

## ÍNDICE

<i>Prólogo</i> .....	4
<i>Tema 1. BIOMETRÍA</i> .....	5
<i>Tema 2. VALORACIÓN FINANCIERA</i> .....	15
<i>Tema 3. RENTAS FINANCIERAS</i> .....	22
<i>Tema 4. RENTAS ACTUARIALES</i> .....	33
<i>Tema 5. VALORACIÓN DE LOS SEGUROS</i> .....	42
<i>Tema 6. RESERVAS MATEMÁTICAS</i> .....	51
<i>Apéndice. TABLAS DE MORTALIDAD</i> .....	59
<i>Bibliografía</i> .....	72

**1. El Sr. López acaba de recibir una indemnización por accidente de 10.000 euros. Como no necesitará ese dinero hasta dentro de 6 meses ha decidido rentabilizarlo en su entidad bancaria donde le ofrecen un tanto anual efectivo del 4%. Utilizando la Capitalización Simple obtener el montante y los intereses generados.**

**Solución**

La ley financiera de Capitalización simple tiene la siguiente expresión matemática:  $L(t) = 1 + i \cdot t$ . Siendo  $i$  el tanto efectivo a aplicar y  $t$  el tiempo que dure la operación. Ambas variables deben ir siempre en las mismas unidades de tiempo.

El Montante se obtiene:

$$M = C \cdot (1 + i \cdot t) = 10.000 \cdot \left(1 + 0,04 \cdot \frac{6}{12}\right) = 10.200 \text{ euros}$$

Los intereses se calculan:

$$I = C \cdot i \cdot t = 10.000 \cdot 0,04 \cdot \frac{6}{12} = 200 \text{ euros}$$

Otra forma de cálculo sería restar al Montante el Capital inicial:

$$I = M - C = 10.200 - 10.000 = 200 \text{ euros}$$

**2. Obtener los intereses que produce un capital de 500.000 euros colocado durante 80 días en capitalización simple si:**

- a) El tanto es el 5% anual.
- b) El tanto es el 2% trimestral.
- c) El tanto es el 0,5% mensual.

**Solución**

Cuando el tiempo se mide en días suele operarse con el año comercial de 360 días.

a) En este caso  $i$  va referido a años, por lo tanto  $t = \frac{80}{360}$  años. Los intereses se obtienen:

$$I = 500.000 \cdot 0,05 \cdot \frac{80}{360} = 5.555,56 \text{ euros}$$

**b)** Ahora  $i$  va referido a trimestres. Podemos resolver de dos formas:

b.1. En primer lugar se obtiene el tanto anual equivalente:

$$i_4 = 2\% \quad \longrightarrow \quad i = i_4 \cdot 4 = 8\%$$

a continuación se procede como en el punto anterior:

$$I = 500.000 \cdot 0,08 \cdot \frac{80}{360} = 8.888,89 \text{ euros}$$

b.2. Se puede usar como medida de tiempo el trimestre:

$$I = 500.000 \cdot 0,02 \cdot \frac{80}{90} = 8.888,89 \text{ euros}$$

**c)** Dado que ahora  $i$  va referido a períodos mensuales se puede utilizar cualquiera de las formas anteriores.

c.1. Con el tanto anual equivalente  $i = i_{12} \cdot 12 = 0,005 \cdot 12 = 6\%$

$$I = 500.000 \cdot 0,06 \cdot \frac{80}{360} = 6.666,67 \text{ euros}$$

c.2. Trabajando con el tiempo en meses

$$I = 500.000 \cdot 0,005 \cdot \frac{80}{30} = 6.666,67 \text{ euros}$$

**3. La señora García tiene derecho a recibir dentro de 10 meses 2.000 euros, pero como necesita dinero hoy mismo acude a su entidad bancaria para que le anticipe la cantidad. Obtener el valor descontado y el descuento aplicados a la Sra. García sabiendo que se utiliza el descuento comercial con un tanto anual de descuento del 7%.**

### **Solución**

La ley financiera de Descuento Comercial tiene la siguiente expresión matemática:  $A(t) = 1 - d \cdot t$ . Siendo  $d$  el tanto efectivo de descuento y  $t$  el tiempo. Ambas variables deben ir expresadas en las mismas unidades de tiempo.

