22-23

MÁSTER UNIVERSITARIO EN
MATEMÁTICAS AVANZADAS

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA

TOPOLOGÍA APLICADA

CÓDIGO 21520100

UNED

22-23

TOPOLOGÍA APLICADA

CÓDIGO 21520100

ÍNDICE

Nombre de la asignatura	TOPOLOGÍA APLICADA
Código	21520100
Curso académico	2022/2023
Título en que se imparte	MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS AVANZADAS
Tipo	
Nº ETCS	0
Horas	0.0
Periodo	SEMESTRE
Idiomas en que se imparte	

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

La Topología es una rama de la Geometría que trata de clasificar objetos geométricos, considerando equivalentes aquellos que son homeomorfos (es decir, que exista una biyección bicontinua entre ellos). La topología se ha desarrollado fuertemente en el siglo XX, construyendo invariantes topológicos que han ganado sofisticación y ayudado a resolver problemas muy importantes dentro de las matemáticas.

Recientemente la topología está siendo útil también en el tratamiento de datos y objetos de múltiples procedencias. En estas aplicaciones confluyen varias técnicas que están dando cuerpo a una nueva disciplina: el Análisis de Datos Topológico o Topología Aplicada, pues las aplicaciones recientes de la topología no se reducen al análisis de datos.

En general en topología aplicada se trata de intentar utilizar técnicas topológicas en el estudio de la geometría de objetos que aparecen en otras áreas y una de las componentes más importantes dentro de las aplicaciones son los métodos computacionales, que hacen posible el cálculo de invariantes de espacios “grandes”.

Las herramientas topológicas generales necesarias, y que será lo primero que se estudiará, son conocimientos básicos sobre complejos y homología simplicial. Más específico de la topología aplicada son los siguientes métodos: la construcción de filtraciones de complejos a partir de nubes de datos u otros objetos, la homología persistente (diagramas y estabilidad), y los métodos computacionales de la homología. Esta asignatura tiene una intersección no vacía con la asignatura "Topología" del máster, aunque el enfoque es diferente y complementario.

El método de trabajo será, en primer lugar, la lectura de materiales recientes donde se introducen de forma sencilla los conceptos, y después estudiar algunas de las aplicaciones de estas técnicas; bien en algunos de los artículos que proporciona el equipo docente o bien en artículos, vídeos o materiales que encuentre el estudiante personalmente.

A continuación copio un fragmento de la Introducción del artículo “A roadmap for the computation of persistent homology”, por Nina Otter, Mason A Porter, Ulrike Tillmann, Peter Grindrod and Heather A Harrington (2017):

“Techniques from the relatively newsubject of ‘topological data analysis’ (TDA) have provided a wealth of new insights in the study of data in an increasingly diverse set of applications —including sensor-network coverage, proteins, 3-dimensional structure of DNA, development of cells, stability of fullerene molecules, robotics, signals in images, periodicity in time series, cancer, phylogenetics, natural images, the spread of contagions, self-similarity in geometry, materials science, financial networks, diverse applications in neuroscience, classification ofweighted networks, collaboration networks analysis of mobile phone data, collective behavior in biology, time-series output of dynamical systems, natural-language analysis, and more. There are numerous others, and new applications of TDA appear in journals and preprint servers increasingly frequently. There are also interesting computational efforts. TDA is a field that lies at the intersection of data analysis, algebraic topology, computational geometry, computer science, statistics, and other related areas.

The main goal of TDA is to use ideas and results from geometry and topology to develop tools for studying qualitative features of data. To achieve this goal, one needs precise definitions of qualitative features, tools to compute them in practice, and some guarantee about the robustness of those features. One way to address all three points is a method in TDA called *persistent homology*. This method is appealing for applications because it is based on algebraic topology, which gives a well-understood theoretical framework to study qualitative features of data with complex structure, is computable via linear algebra, and is robust with respect to small perturbations in input data.”

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA

El requisito necesario para estudiar esta asignatura es dominar las nociones básicas de Topología General o Conjuntista (por ejemplo en la UNED estos contenidos se ven en la asignatura Topología del Grado en Matemáticas).

No es necesario cursar también la asignatura "Topología" de este máster, aunque es sin duda una forma de tener una base en Topología Algebraica más amplia, y beneficia, sin duda, a adquirir y mejorar los conocimientos y competencias de "Topología Aplicada".

