie de Taylor de la función logaritmo:



**Figura 4.3.** Diagrama logarítmico tensión-deformación.

$$\varepsilon_e \approx \left[ \ln(1+\varepsilon) \right]_{\varepsilon=0} + \frac{1}{n!} \left[ \frac{d}{d\varepsilon} (\ln(1+\varepsilon)) \right]_{\varepsilon=0} \varepsilon_e = \ln(1) + \frac{1}{1+0} \varepsilon_e = \varepsilon_e$$

mientras que, en la zona plástica, se habrá de emplear la definición de  $\varepsilon$ , sin aproximación alguna:

$$\varepsilon_p = \ln(1+\varepsilon_p) = \ln\left(1 + \frac{A_0 - A}{A}\right) = \ln \frac{A_0}{A}$$

Puesto que en la zona elástica ambos alargamientos unitarios coinciden, la ley de Hooke se puede poner como:

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E} \Rightarrow \sigma = E\varepsilon_e$$

o, en forma logarítmica,

$$\log \sigma = \log E + \log \varepsilon_e$$

Puesto que en esta zona la sección no varía –salvo el pequeñísimo efecto del coeficiente de Poisson, pero no hay estricción– en la ecuación anterior la tensión puede estar referida a la sección inicial o a la sección en cada momento. Si se toma esto último,

$$\log \frac{P}{A} = \log E + \log \varepsilon_e$$

Para la zona plástica se suele admitir la aproximación de Datsko,

$$\sigma = \frac{P}{A} = \sigma_0 \varepsilon_p^m$$

que en forma logarítmica se expresa como:

$$\log \frac{P}{A} = \log \sigma_0 + m \log \varepsilon_p$$

que se observa que es una generalización de la de Hooke. Ambas expresiones corresponden a la ecuación de sendas rectas en un diagrama logarítmico tensión–deformación: una para la zona elástica, de pendiente 1 y ordenada en el origen  $\log E$ , y otra para la zona plástica, de pendiente  $m$  y ordenada en el origen  $\log \sigma_0$ . Se conoce a  $\sigma_0$  con el nombre de coeficiente de endurecimiento por deformación plástica, y a  $m$  con el de exponente de endurecimiento por deformación plástica.

Ambas rectas se cortan en un punto, que definiría el rango de validez de una y otra ecuación, y que coincidiría, por tanto, con el punto de fluencia de un material ideal –punto  $Y_2$  en la Figura 4.3–. Los materiales reales presentan la fluencia antes de ese punto –caso de las aleaciones de aluminio recocidas–, o después –caso de aceros y aleaciones de cobre, latón o níquel–. Corresponden, respectivamente, a los puntos  $Y_1$  (subfluencia) e  $Y_3$  (sobrefluencia) de la Figura 4.3.

En resumen, el procedimiento a seguir para la interpretación de los datos obtenidos en un ensayo de tracción, es el siguiente:

- Los datos vendrán dados como tabla de valores de tres parámetros: carga aplicada  $P$ , sección medida  $A$  y longitud medida  $l$ . Si existe un máximo local de  $P$ , la resistencia última sería  $P_{\max}/A_0$ . Si no existe máximo local, el valor máximo que define el punto  $U$  es, obviamente, el último de la tabla, que coincide con la rotura. Asimismo, los valores de  $A$  no experimentarán variación hasta un determinado valor de la carga; este valor marcará la separación entre las zonas elástica y plástica, y el punto de fluencia estará por aquí cerca –sería éste si la fluencia del material fuese ideal–.
- Si se representa el diagrama  $P/A_0-\varepsilon$ , el módulo de elasticidad  $E$  se puede determinar como la pendiente de la recta que se obtiene para cargas pequeñas,  $S_y$ , calculando el punto de corte con una recta de pendiente  $E$  que pase por el punto  $\varepsilon = 0,002$  para  $P = 0$ , y  $S_u$  determinando el punto de  $P$  máximo.
- Por último, si se representa el diagrama  $\log P/A-\log \varepsilon$  se obtendrán dos zonas sensiblemente rectas, una al principio y otra al final.  $E$  se puede obtener a partir de la ordenada en el origen de la prolongación de la primera recta, que será su logaritmo. Análogamente, la ordenada en el origen de la otra recta será  $\log \sigma_0$ , mientras que su pendiente será  $m$ .

En ambos diagramas, los alargamientos unitarios –proporcionales o verdaderos– están siempre calculados a partir de las variaciones de longitud, en la zona elástica, y de las variaciones de área, en la plástica.

Por último, es de destacar que si existe un punto con tangente horizontal en el diagrama  $P/A_0-\varepsilon$ , que sería el punto  $U$ , el exponente de endurecimiento por deformación plástica coincide con el alargamiento unitario verdadero en ese punto. En efecto, en el punto de

tangente horizontal se tiene:

$$\frac{d}{d\epsilon} \left( \frac{P}{A_0} \right) = 0$$

y por tanto:

$$\frac{d}{d\epsilon} \left( \frac{P}{A_0} \right) = \frac{d}{d\epsilon} \left( \frac{P}{A_0} \right) \frac{d\epsilon}{d\epsilon} = 0$$

ya que:

$$\frac{d\epsilon}{d\epsilon} = \frac{d}{d\epsilon} (e^\epsilon - 1) = e^\epsilon$$

Expresando  $P/A_0$  en función de  $\epsilon$ , se tiene:

$$\frac{P}{A_0} = \frac{P}{A \frac{l}{l_0}} = \frac{P l_0}{A l} = \frac{P}{A} \frac{1}{1+\epsilon} = \frac{P}{A} \frac{1}{e^\epsilon} = \sigma_0 \epsilon^m e^{-\epsilon}$$

con lo cual:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\epsilon} \left( \frac{P}{A_0} \right) &= \sigma_0 (m \epsilon^{m-1} e^{-\epsilon} - \epsilon^m e^{-\epsilon}) = \sigma_0 \epsilon^{m-1} e^{-\epsilon} (m - \epsilon) \\ \left[ \frac{d}{d\epsilon} \left( \frac{P}{A_0} \right) \right]_{\epsilon=\epsilon_u} &= 0 \Rightarrow \epsilon_u = m \end{aligned}$$

### 4.3. DUREZA

La dureza de un material es la resistencia que presenta a ser penetrado. Existen distintos procedimientos de medir la dureza, entre los que destacan los grados de dureza Rockwell y Brinell. El primero de ellos presenta varias escalas, designadas  $R_A$ ,  $R_B$ , etcétera, que se distinguen por la forma y material de la herramienta de penetración y la fuerza aplicada, y presentan tablas de índices de dureza, que se refieren a una dureza de referencia para cada escala.

Más interés tiene el grado de dureza Brinell, que se designa  $H_B$ . Numéricamente, se calcula como la relación entre la fuerza aplicada y el área de la superficie esférica de la huella que deja el penetrador, que es una esfera. El interés fundamental del índice de dureza Brinell es que está relacionado con la resistencia última del material. Ello permite evaluar dicha resistencia mediante un ensayo no destructivo, que por tanto puede realizarse en la