

# Índice

PRÓLOGO . . . . .	15
CAPÍTULO 1. PRELIMINARES . . . . .	17
1.1. Introducción . . . . .	17
1.2. Nombres nuevos para conocidos métodos clásicos . . . . .	17
1.3. *Algunos elementos matemáticos básicos . . . . .	19
1.4. Algunos elementos básicos de los vectores aleatorios . . . . .	21
1.5. La distribución normal multivariante . . . . .	22
CAPÍTULO 2. ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES . . . . .	25
2.1. Introducción . . . . .	25
2.2. *Determinación de las Componentes Principales . . . . .	27
2.3. Contribución de cada Componente Principal a la variabilidad total . . . . .	30
2.4. Componentes Principales Muestrales . . . . .	31
2.5. Estandarización . . . . .	32
2.6. Cálculo con $R^{mo}$ . . . . .	33
2.7. Elección del número de Componentes Principales . . . . .	38
2.8. Reducción en el número de variables . . . . .	40
2.9. Componentes Principales para datos bidimensionales . . . . .	41
2.9.1. Representaciones gráficas . . . . .	46
2.10. Scores . . . . .	49
2.11. *Componentes Principales como transformaciones lineales or- togonales . . . . .	51
2.12. Detección de observaciones anómalas en datos multivariantes . . . . .	53
2.13. El biplot . . . . .	56
2.14. Determinación de clusters . . . . .	58
2.15. En búsqueda de la Proyección Óptima ( <i>Projection Pursuit</i> ) . . . . .	60
2.16. Referencias . . . . .	61

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE CORRESPONDENCIAS . . . . .	<b>63</b>
3.1. Introducción . . . . .	63
3.2. Análisis de Correspondencias bidimensional . . . . .	67
3.2.1. Cálculo con $R^{mo}$ . . . . .	74
3.2.2. Dimensión de las coordenadas . . . . .	79
3.3. Análisis de Correspondencias múltiple . . . . .	83
3.3.1. Cálculo con $R^{mo}$ . . . . .	84
3.4. Referencias . . . . .	88
CAPÍTULO 4. ESCALADO MULTIDIMENSIONAL . . . . .	<b>89</b>
4.1. Introducción . . . . .	89
4.2. Escalado Multidimensional Clásico: Métrico Euclídeo y no Euclídeo . . . . .	91
4.2.1. *Reconstrucción de la matriz de datos a partir de la matriz de distancias . . . . .	92
4.2.2. Matriz de proximidades Euclídea y no Euclídea . . . . .	95
4.2.3. Cálculo con $R^{mo}$ . . . . .	96
4.3. Escalado Multidimensional no Métrico . . . . .	99
4.4. Referencias . . . . .	101
CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DE CONGLOMERADOS . . . . .	<b>103</b>
5.1. Introducción . . . . .	103
5.2. Análisis cluster de casos . . . . .	105
5.2.1. Técnicas jerárquicas aglomerativas de formación de conglomerados . . . . .	106
5.2.2. Distancias y similitudes entre individuos . . . . .	109
5.2.3. Tipos de agrupamiento . . . . .	117
5.3. Análisis cluster de variables . . . . .	137
5.4. Análisis cluster de bloques . . . . .	138
5.5. Métodos de optimización en el análisis cluster: Algoritmo $k$ -medias . . . . .	138
5.5.1. Minimización de la traza de $W$ . . . . .	140
5.5.2. Minimización del determinante de $W$ . . . . .	141
5.5.3. Maximización de la traza de $BW^{-1}$ . . . . .	141
5.6. Técnicas inferenciales de formación de conglomerados . . . . .	149
5.6.1. Elección del número de clusters . . . . .	150
5.7. Cálculo con $R^{mo}$ . . . . .	153
5.7.1. Análisis cluster jerárquico . . . . .	154
5.7.2. Algoritmo $k$ -medias . . . . .	162

