

		Matemáticas II (F.G.)	
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	
03100305	Junio - 2015	Duración: 90min.	MODELO 01
			Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 01

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dados dos números a y b , tales que $ab \neq 0$, estudie si la matriz A^t es inversible. En caso afirmativo, calcule su inversa. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix}$

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie la posición relativa de los tres planos siguientes según valor del parámetro λ .
 $\pi_1 \equiv 3\lambda x + 2y + 3z = 0$, $\pi_2 \equiv x - \lambda y - z = 0$, $\pi_3 \equiv x - y - z - \lambda = 0$.

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie todas las rectas asíntotas de la gráfica de la función $f(x) = \frac{2x^3 - 4x^2}{x^2 - 3x + 2}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int_{-1}^1 (x^2 + 1)^3 (x - 1) dx$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea A una matriz cuadrada de orden 3 que verifica la ecuación matricial $A^2 = I - 2A$, siendo I la matriz identidad de orden 3. Pruebe que A es inversible y determine la matriz A^{-1} en función de A .

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dado el plano $\pi \equiv x - y + z - 3 = 0$, determine todos los planos que contienen a los puntos $A = (-1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$ y forman un ángulo de 30° con el plano π .

Observación: $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$, $\cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie y dibuje la gráfica de la función $f(x) = x^5 - 8x^2$.

8 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int \ln(x + 1) dx$:

Observación: $\ln x$ es el logaritmo neperiano de x .

		Matemáticas II (F.E.)	
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	
03100564	Junio - 2015	Duración: 90min.	MODELO 02
			Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 02

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dados dos números a y b , no nulos, estudie si la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix}$ tiene matriz inversa. En caso afirmativo, calcúlela.

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dada la recta: r_1 que pasa por los puntos $A = (0, 1, 1)$ y $B = (1, 1, 0)$, y la recta r_2 que pasa por los puntos $C = (-1, 0, 1)$ y $D = (0, 3, 0)$. Estudie si las dos rectas definen un plano que las contiene. ¿Cuál es su ecuación general?

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int \frac{5x - 2}{x^2 - 4} dx$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dada $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, estudie si existe la matriz inversa de A . En caso afirmativo, calcúlela.

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

¿Qué relación existe entre los coeficientes de la ecuación del plano $\pi \equiv ax + by + cz + d = 0$ para que π sea perpendicular a la recta $r_2 \equiv \begin{cases} x + y - z - 2 = 0 \\ x - 3y - z + 1 = 0 \end{cases}$ y que π contenga al punto origen de coordenadas.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

8 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^3 2x dx$.

		Matemáticas II (F.G.)		
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
03100305	Junio - 2015	Duración: 90min.		MODELO 03
				Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 03

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dado un número $a \neq 0$, determine si la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & 2 & -a \\ a^2 & 4 & a^2 \end{pmatrix}$ posee inversa en función del valor de a .

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dada la recta r_1 que pasa por los puntos $A = (0, 1, 1)$ y $B = (1, 1, 0)$, y la recta r_2 que pasa por los puntos $C = (-1, 0, 1)$ y $D = (0, 3, 0)$. Se pide estudiar si estas rectas definen un plano.

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 3x}}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int \frac{9}{16 + 25x^2} dx$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie el rango de la matriz A en función del número real α y el número entero n .

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & n & \alpha \\ n & \alpha & n+1 \\ \alpha & n+1 & \alpha \end{pmatrix}$$

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie si existe algún punto común a las rectas r_1 y r_2 . En caso de no existir, determine la distancia entre ambas rectas.

$$r_1 \equiv \begin{cases} x + y - z - 2 = 0 \\ x - y + z + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad r_2 \equiv \begin{cases} 2x + 2y - z - 3 = 0 \\ x - 3y + 3z + 2 = 0 \end{cases}$$

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{-x^2 + x}$.

8 Calcule $\int x^2 \sin 2x \, dx$.

		Matemáticas II (F.E.)	
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	
03100564	Junio - 2015	Duración: 90min.	MODELO 04
			Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 04

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dada la matriz A , estudie la existencia de una matriz X tal que $X \times A = I$. Calcúlela en el caso de que exista y sea única.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Observación: $X \times A$ representa el producto de matrices.