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	ANTONIO FELIX COSTA GONZALEZ (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	acosta@mat.uned.es
Teléfono	91398-7224
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

Nombre y Apellidos	CARLOS SHAHIN SHABAZI ALONSO
Correo Electrónico	cshahbazi@mat.uned.es
Teléfono	
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

Martes de 10:30 a 13:30 y de 15:00 a 16:00.

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

COMPETENCIAS BÁSICAS

CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.

CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.

CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.

CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.

CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

COMPETENCIAS GENERALES

CG1 - Adquirir conocimientos generales avanzados en tres de las principales áreas de las matemáticas.

CG2 - Conocer algunas de las líneas de investigación dentro de las áreas cubiertas por el Máster.

CG4 - Aprender a redactar resultados matemáticos.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

CE1 - Saber abstraer las propiedades estructurales de los objetos matemáticos, distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales. Ser capaz de utilizar un objeto matemático en diferentes contextos.

CE2 - Conocer los problemas centrales, la relación entre ellos, las técnicas más adecuadas en los distintos campos de estudio, y las demostraciones rigurosas de los resultados relevantes.

CE4 - Saber analizar y construir demostraciones matemáticas, así como transmitir conocimientos matemáticos avanzados en entornos especializados.

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Conocimientos:

•Conocer los conceptos básicos sobre complejos y homología.

•Conocer los distintos complejos para obtener filtraciones para el análisis de nubes de datos y otros objetos.

•Entender el concepto de filtración y su repercusión en homología.

•Conocer el concepto de homología persistente y los distintos métodos de representación en diagramas.

•Entender la estabilidad de los diagramas de persistencia.

•Conocer y entender algunas aplicaciones de invariantes topológicos en otras ciencias o humanidades.

Destrezas y competencias:

•Aproximar con complejos y filtraciones de complejos nubes de datos y otros objetos geométricos.

•Cálculo efectivo de la homología de un complejo.

•Cálculo de la homología persistente de una fibración.

•Obtención de los diagramas de persistencia.

•Interpretación de los invariantes topológicos en aplicaciones.

•Manejo de paquetes informáticos específicos para el análisis de datos topológico (TDA).

CONTENIDOS

Análisis Topológico de datos

•¿Qué se entiende por análisis topológico de datos?

•Ejemplos de aplicaciones

Construcción de complejos simpliciales

•Definición de complejo simplicial

•Construcción de complejos a partir de objetos o datos: Complejos de Cech y de Rips.

•Teoría de Morse discreta

•Otros complejos

Homología

•Homología de complejos

•Métodos de cálculo de la homología

Homología persistente

•Definición de homología persistente
•Diagramas y cálculo
•Teorema de estabilidad

Otras aplicaciones de la topología

•Topología digital
•Espacios de configuraciones

METODOLOGÍA

Los contenidos esenciales para los tres primeros puntos están contenidos en dos artículos y un libro que ofrecen un panorama rápido de las partes fundamentales de la teoría. No es necesario leer uno a continuación del otro sino mucho mejor leerlos simultáneamente, pues algunas nociones pueden estar más claras en uno o en otro y el nivel es parecido. Tampoco es necesario leerlos completamente. Para el úlimo punto se aportan también varios materiales en la virtualización.

Por otro lado también puede ser interesante ver los vídeos que se listan en la bibliografía básica y que también cubren los contenidos. Hay otros libros, artículos, trabajos y listas de vídeos con ejemplos, aproximaciones a puntos específicos o incluso cursos completos.

El primer artículo recomendado es:

•A roadmap for the computation of persistent homology Nina Otter, Mason A Porter, Ulrike Tillmann, Peter Grindrod and Heather A Harrington.

Secciones que se recomiendan leer en este artículo:

Introducción al análisis topológico de datos.

Complejos simpliciales y su homología

Complejo de Cech

Homología persistente

Filtraciones de complejos y homología. Homología persistente. Diagramas.

Otras filtraciones de complejos.

Algoritmos de cálculo para la homología, la homología persistente y los diagramas de barras.