CAPÍTULO 6. ANÁLISIS DISCRIMINANTE . . . . .	<b>163</b>
6.1. Introducción . . . . .	163
6.2. Función discriminante lineal de Fisher . . . . .	165
6.2.1. Utilización de probabilidades de priori . . . . .	168
6.2.2. Cálculo con $R^{mo}$ . . . . .	169
6.3. Valoración de la función discriminante . . . . .	172
6.4. Función discriminante cuadrática . . . . .	174
6.5. Referencias . . . . .	175
CAPÍTULO 7. ANÁLISIS FACTORIAL . . . . .	<b>177</b>
7.1. Introducción . . . . .	177
7.2. Modelo del Análisis Factorial . . . . .	177
7.2.1. Estimación de parámetros en el Modelo del Análisis Fac- torial . . . . .	180
7.3. Referencias . . . . .	181
CAPÍTULO 8. MODELOS LOG-LINEALES . . . . .	<b>183</b>
8.1. Introducción . . . . .	183
8.2. Independencia condicionada . . . . .	187
8.3. Tipos de Independencia . . . . .	194
8.4. El modelo log-lineal como modelo lineal general . . . . .	202
8.4.1. Comparación de modelos: Tests condicionales para mo- delos anidados . . . . .	205
8.5. Modelos Log-Lineales con BMDP . . . . .	207
8.6. Cálculo con $R^{mo}$ . . . . .	208
CAPÍTULO 9. REGRESIÓN LOGÍSTICA . . . . .	<b>215</b>
9.1. Introducción . . . . .	215
9.2. Estimación y contraste . . . . .	218
9.3. Modelos de regresión logística con BMDP . . . . .	218
9.4. Cálculo con $R^{mo}$ . . . . .	223
9.5. El modelo de regresión logística y el modelo log-lineal . . . . .	225
9.6. Modelos de regresión Logit y Probit . . . . .	226
9.7. Los modelos de regresión Logit y Probit como modelos lineales generalizados . . . . .	229
9.8. Referencias . . . . .	229
CAPÍTULO 10. REGRESIÓN POISSON . . . . .	<b>231</b>
10.1. Introducción . . . . .	231
10.2. Estimación y contraste . . . . .	233
10.3. Cálculo con $R^{mo}$ . . . . .	233
10.4. Bondad del ajuste . . . . .	236

<b>CAPÍTULO 11. REGRESIÓN NO LINEAL Y REGRESIÓN SUAVIZADA</b>	<b>237</b>
11.1. Introducción . . . . .	237
11.2. Modelo de la Regresión no Lineal . . . . .	240
11.3. Cálculo con $R^{mo}$ . . . . .	241
11.3.1. Utilización de la función derivada . . . . .	244
11.3.2. Valores iniciales de los parámetros . . . . .	245
11.3.3. Análisis del modelo ajustado . . . . .	247
11.4. Regresión Suavizada . . . . .	249
11.4.1. Regresión Spline . . . . .	251
11.4.2. Cálculo con $R^{mo}$ . . . . .	252
<b>CAPÍTULO 12. ANÁLISIS DE VARIANZA CON MEDIDAS REPETIDAS</b>	<b>255</b>
12.1. Introducción . . . . .	255
12.2. Análisis de la Varianza para un factor y Repetición de una variable	257
12.2.1. Fuentes de variación . . . . .	260
12.2.2. Tratamiento Informático con BMDP . . . . .	267
12.2.3. Contraste sobre la tendencia de la Repetición . . . . .	272
12.3. Análisis de la Varianza para un factor y Repetición de dos va- riables . . . . .	276
12.4. Cálculo con $R^{mo}$ . . . . .	283
12.5. Referencias . . . . .	286
<b>CAPÍTULO 13. ANÁLISIS DE SERIES TEMPORALES</b>	<b>287</b>
13.1. Introducción . . . . .	287
13.2. Elementos básicos en una Serie Temporal . . . . .	289
13.2.1. Tendencia . . . . .	290
13.2.2. Componente Cíclica . . . . .	292
13.2.3. Movimiento Estacional . . . . .	292
13.3. Series temporales estacionarias . . . . .	292
13.3.1. Procesos Autorregresivos de orden $p$ , $AR(p)$ . . . . .	293
13.3.2. Procesos de Medias Móviles de orden $q$ , $MA(q)$ . . . . .	293
13.3.3. Procesos Autorregresivos de Medias Móviles, $ARMA(p, q)$	294
13.4. Series temporales no estacionarias . . . . .	294
13.4.1. Procesos Autorregresivos Integrados de Medias Móviles, $ARIMA(p, d, q)$ . . . . .	294
13.5. Análisis de una serie temporal . . . . .	295
13.5.1. Identificación del modelo . . . . .	296
13.5.2. Estimación de parámetros . . . . .	299
13.5.3. Diagnósis . . . . .	302
13.5.4. Predicciones . . . . .	303
13.6. Referencias . . . . .	304

