

Índice general

I	Electromagnetismo	1
1.	Campos Electrostáticos	3
1.1.	Carga eléctrica	5
1.1.1.	Cuantificación de la carga	7
1.1.2.	Conservación de la carga	8
1.1.3.	Cargas eléctricas puntuales y distribuciones continuas de carga eléctrica	8
1.1.3.1.	Densidad lineal de carga	9
1.1.3.2.	Densidad superficial de carga	9
1.1.3.3.	Densidad volumétrica de carga	10
1.2.	Fuerza eléctrica: Ley de Coulomb	10
1.2.1.	Fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales	10
1.2.2.	Principio de superposición lineal	12
1.2.3.	Fuerza eléctrica ejercida por un sistemas de cargas puntuales	13
1.2.4.	Fuerza eléctrica ejercida por distribuciones continuas de carga	14
1.3.	Campo Eléctrico	18
1.3.1.	Campo eléctrico creado por una carga puntual	19
1.3.2.	Campo eléctrico de un sistema de cargas puntuales	20

1.3.3.	Campo eléctrico de distribuciones continuas	22
1.3.4.	Movimiento de cargas puntuales en campos eléctricos	27
1.4.	Los dipolos eléctricos	29
1.4.1.	Campo eléctrico creado por un dipolo	30
1.4.2.	Comportamiento de los dipolos dentro de un campo eléctrico	32
1.5.	Las líneas del campo eléctrico	34
1.6.	Ley de Gauss	36
1.7.	Conductores y aislantes	49
1.8.	Resumen y Ecuaciones Básicas	51
1.9.	Ejercicios de Autoevaluación	53
2.	Potencial Eléctrico	59
2.1.	Potencial eléctrico	61
2.1.1.	Potencial eléctrico de un sistema de cargas puntuales	64
2.1.2.	Potencial eléctrico de distribuciones continuas de carga	65
2.2.	Superficies equipotenciales	70
2.3.	Energía potencial electrostática	71
2.4.	Capacidad	74
2.5.	Almacenamiento de la energía eléctrica	75
2.6.	Condensadores	78
2.6.1.	Condensadores de placas planas paralelas	78
2.6.2.	Condensadores cilíndricos	80
2.7.	Asociación de condensadores	83
2.7.1.	Condensadores en paralelo	83
2.7.2.	Condensadores en serie	85
2.8.	Dielectricos	89
2.8.1.	Estructura molecular de un dieléctrico	89

2.8.2.	Ley de Gauss en dieléctricos	91
2.8.3.	Dieléctricos en condensadores	92
2.8.4.	Condensadores con varios dieléctricos	94
2.8.5.	Energía almacenada en condensadores con dieléctricos	95
2.9.	Resumen y Ecuaciones Básicas	100
2.10.	Ejercicios de Autoevaluación	102
3.	Campos Magnéticos	109
3.1.	Imanes	111
3.2.	Fuerza ejercida por un campo magnético	111
3.2.1.	Fuerza ejercida por un campo magnético sobre una carga móvil	111
3.2.2.	Fuerza ejercida por un campo magnético sobre una corriente eléctrica	114
3.2.3.	Fuerza ejercida por un campo magnético sobre una espira rectangular	118
3.2.4.	Energía en las espiras	121
3.3.	Líneas de campo magnético	122
3.4.	Efecto Hall	123
3.5.	Campo magnético creado por cargas puntuales en movimiento	125
3.6.	Campo magnético creado por corrientes eléctricas: Ley de Biot y Savart	127
3.7.	Flujo magnético	136
3.8.	Ley de Gauss para el magnetismo	137
3.9.	Ley de Ampère	137
3.10.	Ley de Faraday y Ley de Lenz	143
3.10.1.	Medios estacionarios	145
3.10.2.	Medios en movimiento	146
3.10.3.	Fuerza electromotriz de movimiento	148

