

Tema 1:

Repaso de los aspectos fundamentales de la transmisión de calor

1. CONDUCCIÓN

1.1. Conducción de calor a través de una pared plana compuesta formada por n capas de materiales distintos, y bañada a ambos lados por fluidos

$$\dot{q}_x \left(W/m^2 \right) = \frac{(t_{f,1} - t_{f,n})}{\frac{1}{h_1} + \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{k_i} + \frac{1}{h_n}}$$

1.1.1. Coeficiente global de transmisión de calor U:

$$U \left(W/m^2 \cdot ^\circ C \right) = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{k_i} + \frac{1}{h_n}}$$

1.2. Conducción de calor a través de una pared cilíndrica compuesta formada por n capas de materiales distintos, y bañada a ambos lados por fluidos

$$\dot{q}_r \left(W/m \right) = \frac{2\pi \cdot (t_{f,1} - t_{f,n})}{\frac{1}{r_1 \cdot h_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\ln\left(\frac{r_{i+1}}{r_i}\right)}{k_i} + \frac{1}{r_n \cdot h_n}}$$

1.2.1. Coeficiente global de transmisión de calor:

$$U_n = \frac{1}{\frac{r_n}{r_1 \cdot h_1} + r_n \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\ln\left(\frac{r_{i+1}}{r_i}\right)}{k_i} + \frac{1}{h_n}}$$

1.3. Conducción de calor en superficies extendidas: aletas

1.3.1. Distribución de temperatura en una aleta anular:

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{t - t_{f,o}}{t_o - t_{f,o}} = \frac{I_0(n \cdot r) \cdot K_1(n \cdot r_e) + K_0(n \cdot r) \cdot I_1(n \cdot r_e)}{I_0(n \cdot r_o) \cdot K_1(n \cdot r_e) + K_0(n \cdot r_o) \cdot I_1(n \cdot r_e)}$$
$$n^2 = \frac{2 \cdot h_o}{k \cdot \delta}$$

Valores seleccionados de las funciones modificadas de Bessel de primera y segunda especie, órdenes cero y uno.