---

CAPÍTULO 14. CONTROL ESTADÍSTICO DE LA CALIDAD . . . . .	305
14.1. Introducción . . . . .	305
14.2. Gráfico de control para la media . . . . .	306
CAPÍTULO 15. DATA MINING . . . . .	313
15.1. Introducción y características del Data Mining . . . . .	313
15.1.1. Métodos de Aprendizaje Supervisado y de Aprendizaje no Supervisado . . . . .	314
15.2. El Data Mining y la Inferencia Estadística . . . . .	315
15.3. Tipos de Estructuras en la Base de Datos . . . . .	316
15.3.1. Data Snooping . . . . .	316
15.4. Tareas a realizar en Data Mining . . . . .	317
15.5. Componentes de un análisis Data Mining . . . . .	318
15.6. Estrategias de manejo de Bases de Datos de gran tamaño . . .	319
15.6.1. Procesamiento Analítico Automático ( <i>Online Analytical                 Processing OLAP</i> ) y Almacenamiento de Datos ( <i>Data                 Warehousing</i> ) . . . . .	320
15.7. Referencias . . . . .	321

# Capítulo 1

## Preliminares

### 1.1. Introducción

Hemos preferido comenzar el texto con un capítulo en el que se enmarcaran con precisión los temas que se van a estudiar en el resto del libro, además de servir de formalización de algunos elementos matemáticos indispensables en su desarrollo formal.

Como ya dijimos en el Prólogo, los apartados que comiencen con un asterisco pueden evitarse si no se desea un estudio formal de las cuestiones que allí se aborden.

### 1.2. Nombres nuevos para conocidos métodos clásicos

Los primeros capítulos del libro corresponden a lo que suele denominarse *Análisis Multivariante* porque nuestros datos serán observaciones de  $p$  variables aleatorias en los  $n$  individuos de la muestra, en lugar de observaciones de una sola variable aleatoria como ocurría en la mayoría de los métodos de *Análisis Univariante* estudiados en CB.

Por tanto, la *matriz de datos*, en donde aparecen recogidas las observaciones, es una matriz (es decir, una ordenación por filas y columnas) de la forma

$$\begin{array}{c} \text{Individuos} \end{array} \begin{array}{c} \text{Variables} \\ \left( \begin{array}{ccc} x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & \cdots & x_{2p} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{array} \right) \end{array}$$

En este tipo de análisis, al igual que ocurría en su homólogo *Análisis Univa-*

*riante*, caben dos formas posibles de estudio: el *Análisis Exploratorio de Datos* (véase CB-capítulo 14), en donde no se utilizan suposiciones ajenas a los datos, tales como modelos para las variables de donde se obtuvieron y en donde se deja que éstos *hablen por sí mismos*; el propósito de este tipo de análisis es el descubrir posibles patrones de comportamiento de los datos tales como simetrías, modelos probabilísticos, posibles grupos de datos homogéneos, etc. En él juega un papel especial el uso de gráficos. Los capítulos que siguen de Componentes Principales, Análisis de Correspondencias, Escalado Multidimensional y Análisis de Conglomerados, serán básicamente de este tipo.