3.11. Inductancia	150
3.11.1. Autoinducción	150
3.11.2. Inducción mutua	152
3.12. Energía magnética	154
3.13. Resumen y Ecuaciones Básicas	155
3.14. Ejercicios de Autoevaluación	157
II Teoría de Circuitos	165
4. Circuitos de Corriente Continua	167
4.1. Introducción	169
4.2. La corriente eléctrica	172
4.3. Resistencia y Ley de Ohm	174
4.4. Circuitos eléctricos	177
4.4.1. Concepto de circuito eléctrico	178
4.4.2. Magnitudes fundamentales en los circuitos eléctricos	179
4.4.3. Elementos básicos	183
4.4.3.1. Las fuentes de energía eléctrica	184
4.4.3.2. Las resistencias	187
4.4.3.3. Los condensadores	193
4.4.3.4. Las bobinas	195
4.4.3.5. Los transformadores	196
4.4.3.6. Componentes electrónicos	197
4.4.4. Partes de un circuito	197
4.5. Leyes de Kirchhoff	198
4.6. Aplicación de las Leyes de Kirchhoff al análisis de circuitos	199
4.7. Teorema de Norton	207
4.8. Teorema de Thevenin	210

4.9. Teorema de Millman	215
4.10. Resumen y Ecuaciones Básicas	216
4.11. Ejercicios de Autoevaluación	218
5. Fenómenos Transitorios	223
5.1. Introducción	225
5.2. Resolución de ecuaciones diferenciales de primer orden	226
5.2.1. Condensadores.	229
5.2.2. Bobinas.	229
5.3. Circuito RC serie	230
5.4. Circuito RL serie	241
5.5. Análisis del régimen transitorio de circuitos	247
5.6. Resumen y Ecuaciones Básicas	252
5.7. Ejercicios de Autoevaluación	253
6. Circuitos de Corriente Alterna	257
6.1. Representación de las señales alternas: fasores	259
6.2. Concepto de Impedancia y Admitancia	262
6.3. Comportamiento de los componentes	264
6.3.1. Resistencias	264
6.3.2. Condensadores	265
6.3.3. Bobinas	266
6.4. Asociaciones de impedancias y admitancias	268
6.4.1. Asociación serie	268
6.4.2. Asociación paralelo	271
6.5. Análisis de circuitos de corriente alterna	275
6.6. Potencia	283
6.7. Resumen y Ecuaciones Básicas	294
6.8. Ejercicios de Autoevaluación	295

III	Dispositivos Electrónicos y Fotónicos	301
7.	Dispositivos Electrónicos	303
7.1.	Teoría de las bandas de los sólidos	305
7.2.	Conducción eléctrica en semiconductores	307
7.2.1.	Conducción en semiconductores intrínsecos	308
7.2.2.	Conducción en semiconductores extrínsecos	311
7.2.3.	Corrientes en los semiconductores	313
7.3.	Diodos	313
7.3.1.	Polarización directa	315
7.3.2.	Polarización inversa	316
7.3.3.	Curva característica y modelo matemático	317
7.3.4.	Modelos equivalentes del diodo	319
7.3.5.	Diodos en conmutación	329
7.3.5.1.	Tiempo de conmutación de conducción a corte	329
7.3.5.2.	Tiempo de conmutación de corte a conducción	330
7.3.6.	Tipos de diodos	330
7.3.7.	Aplicaciones elementales de los diodos	334
7.4.	Transistor Bipolar	335
7.4.1.	Funcionamiento	338
7.4.2.	Curvas características y regiones de funcionamiento	340
7.4.3.	El transistor en pequeña señal	343
7.4.4.	El transistor en corte y en saturación	344
7.4.5.	Modelos equivalentes del transistor bipolar	345
7.4.6.	Transistores en conmutación	347
7.5.	Transistores de efecto campo.	353
7.5.1.	Curvas características y modelo elemental de los transistores MOSFET	357

7.5.2.	Modelos equivalentes del transistor MOSFET	359
7.5.3.	Tipos de MOSFET	359
7.6.	Resumen y Ecuaciones Básicas	361
7.7.	Ejercicios de Autoevaluación	362
8.	Familias Lógicas	367
8.1.	Introducción	369
8.2.	Puertas lógicas	370
8.2.1.	La puerta NOT	370
8.2.2.	La puerta OR	371
8.2.3.	La puerta AND	371
8.2.4.	La puerta NOR	371
8.2.5.	La puerta NAND	372
8.3.	Características de las puertas lógicas	372
8.3.1.	Características estáticas	373
8.3.2.	Margen de ruido	374
8.3.3.	Flexibilidad lógica	375
8.3.4.	Disipación de potencia	376
8.3.5.	Velocidad de actuación	376
8.4.	Familia Lógica Bipolar (BJT)	378
8.4.1.	El inversor bipolar	378
8.4.2.	Lógica Resistencia-Transistor (RTL)	380
8.4.2.1.	Puerta NOR en RTL	380
8.4.2.2.	Puerta NAND en RTL	382
8.4.3.	Lógica Diodo-Transistor (DTL)	383
8.4.3.1.	Puerta NOR en DTL	383
8.4.3.2.	Puerta NAND en DTL	384
8.4.4.	Lógica Transistor Transistor (TTL)	385