Estabilidad de diagramas

Librerías informáticas para el cómputo de la homología persistente

•Topological Data Analysis: Concepts, Computation, and Applications in Chemical Engineering, Alexander D. Smith, Pawel Dlotkoy, and Victor M. Zavala.

Introducción al análisis topológico de datos

Símplices y complejos simpliciales

Homología simplicial
Métodos de cómputo de la homología
Construcción de complejos simpliciales a partir de datos
Homología persistente, diagramas y estabilidad.
Topología de funciones continuas
Complejos cúbicos e imágenes
Aplicaciones: topología de nubes de datos, topología de series temporales y planos de fases, topología de campos escalares, topología de imágenes, …

•El libro es: Introduction to Persistent Homology, Ziga Virk, Univerza v Ljubljani (Universidad de Liubliana, Eslovenia), 2022.

Este libro tiene algunos capítulos que se pueden considerar repasos de temas que se suponen conocidos (se puede leer todo el libro, pues no es muy extenso y repasar algunos conceptos desde el punto del texto puede ser beneficioso). Los temas del libro que son propiamente del curso son:
Complejos simpliciales (capítulo 3)
Construcción de complejos simpliciales (capítulo 5)
Homología: definición y cálculo (capítulo 7)
Homología persistente: definición y cálculo (capítulo 9)
Homología persistente: teorema de estabilidad (capítulo 10)
Teoría de Morse discreta (capítulo 11)

•Otras aplicaciones de la Topología:
•Topología digital. Se puede leer fácilmente en un trabajo que se incluye en el material, también se incluye el trabajo fundacional de A. Roselfeld.
•Espacios de configuraciones. Capítulo I de Ghrist, secciones 1.2 y 1.5.
•También en este punto se pueden considerar las aplicaciones que cada estudiante pueda encontrar entre las muchas que ahora existen (ver bibliografía del libro de Ghrist, por ejemplo.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	2
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

No se permite material

Criterios de evaluación

Corrección matemática de la resolución de los ejercicios.

% del examen sobre la nota final	85
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4
Comentarios y observaciones	

CARACTERÍSTICAS DE LA PRUEBA PRESENCIAL Y/O LOS TRABAJOS

Requiere Presencialidad: No

Descripción

La Prueba Presencial constará de dos ejercicios prácticos. Puede ser sustituida por la realización de un trabajo (puede ser una ampliación del que fue entregado en la PEC) sobre una aplicación de la Topología. Por ejemplo una aplicación de TDA, donde se lleve a cabo por el estudiante el cálculo de la homología persistente

Criterios de evaluación

En el caso de la Prueba Presencial: la corrección matemática de las soluciones de los ejercicios.

En el caso de realización de un trabajo: corrección matemática del trabajo. Originalidad de la aplicación. Contribución del estudiante.

Ponderación de la prueba presencial y/o los trabajos en la nota final	El trabajo puede llegar a contabilizar el 100% de la calificación. El estudiante se debe presentar a la Prueba Personal y exponer un pequeño resumen una o dos páginas del trabajo entregado.
Fecha aproximada de entrega	31/01/2023
Comentarios y observaciones	

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC?: Si,PEC no presencial

Descripción

Dos modalidades:

Un trabajo corto sobre (máximo 5 páginas incluyendo bibliografía) sobre una aplicación de TDA que el estudiante debe buscar y proponer al equipo docente.

Resolución de un ejercicio cuyo enunciado estará disponible durante un día y que deberá ser entregado en "Entrega de Trabajos" de la virtualización.

Criterios de evaluación

Corrección matemática.

Originalidad y contribución del estudiante en el caso del trabajo.

Ponderación de la PEC en la nota final	Suma a la calificación un 15 por ciento de la calificación obtenida en la PEC.
Fecha aproximada de entrega	
Comentarios y observaciones	

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

Nota de la Calificación de la Prueba Presencial o Trabajo + 0.15 (Calificación de la PEC).

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

•Nina Otter, Mason A Porter, Ulrike Tillmann, Peter Grindrod and Heather A Harrington. A roadmap for the computation of persistent homology, EPJ Data Science (2017) 6:17.

•Alexander D. Smith, Pawel Dlotkoy and Victor M. Zavala, Topological Data Analysis: Concepts, Computation, and Applications in Chemical Engineering, ArXiv Nov. 2020.