La otra posible vía de estudio de los datos, tanto en el caso univariante como en el multivariante, se denomina *Análisis Confirmatorio de Datos*, en el que se utiliza de forma destacada el contraste de hipótesis como herramienta estadística para la confirmación o rechazo de hipótesis sobre el modelo supuesto. En este caso, la suposición de una distribución normal multivariante para los datos es esencial. La utilización de Métodos Robustos en estas situaciones resulta muy interesante.

Pues bien, el *Análisis Exploratorio de Datos Multivariantes* recibe hoy en día el nombre de *Data Mining*, traducido en ocasiones, de forma desafortunada según mi opinión, por *Minería de Datos*, en donde el propósito será, como dijimos más arriba, explorar los datos sin suposiciones adicionales, buscando patrones de comportamiento, clasificaciones en grupos de datos, etc. Dado el gran volumen de datos con el que se suele trabajar en los tiempos actuales, otra característica de este tipo de análisis es el uso intensivo del ordenador, especialmente en la obtención de gráficos.

Una de las razones de realizar un Análisis Multivariante de datos (tanto exploratorio como confirmatorio) en lugar de  $p$  Análisis Univariantes, es el determinar relaciones entre las  $p$  variables de donde se obtuvieron los datos.

Si para descubrir estas estructuras o grupos, cuántos grupos hay, cuáles individuos pertenecen a cada grupo, etc., no utilizamos información previa referente a otros grupos similares de sujetos, se suele hablar de *Estadística no Supervisada*. Con objeto de buscar respuesta a esas preguntas pueden utilizarse *ordenaciones*, con un *Análisis de Componentes Principales*, o un *Multidimensional Scaling*, o *clasificaciones* con un *Análisis Cluster*.

Alternativamente, podemos conocer previamente los grupos en los que clasificar los datos, utilizando métodos de *Estadística Supervisada*, tales como el *Análisis Discriminante* o los *Modelos Lineales*.

No obstante, los Métodos Estadísticos que estudiaremos en el libro lo serán de forma individual, ya que éstos no están diseñados habitualmente con un único propósito. Tan solo hemos pretendido enunciar aquí algunos de los nombres que suelen utilizarse hoy en día para asignar a grupos de Métodos Estadísticos y que pueden representar, en el mejor de los casos, el objetivo común para el que van a ser utilizados.

### 1.3. \*Algunos elementos matemáticos básicos

Como dijimos más arriba, la matriz de datos está formada por las observaciones de las  $p$  variables en estudio en los  $n$  individuos de la muestra. Estas observaciones serán, por lo general, números reales, es decir, *escalares* aunque, como alguna variable puede ser del tipo cualitativo, como por ejemplo Color de los Ojos, en ocasiones los datos recogidos para esa variable y que forman la correspondiente columna de la matriz de datos, no serán escalares sino *valores* de la forma: Azul, Verde, Castaño, Azul, etc.

No obstante, si queremos utilizar potentes Métodos Estadísticos, las columnas de la matriz de datos deberán estar formadas por números reales, de manera que podamos utilizar técnicas matemáticas estándares. En ese caso, deberemos cuantificar las variables de tipo cualitativo con valores de tipo indicador: 0, 1, etc.

Los escalares los representaremos como hasta ahora, pero a las matrices (como la matriz de datos) las representaremos con letras negritas. Así, hablaremos de la matriz **A**, o de la matriz **B**, etc.

Si **A** es la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

en muchas ocasiones nos interesará trabajar con la matriz *traspuesta* de la anterior, que representaremos como  $\mathbf{A}^t$  y que se define como la matriz en la que sus filas están formadas por las columnas de la dada; es decir, en la que hemos traspuesto las filas y columnas. Así, la matriz traspuesta de la matriz **A** es

$$\mathbf{A}^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

ya que, por ejemplo, la que figuraba como primera fila, figura ahora como primera columna, la que figuraba como segunda columna es ahora la segunda fila, etc.