8.4.4.1.	Puerta NAND en TTL	388
8.5.	Familia Lógica de Emisores Acoplados (ECL)	391
8.5.1.	Amplificador diferencial	391
8.5.2.	El inversor ECL	394
8.5.3.	Puerta NOR en ECL	396
8.6.	Familia Lógica MOS	398
8.6.1.	El inversor MOS	398
8.6.2.	Puerta NOR en NMOS	401
8.6.3.	Puerta NAND en NMOS	401
8.6.4.	El inversor en CMOS	402
8.6.4.1.	Inversor de tres estados	403
8.6.5.	Puerta NOR en CMOS	403
8.6.6.	Puerta NAND en CMOS	404
8.7.	Resumen	405
8.8.	Ejercicios de Autoevaluación	406
9.	Dispositivos Fotónicos	409
9.1.	Propiedades de la luz	411
9.1.1.	La luz como onda electromagnética	411
9.1.2.	La luz como modelo corpuscular	412
9.1.3.	Propagación de la luz	413
9.2.	Elementos optoelectrónicos	418
9.2.1.	Fotorresistores	418
9.2.2.	Células Fotovoltaicas	419
9.2.3.	Fotodiodos	419
9.2.3.1.	Modelo equivalente del fotodiodo	422
9.2.3.2.	Tipos de Fotodiodos	424
9.2.4.	Fototransistores	425

9.2.5. Dispositivos de acoplamiento de carga (CCDs)	426
9.2.6. Fotomultiplicadores	428
9.3. Comunicaciones Ópticas	428
9.4. Resumen	431

Capítulo 1

Campos Electroestáticos

CONTEXTO

El propósito de este capítulo es desarrollar la teoría del campo electrostático, es decir, de cargas eléctricas en reposo respecto al observador. Las leyes y teoremas que vamos a estudiar tienen su origen en fenómenos observados macroscópicamente por lo que van a ser analizados desde ese punto de vista. Su extrapolación a fenómenos microscópicos no se puede hacer sin tener en cuenta otras consideraciones en las que interviene la mecánica cuántica, lo cual se sale fuera del contexto de este libro.

Por otro lado, mientras no se especifique lo contrario, se considera que las leyes se aplican en el vacío. Cuando se disponga de otros medios materiales, los caracterizaremos por parámetros definidos mediante parámetros macroscópicos.

En este capítulo vamos a comenzar estudiando la carga eléctrica y sus propiedades. En las siguientes secciones se presenta una descripción vectorial del campo electrostático. El punto de partida lo constituye la ley de Coulomb relativa a la interacción eléctrica para pasar a un concepto más amplio que es el campo eléctrico. Se introducirán las líneas de campo eléctrico para intentar visualizarlo y se estudiará la ley de Gauss de campo eléctrico. Finalmente, vamos a definir los materiales como aislantes y conductores, dependiendo de su comportamiento cuando adquieren una carga eléctrica.

CONOCIMIENTO PREVIO NECESARIO

Dado que las fuerzas así como el campo eléctrico son magnitudes vectoriales, para entender los conocimientos de este capítulo es necesario manejar con soltura el cálculo vectorial y la trigonometría. Además, como veremos a lo largo del capítulo, cuando se dispone de distribuciones continuas de carga resulta imprescindible el manejo de integrales para el cálculo de la fuerza o campo eléctrico.

OBJETIVOS DEL CAPÍTULO

Los objetivos del capítulo son:

1. Estudio del concepto de carga eléctrica.
2. Conocer las distintas distribuciones de carga.
3. Saber calcular la fuerzas que aparecen en una determinada distribución de cargas mediante la aplicación de la ley de Coulomb así como el campo eléctrico que dicha distribución crea en un punto del espacio.
4. Conocer la ley de Gauss. Esto supone saber aplicar esta ley para el cálculo del campo eléctrico creado por una determinada distribución de cargas.
5. Desde el punto de vista del comportamiento eléctrico, diferenciar los distintos tipos de materiales.

GUÍA DE ESTUDIO

Lo conveniente es seguir el estudio del capítulo de manera secuencial.