El Valor Descontado se obtiene:

$$V_0 = C \cdot (1 - d \cdot t) = 2.000 \cdot \left( 1 - 0,07 \cdot \frac{10}{12} \right) = 1.883,34 \text{ euros}$$

El Descuento puede calcularse a partir de la expresión:  $D = C \cdot d \cdot t$

$$D = 2.000 \cdot 0,07 \cdot \frac{10}{12} = 116,67 \text{ euros}$$

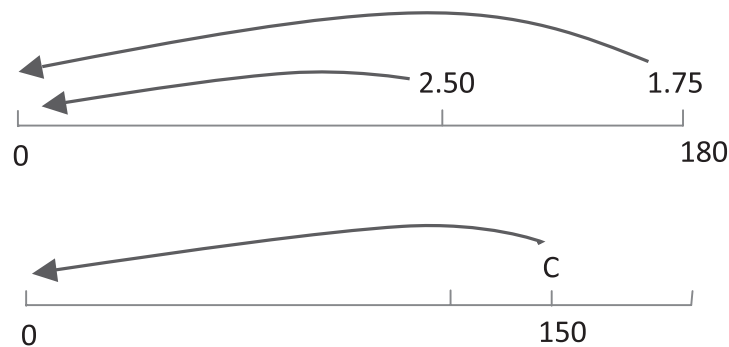
El Descuento también puede calcularse como diferencia entre el Capital y el Valor descontado.

$$D = C - V_0 = 2.000 - 1.883,34 = 116,67 \text{ euros}$$

4. La empresa Ybsa ha de pagar 2 letras. La primera de cuantía 2.500 euros con vencimiento 125 días y la segunda de cuantía 1.750 euros a pagar en 180 días. La empresa decide sustituirlas por un pago único equivalente a realizar dentro de 150 días. Obtener la cuantía de dicho pago sabiendo que se utiliza el descuento comercial a un tanto anual del 4,5%.

### Solución

El esquema gráfico de la operación sería:



Planteando la equivalencia financiera de ambas opciones en el momento actual y utilizando el año comercial tendríamos la siguiente expresión:

$$C \cdot \left(1 - 0,045 \cdot \frac{150}{360}\right) = 2.500 \cdot \left(1 - 0,045 \cdot \frac{125}{360}\right) + 1.750 \cdot \left(1 - 0,045 \cdot \frac{180}{360}\right)$$

Dónde  $C = 4.251,28$  euros

5. Un individuo ha colocado hoy un capital de cuantía  $C$  para poder recibir dentro de 3 años y medio 355.863,80 euros. Obtener el importe de dicho capital sabiendo que se utiliza la ley de capitalización compuesta al 5% anual. Calcular también el importe de los intereses generados en dicho período.

### Solución

La expresión matemática de la ley financiera de Capitalización Compuesta es:  $L(t) = (1+i)^t$ . Siendo  $i$  el tanto efectivo y  $t$  el tiempo. Al igual que en el resto de expresiones  $i$  y  $t$  deben ir siempre en las mismas unidades de tiempo.

Trabajando con la expresión del Montante se puede obtener el capital inicial  $C$ :

$$M = C \cdot (1+i)^t = 355.863,80 = C \cdot (1+0,05)^{3,5} \quad \Rightarrow \quad C = 300.000 \text{ euros}$$

Los intereses se obtienen por diferencia entre Montante y Capital:

$$I = M - C = 355.863,80 - 300.000 = 55.863,80 \text{ euros}$$

**6. Sea un tanto efectivo anual en capitalización compuesta del 3% obtener el tanto nominal y los réditos equivalentes para las frecuencias: mensual, trimestral, cuatrimestral y semestral.**

**Solución**

La relación entre tantos equivalentes en Capitalización Compuesta es la siguiente:  $(1+i) = (1+i_m)^m$ . Siendo  $i$  el tanto efectivo anual e  $i_m$  el tanto equivalente a aquel para períodos de amplitud  $1/m$ . La proyección aritmética anual de  $i_m$  se denomina tanto nominal anual  $j_m$  y se obtiene de la expresión  $j_m = i_m \cdot m$

Frecuencia (m)	12	4	3	2
$j_m$	2,959524%	2,966829%	2,970490%	2,977831%
$i_m$	0,246627%	0,741707%	0,990163%	1,488916%

Se observa que el tanto nominal crece a medida que disminuye la frecuencia de fraccionamiento del año.

**7. Sea un tanto nominal anual en capitalización compuesta del 3% obtener el tanto efectivo y los réditos equivalentes para las frecuencias: mensual, trimestral, cuatrimestral y semestral.**

**Solución**

Utilizando las expresiones para tantos equivalentes del ejercicio anterior obtenemos la tabla siguiente:

Frecuencia (m)	12	4	3	2
$i$	3,041%	3,033%	3,003%	3,002%
$i_m$	0,250%	0,750%	1,000%	1,500%

Ahora a medida que disminuye la frecuencia de fraccionamiento del año, el tanto efectivo también disminuye.