ÍNDICE

2.2.2. Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento de un fluido que circula por un elemento de volumen debe cumplir la ecuación 1.22, y en su forma diferencial queda como:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho\vec{u} = -\left(\nabla\rho\vec{u}\vec{u}\right) - \nabla\tau - \nabla\vec{p} + \rho\vec{g} \qquad [2.5]$$

El significado de cada término es el siguiente:

$\frac{\partial}{\partial t}\rho\vec{u}$	Velocidad de acumulación de cantidad de movimiento por unidad de volumen.
$-\left(\nabla\rho\vec{u}\vec{u}\right)$	Ganancia de cantidad de movimiento debido a la convección por unidad de volumen.
$-\nabla\tau$	Ganancia de cantidad de movimiento debido al transporte del mismo por acción de las fuerzas viscosas, por unidad de volumen.
$-\nabla\vec{p}$	Fuerzas de presión que actúan sobre el elemento de volumen.
$\rho\vec{g}$	Fuerzas de gravedad que actúan sobre el elemento de volumen.

La expresión es análoga a la expresión de Newton, en la que la variación de la (masa x aceleración) = suma de fuerzas).

Las fuerzas viscosas para un fluido que se mueve en una única dirección:

$$\tau_{yx} = -\mu\frac{\partial u_x}{\partial y} \qquad [2.6]$$

Donde μ representa la viscosidad del fluido.

En el caso de un fluido incompresible en el que puede considerarse la densidad y la viscosidad constantes, la expresión general puede simplificarse a:

Ecuación de Navier-Stokes $\rho\frac{\partial}{\partial t}\vec{u} = -\rho\left(\nabla\vec{u}\vec{u}\right) - \nabla\vec{p} - \mu\nabla^2\vec{u} + \rho\vec{g}$ [2.7]

Si puede despreciarse el término del esfuerzo viscoso se llega a la ecuación:

Ecuación de Euler $$\rho \frac{\partial}{\partial t}\vec{u} = -\rho\left(\nabla \vec{u}\vec{u}\right) - \nabla \vec{p} + \rho \vec{g} \qquad [2.8]$$

2.2.3. Ecuación de conservación de la energía mecánica

La ecuación de conservación de la energía mecánica se puede obtener haciendo el producto escalar de la velocidad $\vec{u}$ con los términos de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento (ecuación 2.5):

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\rho u^2\right) = -\left(\nabla \frac{1}{2}\rho u^2 \vec{u}\right) - \left(\vec{u}\nabla p\right) - \left(\vec{u}\nabla \tau\right) + \rho\left(\vec{u}\vec{g}\right) \qquad [2.9]$$

También se puede expresar como:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\rho u^2\right) = -\left(\nabla \frac{1}{2}\rho u^2 \vec{u}\right) - \left(\nabla p\vec{u}\right) - p\left(-\nabla \vec{u}\right) - \left(\nabla \tau \vec{u}\right) - \left(-\tau\nabla \vec{u}\right) + \rho\left(\vec{u}\vec{g}\right) \qquad [2.10]$$

Siendo el significado de cada término:

$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\rho u^2\right)$ Velocidad de incremento de energía cinética por unidad de volumen.

$-\left(\nabla \frac{1}{2}\rho u^2 \vec{u}\right)$ Velocidad neta de entrada de energía cinética debida al flujo por convección.

$-\left(\nabla p\vec{u}\right)$ Velocidad de producción de trabajo por las fuerzas de presión sobre el elemento de volumen.

$-p\left(-\nabla \vec{u}\right)$ Velocidad de conversión reversible en energía interna.

$-\left(\nabla \tau \vec{u}\right)$ Velocidad de producción de trabajo por las fuerzas viscosas que actúan sobre el elemento de volumen.

$-\left(-\tau\nabla \vec{u}\right)$ Velocidad de conversión irreversible a energía interna.

$\rho(\vec{u}\vec{g})$ Velocidad de producción de trabajo por la fuerza de la gravedad que actúa sobre el sistema (energía potencial).

El sistema, por tanto, tiene una conversión a energía interna que se pone de manifiesto por una variación de temperatura (que puede ser pequeña) o neutralizarse por intercambio de calor para que el sistema se comporte como isotermo. En conjunto, la ecuación 2.10 relaciona la variación de energía mecánica en el sistema con otras energías.

2.3. Ecuación de Bernoulli

Como se ha visto en el apartado anterior, la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento multiplicada escalarmente por la velocidad se transforma en la ecuación de conservación de la energía mecánica (ecuación 2.9). Esta ecuación aplicada a un fluido en estado estacionario en régimen potencial se ha denominado **ecuación de Bernoulli**.

La ecuación de Bernoulli puede hallarse por un balance diferencial en la circulación de un fluido en un tubo de corriente (figura 2.2), aceptando que el flujo es potencial, es decir, no hay presentes fuerzas viscosas y siendo el flujo estacionario.

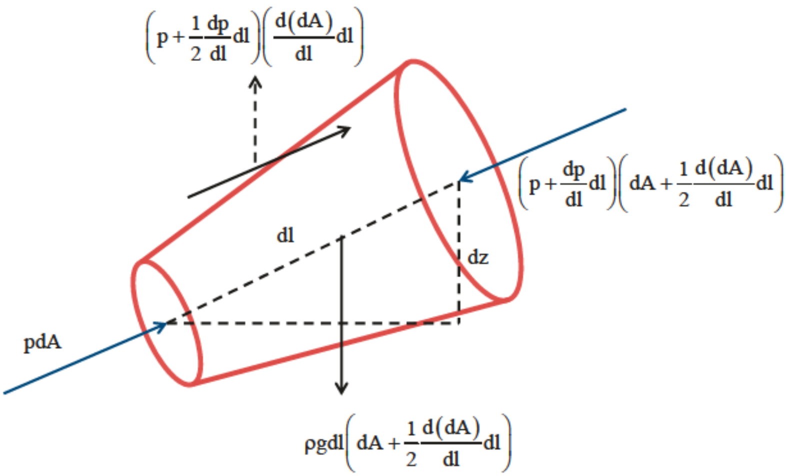

Figura 2.2. Balance de cantidad de movimiento en un tubo de corriente.