1.1. Carga eléctrica

Los primeros trabajos sobre los fenómenos eléctricos se remontan a los griegos los cuales ya realizaron observaciones de la atracción eléctrica. Detectaron que al frotar el ámbar, éste atraía pequeños objetos como plumas. De ahí que la palabra eléctrico proceda del vocablo griego asignado al ámbar, elektron.

Para entender la existencia de la carga eléctrica podemos realizar el siguiente experimento. Supongamos que frotamos una barra de plástico con un trozo de piel y la suspendemos de una cuerda que puede girar libremente. Si aproximamos a esta barra una segunda barra de plástico, frotada también contra la piel, observamos que las barras se repelen entre sí. Un resultado semejante se obtiene si repetimos el experimento con dos barras de vidrio frotadas con seda. Sin embargo, cuando utilizamos una barra de plástico frotada con piel con una barra de vidrio frotada con seda, observamos que las barras se atraen entre sí. Si repetimos este experimento con distintos tipos de materiales comprobamos que algunos de ellos se atraen y otros se repelen.

La explicación a este fenómeno es que al frotar una barra se carga eléctricamente, además deducimos que dependiendo del material usado dicha carga es distinta, lo que hace que las barras se repelan o se atraigan entre sí. En base a este experimento podemos decir que todos los objetos cargados pueden clasificarse en dos tipos: aquellos que se cargan como la barra de plástico frotada con un trozo de piel y los que se cargan como la barra de vidrio frotada con un paño de seda. Este fenómeno fue explicado por Benjamín Franklin (1706-1790) el cual propuso que todos los objetos tienen una cantidad "normal" de electricidad pero cuando dos objetos se frotran entre sí, parte de la electricidad de uno se transfiere al otro, lo que hace que uno de ellos tenga exceso de carga y el otro deficiencia. Franklin les asignó los nombres de positiva o negativa. Así, la barra de vidrio frotada con un paño de seda la llamó positiva, lo cual significaba que el paño de seda adquiriría una carga eléctrica de igual magnitud. Por contra, el plástico frotado contra la piel adquiere una carga negativa y la piel adquiere una carga positiva de igual magnitud. Como vimos en nuestro experimento, dos objetos con el mismo tipo de carga se repelen entre sí, mientras que con cargas opuestas se atraen.

En resumen, la electrización es el fenómeno mediante el cual un objeto adquiere carga eléctrica ya sea positiva o negativa. Así, dos objetos electrizados con el mismo tipo de carga se repelerán, mientras que con cargas distintas se atraerán. Podemos observar distintos ejemplos de electrización en la vida cotidiana cuando nos cepillamos el pelo o cuando la puerta del coche nos da una descarga. Resulta

incluso de gran importancia el conocimiento de los fenómenos de electrización cuando manejamos circuitos electrónicos ya que éstos pueden verse dañados si se produce una descarga eléctrica.

Tal y como se ha visto anteriormente una forma de comunicar carga eléctrica a un objeto es por *fricción*, en donde frotamos el objeto con otro objeto. El frotamiento sirve sólo para establecer un buen contacto entre muchos puntos de las superficies, pasando electrones de una a la otra. Otra posibilidad de cargar un objeto es por *contacto* en cuyo caso se pone en contacto un objeto cargado con otro descargado transfiriéndose cargas entre ellos de manera que ambos resultan electrizados con el mismo tipo de carga. Finalmente, un objeto puede ser cargado por *inducción* la cual se produce sin necesidad de contacto entre los objetos y se debe a las fuerzas eléctricas de Coulomb ejercidas por un objeto cargado sobre los electrones de otro objeto descargado. Precisamente, este fenómeno es fundamental en la polarización de aislantes, en la carga de los condensadores o en la actuación de los elementos electrónicos como los transistores de efecto de campo.

Para entender este último caso de electrización, veamos el ejemplo mostrado en la figura 1.1, en donde se representa la sección transversal de una esfera metálica cuando aproximamos una barra cargada negativamente. El efecto de la barra sobre la esfera es la repulsión de los electrones, haciendo que parte de éstos se desplace a la superficie de la esfera opuesta a la barra. Esto produce una pérdida de carga negativa y, por tanto, un exceso de carga positiva en la superficie de la esfera próxima a la barra y un exceso de carga negativa en la zona opuesta. Tales excesos de carga se denominan cargas inducidas. Hemos de observar que no existió transferencia de carga de la barra a la esfera y que ésta sigue siendo eléctricamente neutra. Las cargas inducidas permanecerán mientras mantengamos cerca la barra cargada.