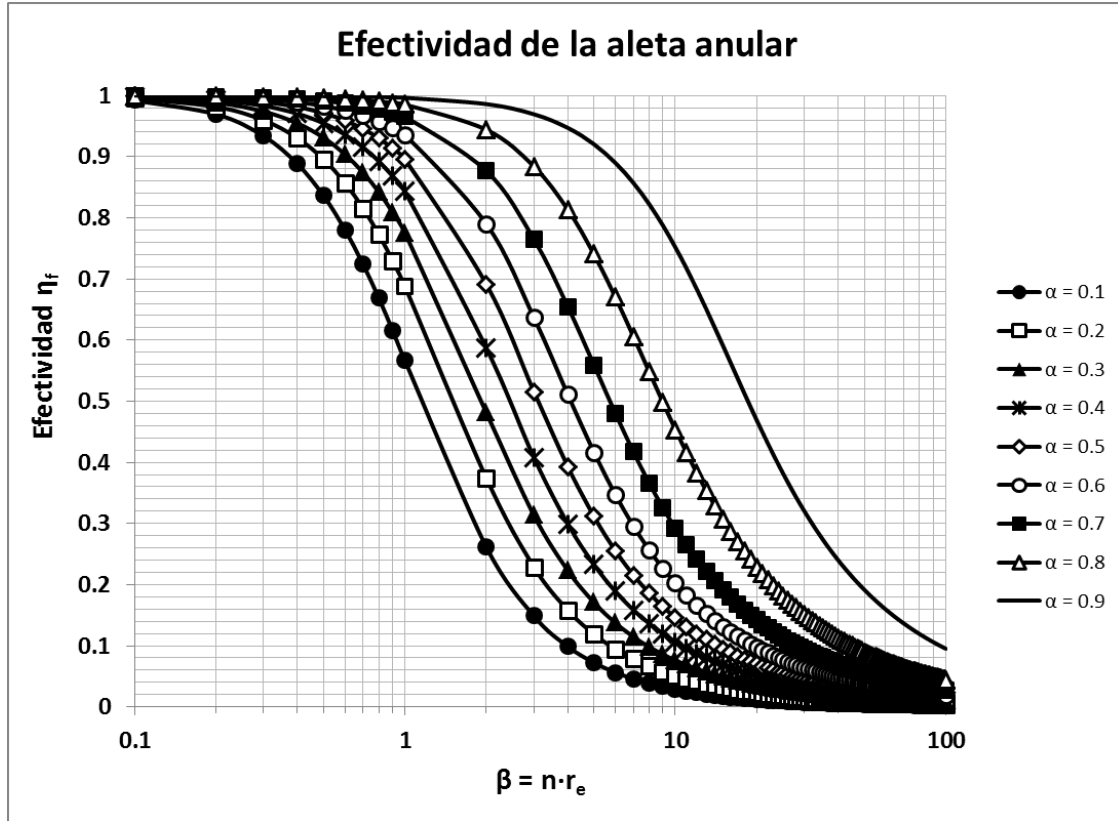
x	$I_0(x)$	$I_1(x)$	$(2/\pi) \cdot K_0(x)$	$(2/\pi) \cdot K_1(x)$
0	1.000000	0.000000	∞	∞
0.2	1.010025	0.100501	1.115806	3.040479
0.4	1.040402	0.204027	0.709531	1.390603
0.6	1.092045	0.313704	0.494986	0.829410
0.8	1.166515	0.432865	0.359911	0.548627
1	1.266066	0.565159	0.268032	0.383186
1.2	1.393726	0.714678	0.202769	0.276670
1.4	1.553395	0.886092	0.155116	0.204250
1.6	1.749981	1.084811	0.119656	0.153192
1.8	1.989559	1.317167	9.2903E-02	0.116261
2	2.279585	1.590637	7.2507E-02	8.9041E-02
2.2	2.629143	1.914095	5.6830E-02	6.8689E-02
2.4	3.049257	2.298124	4.4702E-02	5.3301E-02
2.6	3.553269	2.755384	3.5268E-02	4.1561E-02
2.8	4.157298	3.301056	2.7897E-02	3.2539E-02
3	4.880793	3.953370	2.2116E-02	2.5564E-02
3.2	5.747207	4.734254	1.7568E-02	2.0144E-02
3.4	6.784813	5.670102	1.3979E-02	1.5915E-02
3.6	8.027685	6.792715	1.1141E-02	1.2602E-02
3.8	9.516888	8.140425	8.8910E-03	9.9986E-03
4	11.301922	9.759465	7.1045E-03	7.9472E-03
4.2	13.442457	11.705620	5.6834E-03	6.3269E-03
4.4	16.010436	14.046221	4.5513E-03	5.0441E-03
4.6	19.092623	16.862565	3.6481E-03	4.0266E-03
4.8	22.793678	20.252835	2.9267E-03	3.2182E-03
5	27.239872	24.335642	2.3498E-03	2.5749E-03
5.2	32.583593	29.254309	1.8881E-03	2.0622E-03
5.4	39.008788	35.182058	1.5181E-03	1.6531E-03
5.6	46.737552	42.328287	1.2214E-03	1.3262E-03
5.8	56.038097	50.946185	9.8322E-04	1.0648E-03
6	67.234407	61.341937	7.9195E-04	8.5557E-04
6.2	80.717913	73.885895	6.3822E-04	6.8789E-04
6.4	96.961639	89.026099	5.1459E-04	5.5342E-04
6.6	116.537323	107.304664	4.1509E-04	4.4549E-04
6.8	140.136159	129.377642	3.3498E-04	3.5881E-04
7	168.593908	156.039097	2.7043E-04	2.8914E-04
7.2	202.921330	188.250275	2.1841E-04	2.3311E-04
7.4	244.341044	227.174986	1.7646E-04	1.8803E-04
7.6	294.332188	274.222482	1.4262E-04	1.5172E-04
7.8	354.684543	331.099464	1.1530E-04	1.2248E-04
8	427.564125	399.873135	9.3246E-05	9.8911E-05
8.2	515.592691	483.047678	7.5432E-05	7.9906E-05
8.4	621.944106	583.657012	6.1039E-05	6.4575E-05
8.6	750.461183	705.377305	4.9405E-05	5.2203E-05
8.8	905.797344	852.663461	3.9999E-05	4.2214E-05
9	1093.588388	1030.914709	3.2392E-05	3.4146E-05
9.2	1320.660807	1246.675519	2.6238E-05	2.7629E-05
9.4	1595.284419	1507.879390	2.1257E-05	2.2361E-05
9.6	1927.478812	1824.144689	1.7226E-05	1.8102E-05
9.8	2329.385057	2207.133686	1.3962E-05	1.4658E-05
10	2815.716665	2670.988321	1.1319E-05	1.1872E-05