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie y determine, en caso de existir, el plano que contiene a los puntos $A = (1, 2, 1)$ y $B = (7, 0, 0)$, y que es perpendicular a la recta $r \equiv \begin{cases} 3x + 2y + 3z - 5 = 0 \\ x - y - z + 3 = 0 \end{cases}$.

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie el crecimiento y decrecimiento de la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x^3 - x}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule el área de la región del plano delimitada por la gráfica de la función $f(x) = x^4 - x$ y el intervalo $[-2, 1]$ del eje OX .

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea A una matriz cuadrada de orden 3 que verifica la ecuación matricial $A^2 + 2A = I$, siendo I la matriz identidad de orden 3. Compruebe que A es inversible determinando la inversa de A en función de A .

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie el número de rectas que determinan los tres planos siguientes:

$$\pi_1 \equiv 3x + 5y - 4z - 1 = 0, \quad \pi_2 \equiv x + 2y - z - 2 = 0, \quad \text{y} \quad \pi_3 \equiv -3x - 4y + 5z - 4 = 0.$$

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea la función $f(x) = e^x(x - 2)$. Estudie el dominio, asíntotas, crecimiento, posibles extremos relativos, convexidad y posibles puntos de inflexión de la función f . Dibuje la gráfica de f .

8 Calcule $\int x^2 \sin 3x \, dx$.

		Matemáticas II (F.G.)		
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
03100305	Junio - 2015	Duración: 90min.		MODELO 05
				Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 05

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dados dos números a y b , no nulos, estudie si la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & a \\ b & 0 & 0 \end{pmatrix}$ tiene matriz inversa. En caso afirmativo, calcúlela.

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine el punto Q que es el simétrico del punto $P = (2, 1, -3)$ respecto al plano que determinan los puntos $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$ y $C = (0, 0, 1)$.

Observación El punto Q es la imagen especular del punto P supuesto que el plano fuera un espejo.

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \sqrt{3x - x^2}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int (e^x + 2)(e^{x+1} - 1)dx$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dada $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, estudie si existe la matriz inversa de A . En caso afirmativo, calcúlela.

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Halle unas ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $A = (3, 5, 1)$ y corta a las dos rectas: $r := \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = 0 \end{cases}$ y $s := x - 1 = y - 1 = \frac{z - 1}{-2}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie y dibuje la gráfica de la función $f(x) = x^5 - 8x^2$.

8 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int \cos^2(3x)dx$.

		Matemáticas II (F.E.)	
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	
03100564	Junio - 2015	Duración: 90min.	MODELO 06
			Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 06

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dada la matriz A , estudie la existencia de una matriz X tal que $A \times X = I$, y calcúlela en el caso de que exista. Observación: $A \times X$ representa el producto de matrices.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Del paralelogramo $ABCD$ se conocen únicamente los puntos $A = (3, 1, 0)$, $B = (-1, 2, 1)$ y $C = (-2, 0, 4)$. Se pide determinar el cuarto punto D y el área del triángulo CDA .

Observación: $ABCD$ es el paralelogramo que une A con B , B con C , C con D y D con A .

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine las ecuaciones de todas las rectas asíntotas de la función $f(x) = \frac{1}{x^3 - x}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule el área de la región del plano delimitada por la gráfica de la función $f(x) = x^4 - x$ y el intervalo $[-2, 1]$ del eje OX .

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine las potencias A^{3k} de la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & c \\ b & 0 & 0 \end{pmatrix}$ donde a , b y c son números no nulos, y k es un número natural mayor que 1.

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Halle a y b para que los tres planos $\pi_1 := x + 2y - z = 1$, $\pi_2 := 2x + y + az = 0$ y $\pi_3 := 3x + 3y - 2z = b$ contengan a una misma recta r . Determine unas ecuaciones paramétricas de r .

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

De la función $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$, estudie el dominio, asíntotas, crecimiento y posibles puntos de máximo y mínimo relativo y haga un dibujo aproximado de la gráfica de la función f .

8 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int x \cos x \, dx$.