•Ziga Virk, Introduction to Persistent Homology, Univerza v Ljubljani (Universidad de Liubliana, Eslovenia), 2022.

•Robert Ghrist, Elementary Applied Topology, ed. 1.0, Createspace, 2014. Version en captulos en pdf en acceso abierto: www2.math.upenn.edu/~ghrist/notes.html. Capítulo 1.

•A. Rosenfeld, Digital Topology, The American Mathematical Monthly , Oct., 1979, Vol. 86, No. 8 (Oct., 1979), pp. 621-630.

Los materiales anteriores se incluyen en la virtualización.

Hay dos series de vídeos que prácticamente cubren toda la materia del curso en:

Research Network of Applied Algebraic Topology

AATRN: https://www.aatrn.net

Ir al canal de YouTube de la red:

https://www.youtube.com/c/AppliedAlgebraicTopologyNetwork

En listas:

•Applied Topology por Henry Adams (los 15 primeros vídeos, después son temas también interesantes y aplicaciones)

•Applied Topology por David Damiano (es bastante más técnico, los vídeos sobre la distancia Bottleneck (cuello de botella) y estabilidad son interesantes)

Otros vídeo interesante es:

•Introduction to Persistent Homology –por Mattew Wright, https://www.youtube.com/watch?v=2PSqWBIrn90

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Bibliografía complementaria:

•Bibliografía en el curso virtual:

•Notas donde se pueden estudiar con más detalles algunos de los puntos de los artículos de la bibliografía básica:

•Magnus Bakke Botnan, Topological Data Analysis, Lecture Notes, Spring 2020

•Pawel Dlotko, Computational and applied topology, tutorial. ArXiv Agosto 2018.

•Gabriel Penido Calvo, Homología persistente de redes complejas, TFM, Universidad de Santiago de Compostela, Julio 2016. 89 páginas.

•Artículos con un panorámicos sobre el tema algunos con nivel parecido a los materiales de la bibliografía básica:

•Herbert Edelsbrunner and John Harer, Persistent Homology—a Survey, *Contemporary mathematics*, *453*, 257-282.

•Herbert Edelsbrunner and Dmitriy Morozov, Persistent Homology: Theory and Practice, Proceedings of the European Congress of Mathematics, 2012.

•Robert Ghrist Barcodes: the persistent topology of data. Bulletin of the American Mathematical Society (New Series) 45, 1 (2008), 61–75.

•Shmuel Weinberger, What is… persistent homology? Notices AMS, vol. 58, n. 1, 36-39.

•Afra Zomorodian and Gunnar Carlsson, Computing Persistent Homology, Discrete and Computational Geometry 33 (2005) 249-274.

•Vídeos en el canal de YouTube del Research Network of Applied Algebraic Topology.

Otro video interesante:

•On the shape of data, P. Dlotko, https://www.youtube.com/watch?v=JkMn_YDFU20

Libros:

•Robert Ghrist, Elementary Applied Topology, ed. 1.0, Createspace, 2014. Version en captulos en pdf en acceso abierto: www2.math.upenn.edu/~ghrist/notes.html.

•Herbert Edelsbrunner, A Short Course in Computational Geometry and Topology, Springer, 2014.

•Raul Rabadan and Andrew J. Blumberg, Topological Data Analysis for Genomics and Evolution, Cambridge University Press, 2019.

•Afra J. Zomorodian, Topology for Computing, Cambridge University Press, 2005.

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Research Network of Applied Algebraic Topology
AATRN: https://www.aatrn.net
Ir al canal de YouTube de la red:
https://www.youtube.com/c/AppliedAlgebraicTopologyNetwork
En listas:

•Applied Topology por Henry Adams (los 15 primeros vídeos, después son temas también interesantes y aplicaciones)

•Applied Topology por David Damiano (es bastante más técnico, los vídeos sobre la distancia Bottleneck (cuello de botella) y estabilidad son interesantes)

Otros vídeos interesantes:

•Introduction to Persistent Homology –por Mattew Wright, https://www.youtube.com ›watch ›v=h0bnG1Wavag

•Vídeos en el canal de YouTube del Research Network of Applied Algebraic Topology.

•On the shape of data, P. Dlotko, https://www.youtube.com/watch?v=JkMn_YDFU20

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.