Figura 1.1: Cargas inducidas en una esfera metálica

Antiguamente para medir la presencia de carga en un objeto se disponía del electroscopio (creado por el médico inglés William Gilbert). Este dispositivo es un instrumento que permite determinar en un objeto, la presencia de cargas eléctricas, basándose en el fenómeno de separación de cargas por inducción. El electroscopio consiste en una varilla metálica que tiene una esfera en la parte superior y en el

extremo opuesto dos láminas de oro muy delgadas. La varilla está sostenida en la parte superior de una caja de vidrio transparente con un armazón de cobre en contacto con tierra. Cuando las láminas de oro no están cargadas, permanecen juntas en posición vertical. Sin embargo, cuando aproximamos un objeto cargado a la esfera las láminas se separan. Si, por ejemplo, el objeto está cargado positivamente, por inducción, la esfera va a quedar cargada con cargas negativas dejando cargas positivas en las láminas. Al tener el mismo tipo de carga éstas se repelen y se separan, siendo su divergencia una medida de la carga. Cuando separamos el objeto cargado de la esfera las láminas vuelven a juntarse. Actualmente este instrumento no es más que una curiosidad de museo, dando paso a mejores instrumentos electrónicos.

1.1.1. Cuantificación de la carga

La materia está constituida por átomos eléctricamente neutros. Un átomo se compone de un núcleo de carga positiva formado por protones y neutrones alrededor del cual se encuentra una nube de electrones de carga negativa. La cantidad de protones contenidos en el núcleo del átomo se conoce como núcleo atómico, el cual se representa por la letra Z . Los protones están cargados positivamente, los neutrones no tienen carga y los electrones están cargados negativamente. La carga de un protón es $+e$ y la de un electrón es $-e$, siendo e la unidad fundamental de carga. Por ello, al existir igual número de protones que de electrones, el átomo posee una carga neta cero. La masa, carga y el *espín* de un electrón o protón es una propiedad intrínseca de la partícula.

Las cargas se presentan en múltiplos enteros de la unidad fundamental de carga e . Nunca se han observado cargas menores que la del electrón. De este modo, toda carga Q puede escribirse en la forma $Q = \pm n_e e$, siendo n_e , un número entero. Sin embargo, en sistemas macroscópicos, n_e puede ser un número muy grande y la carga parece ser continua.

La unidad de carga en el Sistema Internacional (SI) es el culombio (C), el cual se obtiene en función de la unidad de corriente o intensidad eléctrica, el amperio, que será estudiado en el capítulo 4. El culombio es la cantidad de carga que fluye a través de un cable conductor en un segundo cuando la intensidad de corriente en el mismo es un amperio. La unidad fundamental de carga eléctrica e está relacionada con el culombio por:

$$e = 1.602177 \cdot 10^{-19} C \quad (1.1)$$

1.1.2. Conservación de la carga

Los experimentos descritos anteriormente indican que la carga se conserva. Esto es, cuando dos objetos se frotan, en uno de ellos aumenta el número de electrones resultando una carga negativa y en el otro disminuye el número de electrones resultando una carga positiva al contener más protones que electrones. La carga total, suma de las cargas de los dos objetos, no varía, es decir, la carga se conserva. La ley de conservación de la carga es una ley fundamental en la naturaleza. Aunque se produzcan interacciones entre partículas elementales se creen o destruyan electrones siempre van a crearse o destruirse cantidades iguales de cargas positivas de forma que la carga del universo no cambia.

1.1.3. Cargas eléctricas puntuales y distribuciones continuas de carga eléctrica

Cuando se trabaja con partículas cargadas, como electrones, protones, iones, etc., se puede considerar a dichas cargas como puntuales, esto es, como una carga concentrada en un punto geométrico del espacio. También se consideran cargas puntuales aquellas para las que calculamos magnitudes eléctricas a distancias mucho mayores que las dimensiones del objeto cargado.

La carga de un electrón o un protón es tan pequeña que su cuantificación no se pone de manifiesto a nivel macroscópico. Por ejemplo, un cuerpo con carga neta de -50 nC contiene unos $3,12 \cdot 10^{11}$ electrones en exceso. Podemos, por tanto, considerar que las cargas netas macroscópicas están distribuidas de forma continua ya que están muy cerca unas de otras en comparación con las demás distancias de interés y manejar elementos diferenciales de carga, dq , siempre que se cumpla $e \lll dq \lll q$.

