Índice general

Prólogo **13**

Nomenclatura **15**

1 Introducción. Semejanza en turbomáquinas **21**

1.1 Curva característica de un acoplamiento en paralelo de bombas idénticas funcionando con diferentes velocidades 21
1.2 Tiempo de llenado de un depósito 23
1.3 Curva característica de un acoplamiento en serie de bombas idénticas funcionando con diferentes velocidades 24
1.4 Posibles disposiciones del difusor en una turbina 25
1.5 Velocidad específica de una turbina 27
1.6 Ensayo de un modelo de bomba centrífuga 27
1.7 Ensayo de un modelo de bomba funcionando con aire 29
1.8 Ensayo de un modelo de bomba centrífuga. Determinación de condiciones de semejanza 30
1.9 Diseño básico del difusor de una turbina 31
1.10 Curva característica de un acoplamiento en paralelo y en serie de bombas idénticas funcionando con diferentes velocidades 34
1.11 Determinación del número de etapas necesario en una bomba 36

2 Bombas centrífugas **39**

2.1 Estimación de magnitudes características a partir de datos geométricos y la velocidad de giro 39
2.2 Cálculo del par de giro 40
2.3 Cálculo de la velocidad de giro 41

2.4 Cálculo de diversas magnitudes a partir de datos geométricos, la velocidad de giro y el caudal 42
2.5 Determinación de curvas características y punto de funcionamiento 43
2.6 Cálculo de rendimiento manométrico y pérdidas de energía en la voluta 44
2.7 Estimación de magnitudes características a partir de datos geométricos y la velocidad de giro del rodete 46
2.8 Bombeo de agua entre dos depósitos: cálculo de diversas magnitudes, curva característica de la instalación y punto de funcionamiento 47
2.9 Bomba radial con difusor de álabes. Análisis de pérdidas en rodete, difusor y voluta 48
2.10 Bomba de varias etapas. Análisis de condiciones de semejanza 49
2.11 Análisis de una bomba centrífuga (I) 50
2.12 Análisis de una bomba centrífuga (II) 55
2.13 Análisis de una bomba centrífuga (III) 57
2.14 Análisis de una bomba centrífuga (IV) 59
2.15 Determinación del tamaño del rodete 60
2.16 Análisis de una bomba centrífuga (V) 61
2.17 Curva característica ideal 62
2.18 Condiciones de operación para evitar cavitación en un sistema de bombeo 63
2.19 Análisis de una bomba centrífuga (VI) 65
2.20 Cálculo del ángulo de entrada de los álabes del rodete 66
2.21 Cálculo del ángulo de salida de los álabes del rodete (I) 67
2.22 Bomba radial con difusor de álabes. Efecto de variación del ángulo de entrada de los álabes del rodete 68
2.23 Cálculo del ángulo de salida de los álabes del rodete (II) 71
2.24 Análisis de una bomba centrífuga y del acoplamiento en paralelo de dos bombas idénticas funcionando con diferentes velocidades 72
2.25 Análisis de una bomba centrífuga (VI) 75
2.26 Curvas características y puntos de funcionamiento singulares 78
2.27 Modificación del punto de funcionamiento 83

3 Turbinas Francis 89
3.1 Rendimiento de una turbina de flujo radial en función de los ángulos α_1 y β_1 89

3.2 Cálculo de los ángulos de salida de los álabes del distribuidor y del rodete 90
3.3 Cálculo de magnitudes en la sección de entrada del rodete y altura de pérdidas en el rodete 92
3.4 Determinación de magnitudes geométricas y análisis de pérdidas 92
3.5 Determinación de diversas magnitudes de funcionamiento en una turbina con difusor de forma troncocónica (I) 95
3.6 Cálculo de magnitudes en la sección de entrada del rodete y de la potencia en el eje 96
3.7 Determinación de triángulos de velocidades, ángulos de los álabes y altura de pérdidas en el rodete 99
3.8 Determinación de salto neto, rendimientos y geometría de los álabes 100
3.9 Turbina de doble rodete. Cálculo de condiciones de operación y geometría de rodete y difusor 101
3.10 Determinación del ángulo del distribuidor y la velocidad de giro bajo distintas condiciones de funcionamiento 104
3.11 Determinación de diversas magnitudes de funcionamiento en una turbina con difusor de forma tronco-cónica (II) 106
3.12 Regulación de una turbina de flujo radial 107