		Matemáticas II (F.G.)		
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
03100305	Junio - 2015	Duración: 90min.		MODELO 07
				Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 07

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Discuta y resuelva, según los valores del parámetro a , el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + ay + 2z = 0 \\ y - z = -1 \\ ax - y + z = 1 \end{cases}$$

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine la distancia del punto $A = (1, 1, 1)$ a la recta $r \equiv \begin{cases} 3x + 2y + 3z - 1 = 0 \\ x - y - z + 1 = 0 \end{cases}$.

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x - x^2}}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int_{-1}^1 (x^2 + 1)^3 (x - 1) dx$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie el rango de la matriz A para todos los números reales α y los números enteros n .

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & n & \alpha \\ n & \alpha & n + 1 \\ \alpha & n + 1 & \alpha \end{pmatrix}$$

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dado el plano $\pi \equiv x - y + z - 3 = 0$, determine todos los planos que contienen a los puntos $A = (-1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$ y forman un ángulo de 30° con el plano π .

Observación $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$, $\cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea la función $f(x) = e^x(x - 2)$. Estudie el dominio, asíntotas, crecimiento, posibles extremos relativos, convexidad y posibles puntos de inflexión de la función f . Haga un dibujo aproximado de la gráfica de la función f .

8 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int \cos^2(3x) dx$.

		Matemáticas II (F.E.)	
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	
03100564	Junio - 2015	Duración: 90min.	MODELO 08
			Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 08

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie si existe alguna matriz X tal que $A \times X \times B = C$, y en caso afirmativo, calcúlela.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Observación: $A \times X$ representa el producto de matrices.

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dada la recta: r_1 que pasa por los puntos $A = (0, 1, 1)$ y $B = (1, 1, 0)$, y la recta r_2 que pasa por los puntos $C = (-1, 0, 1)$ y $D = (0, 3, 0)$. ¿Qué plano definen estas dos rectas?.

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine las ecuaciones de todas las rectas asíntotas de la función $f(x) = \frac{1}{x^3 - x}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int \frac{9}{16 + 25x^2} dx$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Resuelva, dependiendo del valor de λ , el siguiente sistema $S_\lambda \equiv \begin{cases} 2\lambda x + 2y + 3\lambda z = 1 \\ \lambda x - \lambda y - z = 2 \\ x - y - z = \lambda \end{cases}$.

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Se consideran las rectas: r_1 , que pasa por los puntos $A = (0, 1, -1)$ y $B = (1, 1, 0)$, y $r_2 \equiv \begin{cases} 2x + y - z - 1 = 0 \\ x - y - z + 1 = 0 \end{cases}$. Calcule la distancia entre ellas, en el caso de que sean paralelas o que se crucen.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{3x - x^2}$.

8 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int_1^e \ln x^2 dx$.

Observación: $\ln x$ representa el logaritmo neperiano de x .

		Matemáticas II (F.G.)		
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
03100305	Junio - 2015	Duración: 90min.		MODELO 09
				Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 09

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dados dos números a , y b distintos, determine si la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & a & b \\ 4 & a^2 & b^2 \end{pmatrix}$ posee inversa en función de los valores de a , y b .

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine la distancia del punto $A = (1, 1, 1)$ a la recta $r \equiv \begin{cases} 3x + 2y + 3z - 1 = 0 \\ x - y - z + 1 = 0 \end{cases}$.

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Se considera la función $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Estudie el dominio, asíntotas, crecimiento, posibles puntos de máximo y mínimo relativo y haga un dibujo aproximado de la gráfica de la función f .

Observación: $\ln x$ designa el logaritmo neperiano de x .

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int \frac{6x^2 - 1}{8x^2 + 2} dx$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$. Hállese una matriz X que sea solución de la ecuación matricial $A X A^{-1} = C$.

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

¿Qué relación debe existir entre los coeficientes de la ecuación general del plano

$\pi \equiv ax + by + cz + d = 0$ para que dicho plano sea perpendicular a la recta

$r_2 \equiv \begin{cases} x + y - z - 2 = 0 \\ x - 3y - z + 1 = 0 \end{cases}$ y contenga al punto origen?

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

8 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int \ln(x + 1) dx$.

Observación: $\ln x$ es el logaritmo neperiano de x .