Dependiendo de cómo se reparta la carga neta podemos encontrarnos con distintos tipos de distribución de carga. Cuando está repartida a lo largo de una dimensión tendremos una distribución lineal de carga, si está repartida a lo largo de dos dimensiones tendremos una distribución superficial de carga y si está repartida a lo largo de tres dimensiones resulta una distribución volumétrica. Para cualquier tipo de distribución continua de carga, el elemento de carga dq es tan pequeño que se comporta como una carga puntual, es decir, los elementos de línea (dl), de superficie (dS) o de volumen (dV) deben ser pequeños desde el punto de vista macroscópico. Veamos a continuación la definición de los tres tipos de densidad de carga.

1.1.3.1. Densidad lineal de carga

Si la carga neta está repartida de forma continua a lo largo de un hilo, tendremos una *densidad lineal de carga* que se simboliza por λ , representando la cantidad de carga por unidad de longitud. En un elemento diferencial de longitud, dl , tendremos un elemento diferencial de carga, dq cumpliéndose:

$$\lambda = \frac{dq}{dl} \quad (1.2)$$

con unidades de C/m en el SI.

La cantidad de carga neta a lo largo de un tramo de hilo se obtiene despejando dq en la ecuación (1.2) e integrando:

$$q = \int dq = \int \lambda dl \quad (1.3)$$

Si la carga está uniformemente repartida a lo largo del hilo, la densidad lineal de carga λ será constante, facilitando la resolución de esta integral.

1.1.3.2. Densidad superficial de carga

Si la carga neta está distribuida de forma continua a lo largo de una lámina sin espesor, tendremos una *densidad superficial de carga* que se simboliza por σ , representando la cantidad de carga por unidad de superficie. Siendo dS un elemento diferencial de superficie, tendremos:

$$\sigma = \frac{dq}{dS} \quad (1.4)$$

con unidades de C/m^2 en el SI.

La cantidad de carga neta en una superficie se obtiene despejando dq en la ecuación (1.4) e integrando:

$$q = \int_S dq = \int_S \sigma dS \quad (1.5)$$

Si la carga neta está uniformemente repartida a lo largo de la superficie, la densidad superficial de carga σ será constante, facilitando la resolución de esta integral.

1.1.3.3. Densidad volumétrica de carga

Cuando la carga neta está distribuida en un volumen, se introduce la *densidad volumétrica de carga* que se simboliza por ρ , representando la carga por unidad de volumen. Si dV es un elemento diferencial de volumen, tendremos:

$$\rho = \frac{dq}{dV} \quad (1.6)$$

con unidades de C/m^3 en el SI.

La cantidad de carga neta en un volumen se obtiene despejando dq en la ecuación (1.6) e integrando:

$$q = \int_V dq = \int_V \rho dV \quad (1.7)$$

Si la carga neta está uniformemente repartida a lo largo del volumen, la densidad volumétrica de carga ρ será constante, facilitando la resolución de esta integral.

1.2. Fuerza eléctrica: Ley de Coulomb

En 1785 Charles Coulomb dedujo la ley de fuerza electrostática usando una balanza de torsión semejante a la que se utilizó para medir la constante gravitacional. En sus experimentos Coulomb utilizó unas esferas cargadas, muy pequeñas en comparación con la distancia entre ellas de manera que las cargas podían considerarse como puntuales. Los resultados de los experimentos de Coulomb y otros científicos sobre la fuerza ejercida por una carga puntual sobre otra se resumen en la ley de Coulomb:

“La fuerza entre dos cargas puntuales es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, su dirección es la de la recta que une las cargas y el sentido depende de los signos respectivos, de atracción si son de signo opuesto y de repulsión si son del mismo signo.”

1.2.1. Fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales

La magnitud de la fuerza eléctrica ejercida por una carga puntual q_1 sobre otra carga puntual q_2 separadas por una distancia r viene dada por la siguiente expresión matemática:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1.8)$$

donde k es una constante determinada experimentalmente, llamada constante de Coulomb. Su valor depende de las unidades empleadas para la medida de la fuerza, carga y distancia. En el sistema internacional tiene el valor de $8,988 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2$ que para simplificar los cálculos, en este texto, aproximaremos a $9 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2$.