4 Turbinas Kaplan 111
4.1 Cálculo de diversas magnitudes en el rodete y el distribuidor 111
4.2 Rendimientos, triángulo de velocidades y presión en el difusor 114
4.3 Regulación de una turbina Kaplan (I) 115
4.4 Rangos de condiciones de funcionamiento de una turbina . . 118
4.5 Regulación de una turbina Kaplan (II) 119
4.6 Regulación de una turbina Kaplan (III) 123
4.7 Regulación de una turbina tubular 125
4.8 Análisis de una cascada de álabes 127

5 Turbinas Pelton 129
5.1 Condición de funcionamiento con máximo rendimiento en ausencia de pérdidas 129
5.2 Cálculos de los diámetros de rodete y chorro y de la velocidad de giro 131
5.3 Cálculo de los diámetros de rodete y chorro y de la potencia nominal 133
5.4 Cálculo del número de turbinas, diámetros de rodete y chorro, y caudal en una central 135

5.5 Alturas, rendimientos y diámetro del chorro 138
5.6 Influencia de las pérdidas por fricción en los álabes 139
5.7 Central con dos turbinas de seis chorros 140
5.8 Regulación de una turbina 143

6 Aeroturbinas 147
6.1 Variación con la altura sobre el terreno de la velocidad media del viento 147
6.2 Funciones de densidad y distribución de probabilidad en un emplazamiento 148
6.3 Aplicación de la teoría del disco actuador 149
6.4 Coeficiente de potencia, potencia en el eje y potencia nominal 153
6.5 Fuerzas, momentos y coeficientes de fuerza sobre una aeroturbina 155
6.6 Velocidad de giro variable. Factor de capacidad de un aerogenerador 159
6.7 Sistema de control de potencia 163
6.8 Interferencia entre dos aeroturbinas 165

Bibliografía 169

Apéndices

A Relación de ecuaciones 173
A.1 Ecuaciones de conservación en forma integral 173
A.1.1 Ecuación de conservación de la masa 173
A.1.2 Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento 174
A.1.3 Ecuación de conservación de la energía 175
A.2 Flujos turbulentos 178
A.2.1 Ecuación de conservación de la energía mecánica en flujos estacionarios en tuberías 178
A.2.2 Diagrama de Moody 179
A.3 Máquinas de fluidos 180
A.3.1 Ecuación de conservación de la energía 180
A.3.2 Definición de alturas y rendimientos 180
A.3.2.1 Bombas hidráulicas 180
A.3.2.2 Turbinas hidráulicas 183
A.3.3 Pérdidas de energía en la instalación 186
A.3.4 Ecuación de Euler 186
A.3.5 Relación entre altura útil y variación de momento cinético 188
A.3.6 Simplificación de la ecuación de Euler 189

A.3.7 Efecto de número finito de álabes en bombas centrífugas 190
A.3.8 Análisis dimensional y semejanza 192
A.3.8.1 Relaciones entre parámetros adimensionales en bombas 192
A.3.8.2 Relaciones entre parámetros adimensionales en turbinas 192
A.3.8.3 Velocidad específica 192
A.3.8.4 Expresiones alternativas para la velocidad específica 193
A.3.8.5 Clasificación de bombas y turbinas en función de la velocidad específica 193

Índice alfabético **195**

Capítulo 3

Turbinas Francis

Problema 3.1. Rendimiento de una turbina de flujo radial en función de los ángulos α_1 y β_1

En una turbina hidráulica de flujo radial, α_1 es el ángulo de salida de los álabes del distribuidor y β_1 el de entrada de los álabes del rodete. La velocidad absoluta a la salida del rodete es radial. Las componentes radiales de la velocidad absoluta a la entrada y a la salida del rodete son iguales. La altura de pérdidas internas en la turbina, H_L, es igual al doble de la altura correspondiente a la energía cinética del agua a la salida del rodete. Expresar el rendimiento hidráulico de la turbina en función de los ángulos α_1 y β_1.