		Matemáticas II (F.E.)	
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	
03100564	Junio - 2015	Duración: 90min.	MODELO 10
			Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 10

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dada la matriz M , estudie la existencia de una matriz Y tal que $M \times Y = I$, y calcúlela

en el caso de que exista. $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Observación: $M \times Y$ representa el producto de matrices.

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

¿Cuál es la mínima distancia entre el punto $A = (1, 1, 1)$ y un punto de la recta

$$r \equiv \begin{cases} 3x + 2y + 3z - 1 = 0 \\ x - y - z + 1 = 0 \end{cases} ?$$

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie la función $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ y haga un dibujo aproximado de la gráfica de f .

Nota: $\ln x$ designa el logaritmo neperiano de x .

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int \frac{4}{25 + 16x^2} dx$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Resuelva, dependiendo del valor de λ , el siguiente sistema $S_\lambda \equiv \begin{cases} 2\lambda x + 2y + 3\lambda z = 1 \\ \lambda x - \lambda y - z = 2 \\ x - y - z = \lambda \end{cases}$.

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine la ecuación general de un plano que contiene al origen de coordenadas y es perpendicular a los planos que determinan la recta de ecuación general $r \equiv \begin{cases} x + y - z - 2 = 0 \\ x - y + z + 1 = 0 \end{cases}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea la función $f(x) = \begin{cases} -x - 2 & \text{si } x < -1 \\ a - 2x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ b/x & \text{si } 1 < x \end{cases}$.

Estudie si existen valores de a y b para que f sea derivable en toda la recta real.

8 Calcule $\int x^2 \sin(2+x) dx$.

		Matemáticas II (F.G.)	
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	
03100305	Junio - 2015	Duración: 90min.	MODELO 11
			Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 11

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie si existe alguna matriz X tal que $B \times X \times A = C$, y en caso afirmativo, calcúlela.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Observación: $A \times X$ representa el producto de matrices.

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine el área del cuadrilátero $ADCB$ tal que $A = (1, 2, 1)$, $B = (4, 4, 1)$, $C = (6, 1, 1)$ y $D = (2, -1, 1)$.

Observación: Cuadrilátero: Figura plana de cuatro lados

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dada la función $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Estúdiela y haga un dibujo aproximado de la gráfica de la función f .

Observación: $\ln x$ designa el logaritmo neperiano de x .

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule el área de la región del plano delimitada por las gráficas de las funciones siguientes: $f(x) = x^3 - x$ y $g(x) = x^2 - 1$ definidas en el intervalo $[-1, 1]$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -\lambda \\ 1 & \lambda & 3 \\ 4 & 1 & -\lambda \end{pmatrix}$ con $\lambda \in \mathbb{R}$ ¿Para qué valores de λ la matriz A no tiene inversa?

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Se consideran las rectas: r_1 , que pasa por los puntos $A = (0, 1, -1)$ y $B = (1, 1, 0)$, y $r_2 \equiv \begin{cases} 2x + y - z - 1 = 0 \\ x - y - z + 1 = 0 \end{cases}$. Calcule la distancia entre ellas, en el caso de que sean paralelas o que se crucen.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

8 Calcule $\int x \operatorname{sen} x \, dx$.

		Matemáticas II (F.E.)		
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
03100564	Junio - 2015	Duración: 90min.		MODELO 12
				Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 12

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dado un número a , determine si la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & a & -a \\ 4 & a^2 & a^2 \end{pmatrix}$ posee inversa en función del valor de a .

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie, y determine en caso de existir, el plano que contiene a los puntos $A = (1, 2, 1)$ y $B = (7, 0, 0)$, y que es perpendicular a la recta $r \equiv \begin{cases} 3x + 2y + 3z - 5 = 0 \\ x - y - z + 3 = 0 \end{cases}$.

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x^2 - x}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int (x^3 + 2x^2 + x)^4 dx$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine las potencias A^{3k} de la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & c \\ b & 0 & 0 \end{pmatrix}$ donde a, b y c son números no nulos, y k es un número natural mayor que 1.

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie el número de rectas que determinan estos tres planos:
 $\pi_1 \equiv 3x + 5y - 4z - 1 = 0$, $\pi_2 \equiv x + 2y - z - 2 = 0$, y $\pi_3 \equiv -3x - 4y + 5z - 4 = 0$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{3x - x^2}$.

