ASIGNATURA DE MÁSTER:

ECUACIONES Y SISTEMAS DIFERENCIALES LINEALES

Curso 2011/2012

(Código:21152025)

1.PRESENTACIÓN

FICHA DE LA ASIGNATURA

Órgano responsable: Departamento de Matemáticas Fundamentales (UNED)
Nombre de la asignatura: Ecuaciones y Sistemas Diferenciales Lineales
Semestre: 2º
Créditos ECTS: 7,5
Horas estimadas de trabajo del estudiante: 187,5
Horas de trabajo personal (y en grupo) y otras actividades: 187,5
75 horas de estudio teórico, 75 de ejercicios, 37,5 de otras actividades: laboratorio informático, tutorías, consultas a la virtualización, tareas de evaluación.
Profesorado (indicando el coordinador): Francisco Bernis Carro

Objetivos, destrezas y competencias que se van a adquirir:

El primer objetivo es la adquisición de conocimientos básicos y algunos conocimientos más avanzados sobre ecuaciones y sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales.
En segundo lugar se desea mostrar cómo las ecuaciones diferenciales lineales se aplican al estudio de problemas de las ciencias físicas, naturales y sociales.

Destrezas:
Saber aplicar los teoremas de prolongación de soluciones, especialmente a ecuaciones y sistemas lineales. Distinguir entre existencia local y existencia global.
Manejar bien las relaciones entre ecuaciones y sistemas lineales homogéneos y no homogéneos, así como los sistemas fundamentales (o bases) de soluciones.
Calcular las soluciones de las ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes de orden n.
Resolver sistemas lineales con coeficientes constantes usando métodos matriciales (autovalores y autovectores) y métodos de eliminación.
Saber aplicar a las ecuaciones lineales de segundo orden (con coeficientes variables) métodos de desarrollo en serie, de función de Green y de oscilación.
Tener unas nociones de las ecuaciones diferenciales de Legendre y Bessel, y de las funciones asociadas a ellas.

Competencias:
Estudio de problemas, situaciones o modelos definidos por procesos cuyas variables están relacionadas por dependencias diferenciales.
Estar en condiciones de seguir estudios más profundos en ecuaciones diferenciales ordinarias.

Prerrequisitos:
Nociones de Números complejos y de Geometría euclídea.
Conocimientos de Álgebra Lineal y Análisis Matemático de una y varias variables.

Contenido (breve descripción de la asignatura)

1. Existencia global (o prolongación) de las soluciones. Aplicación a las ecuaciones y sistemas diferenciales lineales.
2. Ecuaciones y sistemas lineales: Propiedades generales.
3. Ecuaciones lineales con coeficiente constantes: Resolución.
4. Sistemas lineales con coeficientes constantes: Método de eliminación.
5. Sistemas lineales con coeficientes constantes: Método de autovalores y autovectores.
6. (Optativo): Aplicaciones y modelos en las ciencias físicas, naturales y sociales.
7. El problema de Sturm-Liouville (de segundo orden).
8. Soluciones en series de potencias. Ecuaciones de Legendre y de Bessel.

Bibliografía básica:

M. Valdivia, Análisis Matemático III, Tomo II, UNED, Madrid 1998.

Metodología docente: Enseñanza a distancia, metodología de la UNED.
Enseñanza virtualizada.

Tipo de evaluación
Pruebas Presenciales en el Centro Asociado correspondiente.

Idioma en que se imparte: Español

2.CONTEXTUALIZACIÓN

Esta asignatura es el segundo paso en la introducción de los conceptos, herramientas y aplicaciones de las Ecuaciones diferenciales. (El primer paso está formado por la asignatura del primer semestre "Introducción a las ecuaciones diferenciales").

Las Ecuaciones diferenciales forman, por una parte, una de las grandes subramas del Análisis matemático, con importantes contactos con otras ramas de las Matemáticas, como la Geometría diferencial, la Teoría de variable compleja, la Optimización y el Cálculo de variaciones. Por otro lado, las Ecuaciones diferenciales son una herramienta omnipresente en Física e Ingeniería desde que Galileo y Newton fundaron la Física moderna. En la actualidad también tienen aplicaciones relevantes en Química, Biología y Ciencias sociales. En particular, las ecuaciones y sistemas diferenciales lineales predominan cualitativa y cuantitativamente, debido a que, o bien corresponden con la naturaleza de los problemas, o bien constituyen la primera aproximación a modelos no lineales. En los últimos 30 o 40 años han empezado a tener importancia modelos reales no lineales que sobrepasan el mero planteamiento y llegan a estudios concretos. El factor principal de este cambio es el desarrollo de los ordenadores y de los programas informáticos de cálculo científico. No obstante, los modelos lineales siguen siendo fundamentales: 1) porque en muchos campos proporcionan un cuerpo de doctrina básico o al menos una firme orientación, 2) porque la linealización es uno de los instrumentos para estudiar los problemas no lineales, y 3) porque el calculo numérico utiliza profusamente las linealizaciones, acompañadas con la discretización.

En cuanto a las competencias generales del Master cabe mencionar :

1. Conocimientos generales en una de los principales campos de las Matemáticas.
2. Saber aplicar los métodos y técnicas matemáticas a diversos problemas de la realidad.
3. Capacidad de manejar la literatura matemática necesaria.
4. Capacidad de comunicación de los resultados (en la evaluación se tendrá en cuenta también la buena redacción de las soluciones a los ejercicios propuestos).