Solución

El rendimiento hidráulico de una turbina se define en la ecuación (A.3.26), que también puede escribirse como sigue:

$$\eta_h = \frac{1}{1 + \dfrac{H_L}{H_u}}. \tag{3.1.1}$$

De acuerdo con lo indicado en el enunciado,

$$H_L = 2\,\frac{v_2^2}{2g}. \tag{3.1.2}$$

También se indica que la velocidad absoluta a la salida del rodete solo tiene componente radial ($v_2 = v_{r2}$), y que las componentes radiales de la velocidad absoluta a la entrada y a la salida del rodete son iguales ($v_{r2} = v_{r1}$), con lo que la ecuación (3.1.2) queda de la forma

$$H_L = \frac{v_{r1}^2}{g}. \tag{3.1.3}$$

Por otra parte, al ser $v_{u2} = 0$, la ecuación (A.3.44) de Euler se reduce a

$$H_u = \frac{u_1 v_{u1}}{g}. \tag{3.1.4}$$

Del triángulo de velocidades a la entrada del rodete, se obtiene

$$v_{u1} = \frac{v_{r1}}{\tan \alpha_1}, \tag{3.1.5}$$

$$u_1 = v_{u1} + \frac{v_{r1}}{\tan(180° - \beta_1)} = v_{r1}\left[\frac{1}{\tan \alpha_1} + \frac{1}{\tan(180° - \beta_1)}\right]. \tag{3.1.6}$$

Introduciendo las ecuaciones (3.1.5) y (3.1.6) en la ecuación (3.1.4), y esta, a su vez, junto con la ecuación (3.1.3), en la ecuación (3.1.1), resulta finalmente

$$\boxed{\eta_h = \frac{1}{1 + \dfrac{\tan^2 \alpha_1 \tan \beta_1}{\tan \beta_1 - \tan \alpha_1}}.}$$

Problema 3.2. Cálculo de los ángulos de salida de los álabes del distribuidor y del rodete

Una turbina de flujo radial tiene un rodete de diámetro exterior $D_1 = 38$ cm y diámetro interior $D_2 = 26$ cm. Las anchuras de los álabes del rodete en las secciones de entrada y salida son, respectivamente, $b_1 = 6$ cm y $b_2 = 18$ cm. El área de la sección de paso en la entrada del rodete se reduce en un 5 % debido a la presencia de los álabes. El ángulo de los álabes del rodete en la sección de entrada es $\beta_1 = 90°$. El agua sale del rodete con una velocidad absoluta sin componente acimutal. La potencia en el eje de la turbina es de 196 kW. La velocidad de giro del rodete es $n = 950$ rpm. Los rendimientos hidráulico, volumétrico y orgánico son, respectivamente, $\eta_h = 0{,}9$, $\eta_v = 0{,}97$ y $\eta_o = 0{,}98$.

Calcular:

a) Salto neto.

b) Ángulo de salida de los álabes del distribuidor necesario para que el agua entre en el rodete sin choque.

c) Ángulo de los álabes del rodete en la sección de salida.

Solución

a) La ecuación (A.3.44), teniendo en cuenta que, según se indica en el enunciado, $v_{u2} = 0$, y que, al ser $\beta_1 = 90°$, $u_1 = v_{u1}$, se reduce a

$$H_u = \frac{u_1^2}{g} = \frac{\left(950\,\frac{2\pi}{60}\,\frac{0{,}38}{2}\right)^2}{9{,}81} = 36{,}42 \text{ m}.$$

El salto neto es

$$\boxed{H_n = \frac{H_u}{\eta_h} = \frac{36{,}42}{0{,}9} = 40{,}47 \text{ m}.}$$

b) El caudal puede obtenerse a partir de la ecuación (A.3.30):

$$Q = \frac{\dot{W}_t}{\eta_t \rho g H_n} = \frac{196\,000}{(0{,}9)(0{,}97)(0{,}98)(1000)(9{,}81)(40{,}47)} = 0{,}577 \text{ m}^3\,\text{s}^{-1}.$$