8 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int_1^c \ln x^2 dx$.

Observación: $\ln x$ representa el logaritmo neperiano de x .

		Matemáticas II (F.E.)		
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
03100564	Junio - 2015	Duración: 90min.		MODELO 13
				Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 13

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea $a \in \mathbb{R}$. Determine el valor del determinante $\begin{vmatrix} a & a+1 & a+2 \\ a+3 & a+5 & a+7 \\ a+6 & a+9 & a+12 \end{vmatrix}$.

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dados la recta $r := \begin{cases} x = -1 - \lambda \\ y = -\lambda \\ z = 2\lambda \end{cases}$ y el plano $\pi := 2x - y + z - 1 = 0$, halle las ecuaciones paramétricas de la recta s , proyección ortogonal de r sobre π .

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x - x^2}}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int_{-1}^1 (x^2 + 1)^3(x - 1) dx$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea A una matriz cuadrada de orden 3 que verifica la ecuación matricial $2A + A^2 = I$, siendo I la matriz identidad de orden 3. Compruebe que A es inversible determinando la inversa de A en función de A .

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine la recta s que está contenida en los plano π_1 y π_2 , donde π_1 es el plano que contiene al origen y es perpendicular la recta $r \equiv \begin{cases} 2x - 2y - z + 2 = 0 \\ x - 2y - z - 3 = 0 \end{cases}$, y π_2 es el plano que pasa por el origen y es paralelo al plano $\pi \equiv 3x + 2y + 3z - 2 = 0$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie y dibuje la gráfica de la función $f(x) = x^5 - 8x^2$.

8 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int \cos^2(3x) dx$.

		Matemáticas II (F.G.)	
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	
03100305	Junio - 2015	Duración: 90min.	MODELO 14
			Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 14

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Discuta y resuelva, según los valores del parámetro a , el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + ay + 2z = 0 \\ y - z = -1 \\ ax - y + z = 1 \end{cases}$$

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

De un paralelogramo $ACDB$ se conocen únicamente los puntos $A = (3, 1, 0)$, $B = (-1, 2, 1)$ y $C = (-2, 0, 4)$. Se pide determinar el cuarto punto D y el área del triángulo CDA .

Observación: $ABCD$ es el paralelogramo que une A con B , B con C , C con D y D con A .

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine las ecuaciones de todas las rectas asíntotas de la función $f(x) = \frac{1}{x^3 - x}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int \frac{x^2 + 2x - 5}{-x^3 + 2x^2 + x - 2} dx$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Resuelva, dependiendo del valor de λ , el siguiente sistema $S_\lambda \equiv \begin{cases} 2\lambda x + 2y + 3\lambda z = 1 \\ \lambda x - \lambda y - z = 2 \\ x - y - z = \lambda \end{cases}$.

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine la recta s que está contenida en los planos π_1 y π_2 , donde π_1 es el plano que contiene al origen y es perpendicular a la recta $r \equiv \begin{cases} 2x - 2y - z + 2 = 0 \\ x - 2y - z - 3 = 0 \end{cases}$, y π_2 es el plano que pasa por el origen y es paralelo al plano $\pi \equiv 3x + 2y + 3z - 2 = 0$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

8 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int x^2 \operatorname{tg}^2(x^3) dx$.

Observación: $\operatorname{tg} x$ es la tangente de x .

		Matemáticas II (F.G.)	
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	
03100305	Septiembre - 2015	Duración: 90min.	MODELO 15
			Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 15

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie si existe alguna matriz X tal que $A \times X \times B = C$, y en caso afirmativo, calcúlela.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Observación: $A \times X$ representa el producto de matrices.

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine la distancia del punto $A = (1, 1, 1)$ a la recta $r \equiv \begin{cases} 3x + 2y + 3z - 1 = 0 \\ x - y - z + 1 = 0 \end{cases}$.

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie el crecimiento y decrecimiento de la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x^3 - x}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int \frac{-x^2 + 2x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -\lambda \\ 1 & \lambda & 3 \\ 4 & 1 & -\lambda \end{pmatrix}$ con $\lambda \in \mathbb{R}$ ¿Para qué valores de λ la matriz A no tiene inversa?