La *dimensión* de una matriz es el número de filas y de columnas por el que está formado (en ese orden). Así, la matriz **A** tiene dimensión  $3 \times 2$  y la matriz  $\mathbf{A}^t$  dimensión  $2 \times 3$ . Una matriz se dice *cuadrada* si ambos valores de su dimensión son iguales; es decir, una matriz  $2 \times 2$  o una  $3 \times 3$  son matrices cuadradas y una  $2 \times 3$  no lo es. Si una matriz coincide con su traspuesta se dice que es *simétrica*.

Una matriz que aparece frecuentemente es la *matriz identidad*, **I**, formada por unos en la diagonal principal y ceros en el resto,

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

La inversa de una matriz cuadrada  $\mathbf{A}$  se define como una matriz, a la que denominaremos  $\mathbf{A}^{-1}$ , tal que su producto por  $\mathbf{A}$  es la matriz identidad.

Además de los escalares y las matrices, trabajaremos en este texto con *vectores*, que van a ser ordenaciones de datos (habitualmente de tipo numérico), concebidos como columnas. Al igual que con las matrices, representaremos los vectores con letras negritas (de hecho se puede pensar en un vector formado por  $r$  escalares como en una matriz  $r \times 1$ ).

Si  $\mathbf{v}$  es el vector

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

su traspuesto será el vector  $\mathbf{v}^t = (3, 1, 3)$ .

El producto de vectores y/o matrices tiene sentido sólo cuando el segundo valor de la dimensión del primer factor sea igual que el primer valor de la dimensión del segundo factor; el orden es relevante. Así, se puede (pre) multiplicar una matriz  $3 \times 2$  por una matriz  $2 \times 2$ , pero no al revés.

El producto del vector  $\mathbf{v}^t$  por el vector  $\mathbf{w}$ , ambos de longitud, digamos  $m$ , se define como

$$\mathbf{v}^t \mathbf{w} = (v_1, v_2, \dots, v_m) \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_m \end{pmatrix} = v_1 \cdot w_1 + v_2 \cdot w_2 + \cdots + v_m \cdot w_m = \sum_{i=1}^m v_i w_i.$$

La definición del producto de dos matrices y/o vectores  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  es (cuando se pueda definir el producto) una matriz (o un vector) tal que el elemento que ocupa el lugar  $(i, j)$  (es decir, el que ocupa la fila  $i$ -ésima y la columna  $j$ -ésima) es el resultado de multiplicar la fila  $i$ -ésima de la matriz  $\mathbf{A}$  por la columna  $j$ -ésima de la matriz  $\mathbf{B}$ , consideradas ambas como vectores, de la misma manera que en el párrafo anterior.

La dimensión de la matriz (vector) resultante es el primer valor de la dimensión del primer factor  $\times$  el segundo valor de la dimensión del segundo factor.

Así,  $\mathbf{AB}$  será igual a

$$\mathbf{AB} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & 1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 \\ 0 \cdot 3 + 3 \cdot (-1) & 0 \cdot 1 + 3 \cdot 4 \\ 2 \cdot 3 + 4 \cdot (-1) & 2 \cdot 1 + 4 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -3 & 12 \\ 2 & 18 \end{pmatrix}$$

y tendrá dimensión  $3 \times 2$ .

## 1.4. Algunos elementos básicos de los vectores aleatorios

Decir que observamos  $p$  variables aleatorias unidimensionales  $X_1, X_2, \dots, X_p$  es lo mismo que decir que observamos el *vector aleatorio*  $\mathbf{X}^t = (X_1, X_2, \dots, X_p)$ . Y al igual que las variables aleatorias unidimensionales tenían su *media* y su *varianza*, las variables aleatorias multidimensionales, o vectores aleatorios, tienen asociados el *vector de medias*, definido como el vector de las medias de las variables que forman el vector aleatorio,