Por otra parte,

$$\eta_v Q = 0{,}95\,\pi D_1 b_1 v_{r1},$$

con lo que se obtiene

$$v_{r1} = \frac{(0{,}577)(0{,}97)}{(0{,}95)\pi(0{,}38)(0{,}06)} = 8{,}226 \text{ m}\,\text{s}^{-1}.$$

Del triángulo de velocidades a la entrada del rodete, resulta

$$\boxed{\alpha_1 = \arctan\frac{v_{r1}}{u_1} = \arctan\frac{8{,}226}{18{,}9} = 23{,}52°.}$$

c) Del triángulo de velocidades a la salida del rodete, resulta

$$\tan(180° - \beta_2) = \frac{v_{r2}}{u_2} = \frac{\frac{Q\eta_v}{\pi D_2 b_2}}{u_2} = \frac{\frac{(0{,}577)(0{,}97)}{\pi(0{,}26)(0{,}18)}}{950\,\frac{2\pi}{60}\,\frac{0{,}26}{2}} = 0{,}2944,$$

de donde se obtiene

$$\boxed{\beta_2 = 163{,}6°.}$$

Problema 3.3. Cálculo de magnitudes en la sección de entrada del rodete y altura de pérdidas en el rodete

El rodete de una turbina Francis, con un diámetro de 1,5 m, desarrolla una potencia de 12 500 kW con un caudal de 12,3 $m^3\,s^{-1}$ y girando a una velocidad de 430 rpm.

El agua entra en el rodete sin choque, con una componente meridiana de velocidad de 9,6 $m\,s^{-1}$, y sale hacia el tubo difusor con una velocidad de 7,2 $m\,s^{-1}$, sin componente acimutal. La diferencia entre las cotas piezométricas a la entrada y salida del rodete es de 60 m. Calcular:

a) Velocidad y dirección del agua a la entrada del rodete.

b) Ángulo de entrada de los álabes del rodete.

c) Altura de pérdidas en el rodete.

Solución

a) $v_1 = 31{,}59\ m\,s^{-1}$; $\alpha_1 = 17{,}69°$.

b) 111,0°.

c) 4,61 m.

Problema 3.4. Determinación de magnitudes geométricas y análisis de pérdidas

Una turbina Francis de flujo radial proporciona una potencia en el eje $\dot{W}_t = 4000$ kW funcionando bajo un salto neto $H_n = 50$ m y girando a una velocidad $n = 250$ rpm. Los diámetros interior y exterior del rodete son $D_2 = 80$ cm y $D_1 = 160$ cm, respectivamente. La relación entre las anchuras de los álabes del rodete en las secciones de entrada y salida es $b_1/b_2 = 0{,}5$. El agua sale del rodete con una velocidad absoluta $v_2 = 8\ m\,s^{-1}$, sin componente acimutal. El rendimiento total es $\eta_t = 0{,}85$, el rendimiento volumétrico es $\eta_v = 0{,}98$ y el rendimiento orgánico es $\eta_o = 0{,}97$.

Determinar:

a) Ángulo de salida de los álabes del distribuidor y ángulo de entrada de los álabes del rodete.

b) Anchura de los álabes en las secciones de entrada y salida del rodete.

c) Triángulo de velocidades a la salida del rodete.

La sección de salida del tubo difusor tiene un diámetro $D_{d2} = 3$ m. La pérdida de altura en el interior del tubo difusor es $H_{L,\mathrm{d}} = 1$ m, y en el conjunto voluta-distribuidor es $H_{L,\mathrm{v-d}} = 0{,}9$ m. El salto bruto es $H_b = 54$ m. La tubería forzada tiene una longitud de 550 m y un diámetro de 2 m.

d) Calcular la altura de pérdidas en el rodete.

e) Calcular el factor de fricción en la tubería forzada.