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie si existe algún punto común a las rectas r_1 y r_2 . En caso de no existir, determine la distancia entre ambas rectas.

$$r_1 \equiv \begin{cases} x + y - z - 2 = 0 \\ x - y + z + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad r_2 \equiv \begin{cases} 2x + 2y - z - 3 = 0 \\ x - 3y + 3z + 2 = 0 \end{cases}.$$

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea la función $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. Estudie el dominio, asíntotas, crecimiento y posibles puntos de máximo y mínimo relativo y haga un dibujo aproximado de la gráfica de la función f .

8 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int e^{x+1} \cos x \, dx$.

		Matemáticas II (F.E.)	
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	
03100564	Septiembre - 2015	Duración: 90min.	MODELO 16
			Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 16

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie si sistema S_λ posee solución, dependiendo del valor de λ , $S_\lambda \equiv \begin{cases} \lambda x + 2y + \lambda z = 2 \\ \lambda x - \lambda y - z = 1 \\ \lambda x - y - z = \lambda \end{cases}$.

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine el área del cuadrilátero $ABCD$ tal que $A = (1, 2, 1)$, $B = (4, 4, 1)$, $C = (6, 1, 1)$ y $D = (2, -1, 1)$.

Observación: Cuadrilátero: Figura plana de cuatro lados.

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x - x^2}}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int \frac{-x^2 + 2x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + 2y + 3z = -1 \\ 2x + 5y + 4z = -2 \\ x + 3y + a^2z = a^2 \end{cases}$. Determine la solución, en función de $a \in \mathbb{R}$ en el caso de que sea compatible y determinado.

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie si existe algún punto común a las rectas r_1 y r_2 . En caso de no existir, determine la distancia entre ambas rectas.

$r_1 \equiv \begin{cases} x + y - z - 2 = 0 \\ x - y + z + 1 = 0 \end{cases}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} 2x + 2y - z - 3 = 0 \\ x - 3y + 3z + 2 = 0 \end{cases}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{3x - x^2}$.

8 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int x^2 \operatorname{tg}^2(x^3) dx$.

Observación: $\operatorname{tg} x$ es la tangente de x .

		Matemáticas II (F.G.)	
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	
03100305	Septiembre - 2015	Duración: 90min.	MODELO 17
			Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 17

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dada la matriz A , estudie la existencia de una matriz X tal que $A \times X \times A = A$. Calcúlela en el caso de que exista. Observación: $A \times X$ representa el producto de matrices.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

De un paralelogramo $ABCD$ se conocen únicamente los puntos $A = (3, 1, 0)$, $B = (-1, 2, 1)$ y $C = (-2, 0, 4)$. Se pide determinar el cuarto punto D y el área del triángulo CDA .

Observación: $ABCD$ es el paralelogramo que une A con B , B con C , C con D y D con A .

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie las asíntotas de la gráfica de la función $f(x) = \frac{2x^3 - 4x^2}{x^2 - 3x + 2}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule el área de la región del plano delimitada por las gráficas de las funciones siguientes: $f(x) = x^3 - x$ y $g(x) = x^2 - 1$ definidas en el intervalo $[-1, 1]$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea $a \in \mathbb{R}$. Calcule, en función de a , el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -a \\ 0 & a & 1 \\ -a & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine la recta s que está contenida en los planos π_1 y π_2 , donde π_1 es el plano que contiene al origen y es perpendicular a la recta $r \equiv \begin{cases} 2x - 2y - z + 2 = 0 \\ x - 2y - z - 3 = 0 \end{cases}$, y π_2 es el plano que pasa por el origen y es paralelo al plano $\pi \equiv 3x + 2y + 3z - 2 = 0$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea la función $f(x) = \begin{cases} -x - 2 & \text{si } x < -1 \\ a - 2x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ b/x & \text{si } 1 < x \end{cases}$.

Estudie los valores de a y b para los que f sea derivable en toda la recta real. Determinelos si existen.

8 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int x \cos x \, dx$.