1.3.2. Flujo de calor en una aleta anular de perfil rectangular uniforme

$$\begin{aligned}\dot{Q}(W) &= -k \cdot A_o \cdot \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=r_o} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot k \cdot r_o \cdot \delta \cdot \theta_o \cdot n \cdot \frac{K_1(n \cdot r_o) \cdot I_1(n \cdot r_e) - I_1(n \cdot r_o) \cdot K_1(n \cdot r_e)}{I_0(n \cdot r_o) \cdot K_1(n \cdot r_e) + K_0(n \cdot r_o) \cdot I_1(n \cdot r_e)}\end{aligned}$$

1.3.3. Efectividad de la aleta anular de perfil rectangular uniforme

$$\eta_f = \frac{2 \cdot r_o}{n \cdot (r_e^2 - r_o^2)} \cdot \frac{K_1(n \cdot r_o) \cdot I_1(n \cdot r_e) - I_1(n \cdot r_o) \cdot K_1(n \cdot r_e)}{I_0(n \cdot r_o) \cdot K_1(n \cdot r_e) + K_0(n \cdot r_o) \cdot I_1(n \cdot r_e)}$$



$$\begin{cases} \alpha = \frac{r_o}{r_e} \\ \beta = r_e \cdot n = r_e \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h_o}{k \cdot \delta}} \end{cases}$$

1.3.4. Coeficiente global de transmisión de calor en tubos aleteados con aletas anulares de perfil rectangular uniforme. (Expresión exacta)

$$\dot{Q}(W) = \frac{(t_{f,i} - t_{f,o})}{\left[\frac{1}{A_i \cdot h_i} + \frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{2\pi k \cdot L_t} + \frac{1}{A_t + A_f \cdot \eta_f} \cdot \frac{1}{h_o} \right]}$$

$$U_o \left(W / m^2 \cdot ^\circ C \right) = \frac{1}{\left[\left(\frac{A_o}{A_i} \right) \frac{1}{h_i} + \frac{A_o}{2\pi \cdot L_t} \cdot \frac{\ln \left(\frac{r_o}{r_i} \right)}{k} + \frac{1}{h_o} \cdot \frac{1}{\frac{A_f}{A_o} \cdot (\eta_f - 1) + 1} \right]}$$

$A_o (m^2)$ = área de la superficie total expuesta, incluyendo la superficie aleteada y sin aletear:

$$A_o = A_f + A_t = 2\pi \cdot [(r_e^2 - r_o^2) \cdot n + r_o \cdot (1 - n \cdot \delta)] \cdot L_t$$

1.3.5. Coeficiente global de transmisión de calor en tubos aleteados con aletas anulares de perfil rectangular uniforme. (Expresión aproximada cuando $A_f \approx A_o$)

$$\dot{Q}(W) = \frac{2\pi \cdot L_t \cdot (t_{f,i} - t_{f,o})}{\left[\frac{1}{r_i \cdot h_i} + \frac{\ln \left(\frac{r_o}{r_i} \right)}{k} + \frac{1}{[(r_e^2 - r_o^2) \cdot n + r_o \cdot (1 - n \cdot \delta)] \cdot \eta_f \cdot h_o} \right]}$$

$$U_o \left(W / m^2 \cdot ^\circ C \right) = \frac{1}{\left[\left(\frac{A_o}{A_i} \right) \frac{1}{h_i} + \frac{A_o}{2\pi \cdot L_t} \cdot \frac{\ln \left(\frac{r_o}{r_i} \right)}{k} + \frac{1}{\eta_f \cdot h_o} \right]}$$

$A_o (m^2)$ = área de la superficie total expuesta, incluyendo la superficie aleteada y sin aletear:

$$A_o = A_f + A_t = 2\pi \cdot [(r_e^2 - r_o^2) \cdot n + r_o \cdot (1 - n \cdot \delta)] \cdot L_t$$

2. CONVECCIÓN

2.1. Números adimensionales para la transmisión de calor por convección

2.1.1. Número de Nusselt

$$Nu = \frac{h \cdot L_c}{k}$$

2.1.2. Número de Reynolds

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot L_c}{\mu}$$

2.1.3. Número de Grashof

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \rho^2 \cdot (|t_s - t_f|) \cdot L_c^3}{\mu^2} = \frac{g \cdot \beta \cdot (|t_s - t_f|) \cdot L_c^3}{\nu^2}$$