Solución

a) El rendimiento hidráulico

$$\eta_h = \frac{\eta_t}{\eta_v \eta_o} = 0{,}894.$$

El salto útil $H_u = \eta_h H_n = (0{,}894)(50) = 44{,}71$ m. Por otra parte, la ecuación (A.3.44) de Euler se reduce a

$$H_u = \frac{u_1 v_{u1}}{g}, \tag{3.4.1}$$

al ser $v_{u2} = 0$.

Despejando v_{u1} de la ecuación (3.4.1), y sustituyendo

$$u_1 = n\frac{D_1}{2} = \frac{2\pi(250)}{60}\frac{1{,}6}{2} = 20{,}94\ \mathrm{m\,s^{-1}},$$

se obtiene $v_{u1} = 20{,}94\ \mathrm{m\,s^{-1}}$. La componente radial v_{r1} puede obtenerse a partir de la ecuación de continuidad,

$$v_{r1} b_1 D_1 = v_{r2} b_2 D_2.$$

Teniendo en cuenta que $b_1/b_2 = 0{,}5$ y que $v_{r2} = v_2 = 8\ \mathrm{m\,s^{-1}}$, resulta $v_{r1} = 8\ \mathrm{m\,s^{-1}}$.

En la sección de entrada,

$$\tan\alpha_1 = \frac{v_{r1}}{v_{u1}},$$

de donde se obtiene un ángulo de salida de los álabes del distribuidor

$$\boxed{\alpha_1 = 20{,}91^\circ.}$$

El ángulo de entrada de los álabes del rodete, teniendo en cuenta que

$$\tan(180^\circ - \beta_1) = \frac{v_{r1}}{u_1 - v_{u1}},$$

resulta

$$\boxed{\beta_1 = 90{,}02^\circ.}$$

b) El caudal es

$$Q = \frac{\dot{W}_t}{\eta_t \rho g H_n} = 9{,}594\ \mathrm{m^3\,s^{-1}}.$$

El espesor de los álabes en la sección de entrada es

$$\boxed{b_1 = \frac{Q\eta_v}{\pi D_1 v_{r1}} = 0{,}2338\ \mathrm{m},}$$

y en la sección de salida,

$$\boxed{b_2 = 2b_1 = 0{,}4676\ \mathrm{m}.}$$

c) Al ser nula la componente acimutal de la velocidad del agua en la sección de salida del rodete,

$$\boxed{\alpha_2 = 90^\circ,}$$

$$\boxed{v_{r2} = v_2 = 8\ \mathrm{m\,s^{-1}},}$$

$$\boxed{\beta_2 = 180^\circ - \arctan\left(\frac{v_{r2}}{u_2}\right) = 142{,}6^\circ.}$$

d) La altura de pérdidas en el rodete viene dada por

$$\boxed{H_{L,\mathrm{r}} = H_n - H_u - H_{L,\mathrm{d}} - H_{L,\mathrm{v-d}} = 3{,}391\ \mathrm{m}.}$$

e) La diferencia entre el salto bruto y el salto neto a la entrada de la turbina es igual a la altura de las pérdidas que se producen en la tubería forzada (obsérvese que solo se dan datos para calcular las pérdidas por fricción) más la pérdida de energía cinética a la salida del difusor:

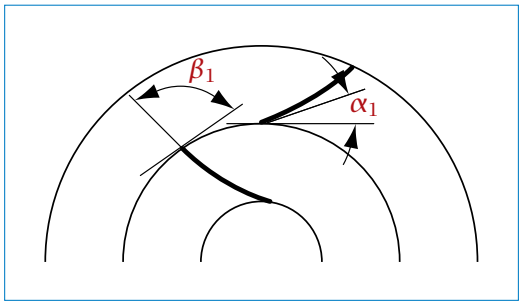
$$H_b - H_n = H_{\varphi_e} + H_{\varphi_s} = f\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g} + \frac{v_{d2}^2}{2g},$$

donde f es el factor de fricción; $L = 550$ m y $D = 2$ m, la longitud y el diámetro de la tubería, respectivamente; $v_{d2} = Q/(\pi {D_{d2}}^2/4) = 1{,}330\ \mathrm{m\,s^{-1}}$, la velocidad del agua en la sección de salida del difusor, y $v = Q/(\pi D^2/4) = 3{,}054\ \mathrm{m\,s^{-1}}$, la velocidad del agua en la tubería forzada. Sustituyendo y despejando, se obtiene[1]

$$\boxed{f = 0{,}02991.}$$

Problema 3.5. Determinación de diversas magnitudes de funcionamiento en una turbina con difusor de forma troncocónica (I)