		Matemáticas II (F.E.)		
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
03100564	Septiembre - 2015	Duración: 90min.		MODELO 18
				Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 18

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie si sistema S_λ posee solución, dependiendo del valor de λ , $S_\lambda \equiv \begin{cases} \lambda x + 2y + \lambda z = 2 \\ \lambda x - \lambda y - z = 1 \\ \lambda x - y - z = \lambda \end{cases}$.

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie, y determine en caso de existir, el plano que contiene a los puntos $A = (1, 2, 1)$ y $B = (7, 0, 0)$, y que es perpendicular a la recta $r \equiv \begin{cases} 3x + 2y + 3z - 5 = 0 \\ x - y - z + 3 = 0 \end{cases}$.

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x^2 - x}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int \frac{6x^2 - 1}{8x^2 + 2} dx$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea A una matriz cuadrada de orden 3 que verifica la ecuación matricial $A^2 - I = -2A$, siendo I la matriz identidad de orden 3. Compruebe que A es inversible determinando la inversa de A en función de A .

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Halle unas ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $A = (3, 5, 1)$ y corta a las dos rectas: $r := \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = 0 \end{cases}$ y $s := x - 1 = y - 1 = \frac{z - 1}{-2}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea la función $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. Estudie el dominio, asíntotas, crecimiento y posibles puntos de máximo y mínimo relativo y haga un dibujo aproximado de la gráfica de la función f .

8 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int \ln(x + 1) dx$.

Observación: $\ln x$ es el logaritmo neperiano de x .

		Matemáticas II (F.G.)	
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	
03100305	Septiembre - 2015	Duración: 90min.	MODELO 19
			Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 19

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dada la matriz M , estudie la existencia de una matriz Y tal que $Y \times M = I$. Calcúlela en el caso de que exista. Observación: $M \times Y$ representa el producto de matrices.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine el punto Q simétrico del punto $P = (2, 1, -3)$ respecto al plano que determinan los puntos $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$ y $C = (0, 0, 1)$. Observación El punto Q es la imagen especular del punto P supuesto que el plano fuera un espejo.

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x^2 - x}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int (e^x + 2)(e^{x+1} - 1)dx$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$. Hállese una matriz X que sea solución de la ecuación matricial $A X C^{-1} = C$.

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Se consideran la recta $r := \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x + z + 1 = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi := x + my - z = 6$. Determine m para que r sea paralela a π . Calcule, para dicho valor de m , la distancia entre r y π .

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea la función $f(x) = \begin{cases} -x - 2 & \text{si } x < -1 \\ a - 2x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ b/x & \text{si } 1 < x \end{cases}$.

Determine el conjunto donde f es derivable en función de los valores de a y b .

8 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int e^{x+1} \cos x \, dx$.

		Matemáticas II (F.E.)	
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	
03100564	Septiembre - 2015	Duración: 90min.	MODELO 20
			Hoja: 1 de 1

Matemáticas II: 20

Atención: Conteste a los problemas de una única opción. Puede utilizar una calculadora científica sin prestaciones gráficas ni de programación.

Opción A

1 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Resuelva el sistema $S_\lambda \equiv \begin{cases} 3\lambda x + 2y + 3z = 1 \\ x - \lambda y - z = 1 \\ x - y - z = \lambda \end{cases}$ para aquellos valores de λ , que hacen al sistema compatible y determinado.

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine el área del cuadrilátero $ABCD$ tal que $A = (1, 2, 1)$, $B = (4, 4, 1)$, $C = (6, 1, 1)$ y $D = (2, -1, 1)$.

Observación: Cuadrilátero: Figura plana de cuatro lados.

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine las ecuaciones de todas las rectas asíntotas de la función $f(x) = \frac{1}{x^3 - x}$.

4 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcular $\int \frac{5x - 2}{x^2 - 4} dx$.

Opción B

5 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 2 \\ 0 & b & 0 \\ 2 & 0 & -a \end{pmatrix}$ donde a y b son números no nulos, determine A^4 .

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dado el plano $\pi \equiv x - y + z - 3 = 0$, determine todos los planos que contienen a los puntos $A = (-1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$ y forman un ángulo de 30° con el plano π .

Observación: $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$, $\cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{-1}{x^2 - x}$.

8 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Calcule $\int (x + \cos^3 x) dx$.