ÍNDICE

4.4. BALANCES EN SISTEMAS MONOFÁSICOS SIN CORRIENTES CONVECTIVAS

Al aplicar los balances de materia, energía, cantidad de movimiento, a un elemento pequeño de volumen situado en una corriente y comprobar cómo evoluciona a su paso por el sistema, lo que se repite para todos los elementos de volumen de la corriente, se puede estudiar los cambios de densidad y temperatura de una porción de gas natural en la conducción del mismo, o las transformaciones de una porción de agua residual al pasar por una depuradora. También se puede fijar un elemento de volumen y comprobar los cambios que un flujo soporta al pasar por él. Así un gas sufrirá un cambio diferencial (Figura 4.8) al pasar por un elemento fijo de la conducción. En un elemento diferencial de un canal del reactor biológico de una depuradora ocurrirá un cambio en las propiedades del agua que circula por él. El estudio elemento a elemento nos dará el cambio total entre entrada-salida del sistema.

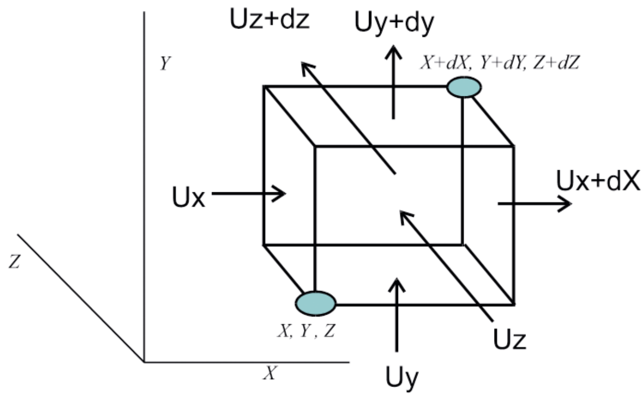

Figura 4.8. Elemento diferencial de volumen, coordenadas cartesianas, vector velocidad descompuesto en las tres coordenadas.

El balance en un elemento diferencial tendrá en cuenta las entradas y salidas por flujo convectivo, y además las entradas y salidas debidas a fenómenos de transporte. Así, si consideramos una corriente fluida no isoterma, habrá una entrada y una salida de energía asociada al flujo $[wC_p(T\text{-}T_{\mathrm{ref}})]_E$ = $[wC_p(T\text{-}T_{\mathrm{ref}})]_S$; pero también hay que tener en cuenta el transporte debido a la existencia de temperaturas diferentes a la entrada y salida del elemento (además de la generación y la acumulación).

En un balance en un sistema monofásico en el que se produce un flujo de energía, o materia, en el que por simplicidad se acepta que el sistema es estático, sólo hay flujo debido a un fenómeno de transporte y éste se da tan sólo en la dirección X. Aplicando [3.8], la acumulación y la generación o desaparición se producen en todo el volumen V = ($\Delta y \Delta z \Delta x$) y el flujo se hace a través del área S_x = ($\Delta y \Delta z$) y $S_{x+\Delta x}$ = ($\Delta y \Delta z$), ya que se ha aceptado que no hay otras corrientes de entrada o salida.

Se plantea así una ecuación diferencial [4.5] cuya solución proporciona el valor de la temperatura y concentración en cada punto del sistema (en cada elemento diferencial que compone el sistema) así permite conocer la temperatura en cada punto de una capa aislante de una pared. Las ecuaciones diferenciales que se plantean se pueden resolver para cada sistema de acuerdo a las condiciones iniciales del mismo, es decir qué temperatura había a tiempo cero, y a las condiciones límites, qué temperatura hay en el medio que rodea a la pared. Esta resolución permite establecer los perfiles de temperatura, concentración, y velocidad en la fase que se estudia, en el caso de un régimen estacionario, si éste no lo es los perfiles se establecen para un tiempo determinado y se estima el flujo de propiedad de punto a punto de la fase, que es el objetivo de un diseño ingenieril.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \pm \varphi_G = -\frac{\partial(\Psi_X S)}{\partial(V)} \qquad [4.5]$$

La expresión [4.5] se simplifica **si el área es constante** a la expresión [4.6], como sucede en la transmisión de calor a través de una pared plana.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \pm \varphi_G = -\frac{\partial(\Psi_X)}{\partial(x)} \qquad [4.6]$$

4.5. BALANCES EN SISTEMAS MONOFÁSICOS CON CORRIENTES CONVECTIVAS EN RÉGIMEN LAMINAR

Si el sistema no es estático sino que hay un movimiento convectivo, (hay entradas y salidas) y este flujo es laminar, se establecen los balances de materia, energía y cantidad de movimiento teniendo en cuenta las dos contribuciones, la debida al flujo convectivo [4.7] y la debida al flujo por agitación molecular [4.4], considerando que hay flujo en una única dirección, siendo u_X la velocidad promedio en la dirección X. Ambas contribuciones se suman en [4.8].

$$\Psi_{X\ \text{Convectivo}} = \varphi u_X \qquad [4.7]$$

$$\Psi_X = -\delta\left[\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right] + \varphi u_x \qquad [4.8]$$

La suma de ambos términos se introduce en la expresión del balance. Si el área S perpendicular al flujo, es constante, la expresión [4.6] se transforma en [4.9].

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} \pm \varphi_G = \frac{\partial\Psi x\ \text{molecular}}{\partial x} + \frac{\partial\Psi x\ \text{convectiva}}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(-\delta\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) - \frac{\partial(\varphi u_X)}{\partial x} \qquad [4.9]$$

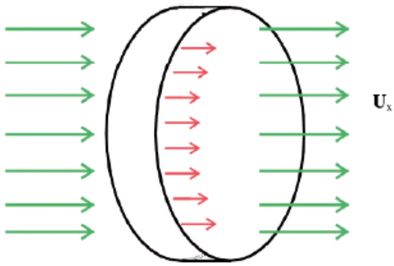

Figura 4.9. Elemento diferencial sometido a un flujo difusional y convectivo en el mismo sentido.

Hay que recordar que el área de la conducción es constante, lo que conduce a [4.10] si δ es constante.

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} \pm \varphi_G = \delta\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial(\varphi u_X)}{\partial x} \qquad [4.10]$$

Al considerar flujo en las **tres direcciones y área variable** la ecuación [4.9] se transforma en [4.11], donde el operador ∇ indica la suma de derivadas parciales de una función cualquiera respecto a las coordenadas espaciales [4.12] y se emplea negrita para indicar que la variable **u** es un vector.

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} \pm \varphi_G = (\boldsymbol{\nabla}\cdot\delta\boldsymbol{\nabla}\varphi) - (\boldsymbol{\nabla}\varphi\cdot\mathbf{u}) \qquad [4.11a]$$

acumulación ± generación desaparición = flujo molecular - flujo convectivo