El rodete de una turbina Francis de eje vertical tiene un diámetro exterior $D_1 = 76$ cm y una sección de entrada con un área de paso efectiva $S_1 = 0{,}2\ \mathrm{m}^2$. El salto neto es $H_n = 26$ m y la velocidad de giro $n = 375$ rpm. El ángulo de salida de los álabes del distribuidor es $\alpha_1 = 15°$, y el ángulo de entrada de los álabes del rodete es $\beta_1 = 105°$. En la sección de salida del rodete la componente acimutal de la velocidad es nula. El agua entra en el rodete sin choque.



El difusor es un tronco de cono recto de eje vertical, de 6 m de longitud, con un diámetro de la sección de entrada $D_{d1} = 45$ cm y un semiángulo de

[1] Aunque, en principio, se podría incluir la pérdida de energía cinética a la salida del difusor dentro de las pérdidas en la turbomáquina, y dado que se trata de un excedente de energía que no es posible aprovechar, resulta más preciso considerarla como una pérdida de energía en la instalación, que se produce aguas abajo de la turbina.

apertura de 8°, cuya sección de salida se encuentra sumergida a una profundidad de 60 cm por debajo de la superficie libre del agua en el canal de descarga. La altura de pérdidas en el interior del difusor es $H_{L,\mathrm{d}} = 0{,}4\,Q^2$ (Q en $\mathrm{m^3\,s^{-1}}$ y $H_{L,\mathrm{d}}$ en m). Se supondrá $\eta_v = 1$. Tómese una presión atmosférica equivalente a 10,33 m de columna de agua. Calcular:

a) Rendimiento hidráulico de la turbina.

b) Potencia útil.

c) Presión absoluta en la sección de entrada al difusor.

Solución

a) $\eta_h = 0{,}815$.

b) $\dot{W}_u = 155{,}0$ kW.

c) 39,57 kPa.

Problema 3.6. Cálculo de magnitudes en la sección de entrada del rodete y de la potencia en el eje

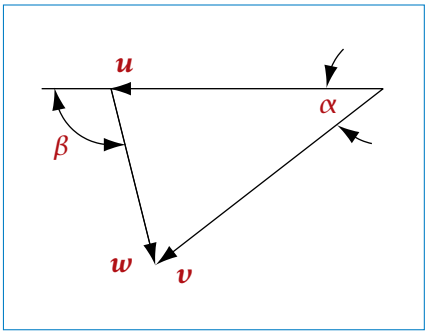
El rodete de una turbina de flujo radial tiene un diámetro exterior $D_1 = 1$ m y un diámetro interior $D_2 = 0{,}75$ m. Las anchuras de los álabes en las secciones de entrada y salida del rodete son, respectivamente, $b_1 = 10$ cm y $b_2 = 27$ cm. El ángulo de salida de los álabes del distribuidor es $\alpha_1 = 10°$, y los ángulos de los álabes del rodete en las secciones de entrada y salida son, respectivamente, $\beta_1 = 100°$ y $\beta_2 = 165°$. Las secciones de paso en la entrada y en la salida del rodete se reducen en un 15 % debido al espesor de los álabes. Los rendimientos orgánico y volumétrico son, respectivamente, $\eta_o = 0{,}97$ y $\eta_v = 0{,}96$. La altura correspondiente a la energía cinética del agua a la salida del rodete es de 3,42 m. Determinar:

a) Componente radial de la velocidad en la sección de entrada del rodete.

b) Potencia en el eje.

Solución

a) Se van a expresar las velocidades en el triángulo de entrada en función de v_{r1}; a continuación se relacionarán las velocidades del triángulo de salida con las del triángulo de entrada, y finalmente se hará uso de la última indicación que se hace en el enunciado.