2.1.4. Número de Eckert

$$Ec = \frac{u^2}{c_p \cdot \Delta t}$$

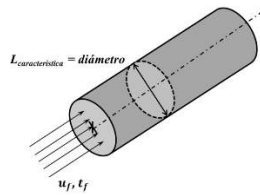
2.1.5. Número de Prandtl

$$Pr = \frac{\mu \cdot c_p}{k}$$

2.1.6. Número de Rayleigh

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g \cdot \beta \cdot (|t_s - t_f|) \cdot L_c^3}{\nu^2} \cdot \frac{\nu}{\alpha} = \frac{g \cdot \beta \cdot (|t_s - t_f|) \cdot L_c^3}{\nu \cdot \alpha}$$

2.2. Convección forzada en el interior de tuberías y tubos cilíndricos



2.2.1. Flujo laminar

2.2.1.1. Correlación de Hausen:

$$Nu_D = 3.66 + \frac{0.0668 \cdot \left(\frac{D}{L}\right) \cdot Re_D \cdot Pr}{1 + 0.04 \cdot \left[\left(\frac{D}{L}\right) \cdot Re_D \cdot Pr\right]^{2/3}}$$

Condiciones de aplicación:

- Flujo laminar, tubo largo (entrada térmica con perfil de velocidad completamente desarrollado), temperatura superficial t_s constante
- $Re_D < 2300$

2.2.1.2. Correlación de Sieder y Tate:

$$Nu_D = 1.86 \cdot \left[\left(\frac{D}{L}\right) \cdot Re_D \cdot Pr\right]^{1/3} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14}$$

Condiciones de aplicación:

- Flujo laminar, tubos cortos (entrada térmica e hidrodinámica), temperatura superficial t_s constante.
- $0.48 \leq Pr \leq 16700$
- $\left(\frac{D}{L}\right) \cdot Re_D \cdot Pr > 10$
- $Re_D < 2300$

2.2.2. Flujo turbulento

2.2.2.1. Correlación de Dittus-Boelter

$$Nu_D = 0.023 \cdot Re_D^{0.8} \cdot Pr^n$$

$n = 0.4$ para $t_s > t_b$ (calentamiento de un fluido)

$n = 0.3$ para $t_s < t_b$ (enfriamiento de un fluido)

Condiciones de aplicación:

- Flujo turbulento, completamente desarrollado
- $0.7 < Pr < 160$
- $2300 < Re_D < 10^6$
- Diferencia de temperatura entre el fluido y la superficie:

$$|t_s - t_b| < 6^\circ C \text{ para líquidos}$$

$$|t_s - t_b| < 60^\circ C \text{ para gases}$$

2.2.2.2. Correlación de Sieder y Tate

$$Nu_D = 0.027 \cdot Re_D^{4/5} \cdot Pr^{1/3} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14}$$

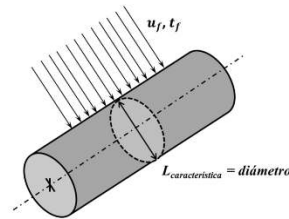
Condiciones de aplicación:

- Flujo turbulento, completamente desarrollado
- $0.7 < Pr < 160$
- $10^4 < Re_D < 10^6$
- Diferencia de temperatura entre el fluido y la superficie:

$$|t_s - t_b| > 6^\circ C \text{ para líquidos}$$

$$|t_s - t_b| > 60^\circ C \text{ para gases}$$

2.3. Convección forzada, flujo externo que incide perpendicularmente a un conducto circular



2.3.1. Correlación de Zhukauskas

$$Nu_D = C \cdot Re_D^m \cdot Pr^n \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_s}\right)^{1/4}$$

$$n = 0.37 \text{ para } Pr \leq 10$$

$$n = 0.36 \text{ para } Pr > 10$$

Valores de las constantes C y m según el intervalo del número de Reynolds

Intervalo de Re_D	C	m
1 - 40	0.75	0.4
40 - 1000	0.51	0.5
$10^3 - 2 \cdot 10^5$	0.26	0.6
$2 \cdot 10^5 - 10^6$	0.076	0.7

Condiciones de aplicación:

- $0.7 < Pr \leq 500$
- $1 < Re_D < 10^6$