La constante de la ley de Coulomb, k , depende del medio en el que se encuentren las cargas a través de un parámetro eléctrico de dicho medio llamado *constante dieléctrica del medio* o *permitividad del medio*. Cuando el medio es el vacío, comportamiento semejante al aire seco, medio en el que Coulomb realizó sus experimentos, la constante de Coulomb es:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \quad (1.9)$$

donde la constante ϵ_o , es la *permitividad eléctrica del vacío*. Su valor en el SI es:

$$\epsilon_o = 8'85 \cdot 10^{-12} C^2/N \cdot m^2 \quad (1.10)$$

Siempre que no se diga lo contrario, el medio en el que trabajaremos es el vacío.

La fórmula vectorial de la fuerza ejercida por una carga q_1 , situada en \vec{r}_1 , sobre una carga q_2 , situada en \vec{r}_2 , viene dada por:

$$\vec{F}_{1,2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_1 q_2 (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \quad (1.11)$$

La figura 1.2 muestra los vectores de posición correspondientes a las cargas q_1 y q_2 que aparecen en la ecuación (1.11). Dicha ecuación expresa la dirección de la fuerza mediante el vector unitario:

$$\frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \quad (1.12)$$

y la distancia entre cargas viene dada por $|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$.

Nótese que la fuerza electrostática:

1. Es directamente proporcional al producto de las dos cargas que interactúan.
2. Disminuye con el inverso de la distancia de separación entre cargas al cuadrado y cuando las cargas son esféricas con distribuciones radiales de carga, dicha distancia se toma de centro a centro.

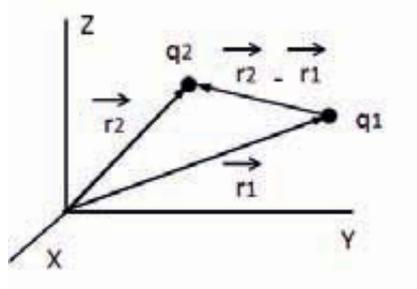


Figura 1.2: Vectores de posición de dos cargas puntuales

3. Tiene como dirección la recta que une a ambas cargas y su sentido depende del signo de las cargas, siendo repulsiva si las dos cargas tienen el mismo signo y atractiva si tienen distinto signo.
4. Es aplicable a distancias mayores que unos 10^{-4}m , pues a distancias inferiores predominan las fuerzas nucleares.
5. La fuerza cumple la ley newtoniana de acción y reacción, es decir, $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$, la fuerza de q_1 sobre q_2 es igual a menos la fuerza de q_2 sobre q_1 .
6. Es mucho más intensa que la fuerza gravitatoria (unas 1036 veces), a pesar de que la primera nos parece menos familiar que la segunda pero no hay que olvidar que las fuerzas eléctricas son responsables de la estructura atómica.

En un sistema de cargas, cada una de ellas ejerce una fuerza dada por la ecuación (1.11) sobre las restantes. A continuación vamos a estudiar cómo se obtiene la fuerza que sobre una carga ejerce una distribución de cargas. Para ello es necesario establecer, en primer lugar, el principio de superposición lineal.

1.2.2. Principio de superposición lineal

El principio de superposición lineal expresa que, la fuerza electrostática sobre una carga, es la suma vectorial de las componentes individuales ejercidas sobre la carga, debidas a cada carga puntual o densidad de carga.

Este principio se cumple siempre en el vacío. Cuando se calcula el campo en medios materiales, debemos tener en cuenta si el medio tiene una respuesta lineal en el intervalo de valores de la intensidad de campo considerada, de lo contrario

no se puede aplicar el principio de superposición lineal, y para calcular el campo debido a una suma de campos, debemos conocer la variación que experimentan los parámetros que caracterizan el medio con la intensidad de campo. Estos casos se salen fuera del propósito de esta asignatura.

1.2.3. Fuerza eléctrica ejercida por un sistemas de cargas puntuales

La fuerza sobre una carga q situada en el punto \vec{r} , debida a un sistema de cargas puntuales q_i , con $i = 1, 2, \dots, N$, situadas respectivamente en los puntos \vec{r}_i , será la suma vectorial de las fuerzas que cada carga individual ejerce sobre la carga q , esto es:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}_i) \quad (1.13)$$

EJEMPLO 1.1

Supongamos un sistema formado por tres cargas en el vacío $q_1 = 12 \text{ nC}$, $q_2 = -5 \text{ nC}$ y $q_3 = 10 \text{ nC}$ situadas en las posiciones expresadas en metros $\vec{r}_1 = (4, 6, 0) \text{ m}$, $\vec{r}_2 = (10, 4, 0) \text{ m}$ y $\vec{r}_3 = (-2, 0, 0) \text{ m}$, respectivamente. Se desea calcular la fuerza sobre la carga q_3 .