$$\mathbf{m}^t = (E[X_1], \dots, E[X_p]) = (\mu_1, \dots, \mu_p)$$

y la *matriz de varianzas-covarianzas* (o simplemente matriz de covarianzas), que está formada por las covarianzas entre las variables del vector aleatorio, en donde la covarianza entre las variables  $X_i$  y  $X_j$  se define (CB-sección 4.3) como

$$\text{Cov}(X_i, X_j) = E[(X_i - \mu_i)(X_j - \mu_j)] = \sigma_{ij}$$

siendo la última igualdad, simplemente, una notación abreviada. Si  $i = j$  aparece la varianza de la variable

$$\sigma_{ii} = E[(X_i - \mu_i)^2] = \text{Var}(X_i) = \sigma_i^2$$

Por tanto, la matriz de covarianzas será

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2p} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_p^2 \end{pmatrix}$$

en donde suele ser  $n > p$ .

Una vez observadas la  $p$  variables en los  $n$  individuos de la muestra, y obtenida así la matriz de datos, el estimador natural del vector de medias poblacional  $\mathbf{m}$  es el *vector de medias muestrales*

$$\bar{\mathbf{x}}^t = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_p)$$

en donde  $\bar{x}_i$  es la media de los datos correspondientes a la variable  $i$ -ésima; es decir, la media aritmética de los datos de la columna  $i$ -ésima de la matriz de datos,

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{ij}$$

La matriz de varianzas-covarianzas poblacional  $\Sigma$  se estima mediante la *matriz de covarianzas muestral*

$$\mathbf{S} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})^t$$

en donde  $\mathbf{x}_i$  es la  $i$ -ésima fila de la matriz de datos considerada como vector (es decir, como columna) aleatorio

$$\mathbf{x}_i = \begin{pmatrix} X_{i1} \\ X_{i2} \\ \vdots \\ X_{ip} \end{pmatrix}$$

Por tanto, la matriz de varianzas-covarianzas muestral  $\mathbf{S}$  será la matriz de dimensión  $p \times p$

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{(X_{i1} - \bar{x}_1)^2}{n-1} & \sum_{i=1}^n \frac{(X_{i1} - \bar{x}_1)(X_{i2} - \bar{x}_2)}{n-1} & \dots & \sum_{i=1}^n \frac{(X_{i1} - \bar{x}_1)(X_{ip} - \bar{x}_p)}{n-1} \\ \sum_{i=1}^n \frac{(X_{i2} - \bar{x}_2)(X_{i1} - \bar{x}_1)}{n-1} & \sum_{i=1}^n \frac{(X_{i2} - \bar{x}_2)^2}{n-1} & \dots & \sum_{i=1}^n \frac{(X_{i2} - \bar{x}_2)(X_{ip} - \bar{x}_p)}{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n \frac{(X_{ip} - \bar{x}_p)(X_{i1} - \bar{x}_1)}{n-1} & \sum_{i=1}^n \frac{(X_{ip} - \bar{x}_p)(X_{i2} - \bar{x}_2)}{n-1} & \dots & \sum_{i=1}^n \frac{(X_{ip} - \bar{x}_p)^2}{n-1} \end{pmatrix}$$

## 1.5. La distribución normal multivariante

Una suposición que habitualmente es necesario realizar, en los capítulos en los que efectuamos Análisis Confirmatorio, es que la variable aleatoria en observación  $p$ -dimensional,  $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_p)^t$  se distribuye según una *distribución normal multivariante*.

Diremos que  $\mathbf{X}$  sigue una *distribución normal multivariante* con vector de medias  $\mathbf{m} = (\mu_1, \dots, \mu_p)^t$  y matriz de covarianzas  $\Sigma$  si su función de densidad es

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} \sqrt{|\Sigma|}} e^{-\frac{1}{2}\{(\mathbf{x}-\mathbf{m})^t \Sigma^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{m})\}}.$$

Una cuestión central en el segundo volumen, es la utilización de Métodos Robustos, para los cuales no es imprescindible tal suposición.