Del triángulo de velocidades a la entrada del rodete:

$$\tan(180^\circ - \beta_1) = \frac{v_{r1}}{u_1 - v_{u1}},$$

$$\tan\alpha_1 = \frac{v_{r1}}{v_{u1}}.$$

De las dos ecuaciones anteriores se obtiene

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{v_{r1}}{\tan\alpha_1} + \frac{v_{r1}}{\tan(180^\circ - \beta_1)} \\ &= v_{r1}\left[\frac{1}{\tan 10^\circ} + \frac{1}{\tan(180^\circ - 100^\circ)}\right] = 5{,}85\, v_{r1}. \end{aligned} \tag{3.6.1}$$

Por otra parte,

$$u_2 = u_1 \frac{D_2}{D_1} = 0{,}75\, u_1;$$

teniendo en cuenta la ecuación (3.6.1), resulta

$$u_2 = 4{,}39\, v_{r1}. \tag{3.6.2}$$

De la ecuación de conservación de la masa aplicada al rodete se obtiene

$$v_{r2} = v_{r1}\frac{b_1 D_1}{b_2 D_2} = v_{r1}\frac{(0{,}1)(1)}{(0{,}27)(0{,}75)} = 0{,}49\, v_{r1}. \tag{3.6.3}$$

Del triángulo de velocidades a la salida del rodete:

$$v_{u2} = u_2 - \frac{v_{r2}}{\tan(180^\circ - \beta_2)};$$

introduciendo en esta ecuación las expresiones para u_2 y v_{r2} de las ecuaciones (3.6.2) y (3.6.3), resulta

$$v_{u2} = 4{,}39\, v_{r1} - \frac{0{,}49\, v_{r1}}{\tan(180^\circ - 165^\circ)} = 2{,}54\, v_{r1}. \tag{3.6.4}$$

Además,

$$v_2 = \sqrt{v_{r2}^2 + v_{u2}^2};$$

sustituyendo en esta ecuación las ecuaciones (3.6.3) y (3.6.4), se obtiene

$$v_2 = v_{r1}\sqrt{(0{,}49)^2 + (2{,}54)^2} = 2{,}59\, v_{r1}. \tag{3.6.5}$$

Por otra parte, según se indica en el enunciado,

$$\frac{v_2^2}{2g} = 3{,}42 \text{ m},$$

con lo que resulta $v_2 = 8{,}191 \text{ m s}^{-1}$. Introduciendo este resultado en la ecuación (3.6.5), se obtiene

$$\boxed{v_{r1} = 3{,}162 \text{ m s}^{-1}.}$$

b) La potencia en el eje se determina mediante la ecuación (A.3.30). Teniendo en cuenta la ecuación (A.3.26), puede escribirse

$$\dot{W}_t = \eta_v \eta_o \rho Q g H_u. \tag{3.6.6}$$

El salto útil es (ecuación (A.3.44) de Euler)

$$H_u = \frac{u_1 v_{u1} - u_2 v_{u2}}{g} = \frac{(18{,}49)(17{,}94) - (13{,}87)(8{,}041)}{9{,}81} = 22{,}44 \text{ m},$$

y el caudal,

$$Q = \frac{0{,}85\, v_{r1} \pi D_1 b_1}{\eta_v} = 0{,}8797 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}.$$

Sustituyendo valores en la ecuación (3.6.6), se obtiene

$$\boxed{\dot{W}_t = 180{,}3 \text{ kW}.}$$

Problema 3.7. Determinación de triángulos de velocidades, ángulos de los álabes y altura de pérdidas en el rodete

Una turbina de flujo radial proporciona una potencia útil $\dot{W}_u = 12$ MW funcionando bajo un salto neto $H_n = 114$ m con un caudal $Q = 12\ \mathrm{m^3\,s^{-1}}$. Los diámetros exterior e interior del rodete son, respectivamente, $D_1 = 1{,}8$ m y $D_2 = 1$ m, y las anchuras de sus álabes en las secciones de entrada y salida, $b_1 = 21$ cm y $b_2 = 45$ cm. El rodete gira a una velocidad $n = 430$ rpm. La velocidad absoluta del agua a la salida del rodete tiene dirección radial. La pérdida de energía en el estator se tomará igual a la energía cinética del agua a la salida del rodete. Se supondrá $\eta_v = 0{,}99$. Determinar:

a) Altura útil y triángulos de velocidades en las secciones de entrada y salida del rodete.

b) Ángulos de los álabes del rodete en las secciones de entrada y salida y ángulo de salida de los álabes del distribuidor.

c) Rendimiento hidráulico, y altura de pérdidas e incremento de presión en el rodete.

d) Tipo de turbina de que se trata.