Para determinar la fuerza resultante sobre q_3 debemos aplicar el principio de superposición el cual nos dice que la fuerza neta sobre q_3 es el vector suma de la fuerza ejercida sobre ésta por q_1 , $\vec{F}_{1,3}$, más la fuerza ejercida sobre ésta por q_2 , $\vec{F}_{2,3}$.

Para ello, se comienza determinando los vectores distancia entre cargas, los cuales se representan en la figura 1.3, y su módulo correspondiente:

$$(\vec{r}_3 - \vec{r}_1) = (-2, 0, 0) - (4, 6, 0) = (-6, -6, 0) \text{ m}$$

$$|\vec{r}_3 - \vec{r}_1| = \sqrt{(-6)^2 + (-6)^2} = \sqrt{72} \text{ m}$$

$$(\vec{r}_3 - \vec{r}_2) = (-2, 0, 0) - (10, 4, 0) = (-12, -4, 0) \text{ m}$$

$$|\vec{r}_3 - \vec{r}_2| = \sqrt{(-12)^2 + (-4)^2} = \sqrt{160} \text{ m}$$

A continuación, se calcula la fuerza que ejerce cada una de las cargas del sistema sobre la carga q_3 aplicando la ecuación (1.11):

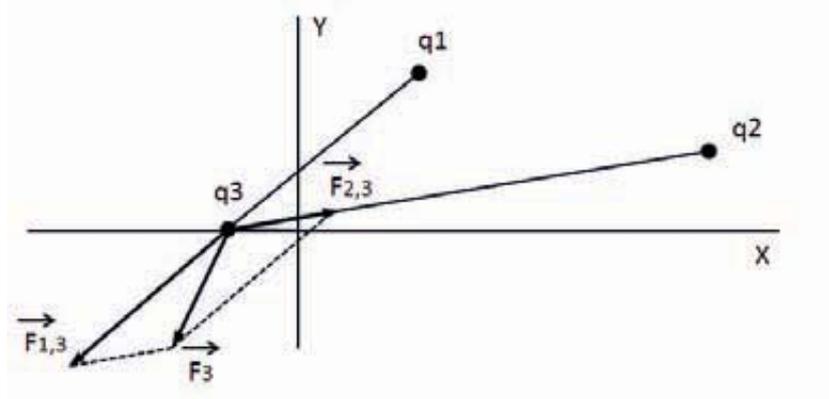


Figura 1.3: Vectores de posición de cargas puntuales

$$\vec{F}_{1,3} = 9 \cdot 10^9 \frac{12 \cdot 10^{-9} \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot (-6, -6, 0)}{(\sqrt{72})^3} = (-10'606, -10'606, 0) \text{ nN}$$

$$\vec{F}_{2,3} = 9 \cdot 10^9 \frac{(-5) \cdot 10^{-9} \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot (-12, -4, 0)}{(\sqrt{160})^3} = (2'668, 0'889, 0) \text{ nN}$$

La fuerza resultante sobre q_3 será la suma vectorial de ambas fuerzas:

$$\vec{F}_{neta} = \vec{F}_{1,3} + \vec{F}_{2,3} = (-7'938, -9'717, 0) \text{ nN}$$

1.2.4. Fuerza eléctrica ejercida por distribuciones continuas de carga

La fuerza sobre una carga q , situada en el punto \vec{r} , debida a una distribución lineal continua de carga, λ , se obtiene sumando las fuerzas que cada elemento de carga, dq_i ejerce sobre la carga q . Es decir, suponiendo un tramo elemental dl_i , situado en el punto \vec{r}_i de la distribución, la carga elemental es $\lambda(\vec{r}_i)dl_i$, y dicha carga elemental ejerce una fuerza \vec{F}_i sobre q . La suma de todas las fuerzas \vec{F}_i se convierte en integral, por lo que la expresión para calcular la fuerza sobre la carga q es ahora de la siguiente forma:

$$\vec{F}_q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \int \frac{\lambda(\vec{r}_i)(\vec{r} - \vec{r}_i)dl_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \quad (1.14)$$