Solución

a) $H_u = \dot{W}_u/(\rho Q g) = 101{,}9$ m;

$u_1 = \Omega D_1/2 = 40{,}53\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ ($\Omega = 2\pi n/60$);

$v_{u1} = g H_u/u_1 = 24{,}68\ \mathrm{m\,s^{-1}}$;

$v_{m1} = \eta_v Q/(\pi D_1 b_1) = 10{,}00\ \mathrm{m\,s^{-1}}$;

$u_2 = \Omega D_2/2 = 22{,}51\ \mathrm{m\,s^{-1}}$;

$v_{u2} = 0$;

$v_{m2} = \eta_v Q/(\pi D_2 b_2) = 8{,}403\ \mathrm{m\,s^{-1}}$.

b) $\beta_1 = 180° - \arctan[v_{m1}/(u_1 - v_{u1})] = 147{,}7°$;

$\beta_2 = 180° - \arctan(v_{m2}/u_2) = 159{,}5°$;

$\alpha_1 = \arctan(v_{m1}/v_{u1}) = 22{,}07°$.

c) $\eta_h = H_u/H_n = 0{,}8942$;

$H_{L,\text{rodete}} = H_n - H_u - v_{m2}^2/(2g) = 8{,}464$ m

[según se indica en el enunciado, $H_{L,\text{estator}} = v_2^2/(2g) = v_{m2}^2/(2g)$];

$\Delta p_{\text{rodete}} = \rho g(H_u + H_{L,\text{rodete}}) - \rho(v_{m1}^2 + v_{u1}^2 - v_{m2}^2)/2 = 763{,}9$ kPa.

d) $\omega_s = \Omega\,\dfrac{\dot{W}^{1/2}\rho^{3/4}}{(\Delta p_t)^{5/4}} = 430\,\dfrac{2\pi}{60}\,\dfrac{(12\times10^6)^{1/2}(1000)^{3/4}}{[(9{,}81)(1000)(114)]^{5/4}} = 0{,}7627.$

($n_s \approx 193\,\omega_s = 147{,}2$.)

De acuerdo con la Tabla A.3, se trata de una turbina Francis de velocidad intermedia.

Problema 3.8. Determinación de salto neto, rendimientos y geometría de los álabes

El rodete de una turbina radial, de velocidad específica $\omega_s = 0{,}29$, tiene un diámetro exterior $D_1 = 0{,}85$ m, un diámetro interior $D_2 = 0{,}5$ m y gira a una velocidad $n = 660$ rpm. La anchura de los álabes del rodete en la sección de entrada es $b_1 = 6$ cm. La sección de entrada al rodete se reduce en un 4% debido al espesor de los álabes. La velocidad radial en la sección de salida del rodete es $v_{r2} = 0{,}9v_{r1}$. La altura de pérdidas hidráulicas en la turbina se estima mediante la expresión

$$H_L = 1{,}2\times10^{-4}Q^2 - 0{,}14\,Q + 47$$

(Q en l/s y H_L en m). Se supondrá que los rendimientos orgánico, $\eta_o = 0{,}97$, y volumétrico no dependen del caudal. En el punto de funcionamiento de máximo rendimiento, la componente acimutal de la velocidad absoluta del agua en la sección de salida del rodete es nula y la potencia en el eje de la turbina es $\dot{W}_t = 500$ kW.

Determinar:

a) Salto neto en la turbina.

b) Rendimiento hidráulico máximo de la turbina y caudal en el punto de funcionamiento correspondiente.

c) Rendimiento volumétrico.