3.REQUISITOS PREVIOS RECOMENDABLES

Se requieren nociones de Números complejos y de Geometría euclídea, así como conocimientos de Álgebra Lineal y Análisis Matemático de una y varias variables.

4.RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Conocimientos:

1. Conocer la distinción entre existencia global (o prolongación) de las soluciones y existencia local.
2. Conocer el Teorema de existencia global para ecuaciones y sistemas diferenciales lineales.
3. Conocer la relación entre una ecuación lineal de orden n y un sistema de n ecuaciones lineales de primer orden (sistema nxn).
4. Dominar los conceptos, notaciones y propiedades vectoriales y matriciales de las ecuaciones y sistemas lineales con coeficientes variables, tanto homogéneos como no homogéneos.
5. Conocer el método de reducción de orden de una ecuación o un sistema lineal.
6. Conocer el método de variación de los parámetros (o variación de las constantes) para ecuaciones y sistemas lineales no homogéneos con coeficientes variables.
7. Conocer unos conceptos básicos sobre los números complejos, las exponenciales complejas y las raíces complejas de un polinomio de coeficientes reales.
8. Conocer los métodos de resolución de las ecuaciones lineales con coeficientes constantes (homogéneas y no homogéneas). Extensión a las ecuaciones de Euler.
9. Tener unas nociones sobre ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes variables sin integración elemental.
10. Conocer los conceptos algebraicos de autovalores y autovectores de una matriz.
11. Conocer los métodos de resolución de los sistemas lineales con coeficientes constantes (homogéneos y no homogéneos).
12. Conocer los conceptos de problema de contorno, problema de autovalores y problema de Sturm-Liouville para una ecuación lineal de segundo orden.
13. Conocer el teorema fundamental de oscilación o de autovalores (también llamado teorema espectral) para el problema de Sturm-Liouville.
14. Conocer la definición y propiedades de la función de Green de un problema de Sturm-Liouville. (Optativo): Nociones sobre la delta de Dirac.
15. Conocer el método de las soluciones en series de potencias en un punto ordinario (con analiticidad) y tener unas nociones sobre el caso de un punto "singular regular".
16. Tener unas nociones sobre las ecuaciones de Legendre y de Bessel, y las funciones asociadas a ellas.

Destrezas y habilidades:

1. Aplicar el Teorema de existencia global para ecuaciones y sistemas diferenciales lineales. Reconocer el intervalo máximo de existencia de una solución.
2. Construir ejemplos (lineales y no lineales) en que el intervalo máximo de existencia de algunas soluciones no es toda la recta.
3. Distinguir entre la condición de Lipschitz del Capítulo 1 y la condición de Lipschitz de la asignatura del primer semestre "Introducción a las ecuaciones diferenciales".
4. Distinguir cuando conviene tratar una ecuación diferencial de orden n de manera directa y cuando conviene transformarla en un sistema.
5. Reconocer mediante la fórmula de Liouville cuando n soluciones de una ecuación homogénea de orden n son linealmente independientes. Lo mismo para un sistema homogéneo nxn.
6. Relacionar la solución general de un sistema lineal no homogéneo con la solución general del sistema homogéneo asociado. Lo mismo para una ecuación lineal.
7. Saber resolver las ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes, incluyendo los casos de raíces características (o autovalores) múltiples y complejas. Saber transformar una solución general con valores complejos en una solución general con valores reales.
8. Aplicar el método de los coeficientes indeterminados a la resolución de una ecuación lineal no homogénea con coeficientes constantes. Reconocer si este método es aplicable y, en tal caso, decidir si es preferible o no al método de variación de los parámetros. Lo mismo para un sistema lineal no homogéneo con coeficientes constantes, pero sólo en los casos sencillos que se especificarán más adelante.
9. Saber resolver las ecuaciones de Euler (por reducción al caso de coeficientes constantes, o por ensayo directo de soluciones en forma de potencias de exponente real o complejo).
10. Reconocer, mediante consultas bibliográficas, ecuaciones diferenciales lineales (de coeficientes variables) sin integración elemental.
11. Saber resolver sistemas lineales (homogéneos o no) con coeficientes constantes por el método de eliminación, incluyendo los casos de autovalores múltiples y complejos.
12. Saber resolver sistemas lineales homogéneos con coeficientes constantes por el método de autovalores y autovectores, si todos los autovalores son simples.
13. (Optativo): Aplicar las ecuaciones y sistemas diferenciales lineales a las ciencias físicas, naturales y sociales.

14. Distinguir entre problema de contorno y problema de valor inicial (para ecuaciones lineales de segundo orden).
15. Aplicar el teorema de oscilación (o teorema espectral) para el problema de Sturm-Liouville.
16. Saber calcular la función de Green de un problema de Sturm-Liouville cuya ecuación diferencial sea de coeficientes constantes.
17. Saber calcular soluciones en series de potencias en un punto ordinario (con analiticidad) para ecuaciones diferenciales lineales.
18. Reconocer las ecuaciones de Legendre y de Bessel. Saber calcular los polinomios de Legendre. Saber calcular el desarrollo en serie de potencias de x de la función de Bessel $J_n(x)$ con n entero mayor o igual que cero.

Competencias:

1. Abre la posibilidad de seguir estudios más avanzados sobre ecuaciones diferenciales.
2. (Optativo) Aplicación a problemas reales (Física, Ingeniería, Biología y otros campos).
3. Abre la posibilidad de mejorar muy sustancialmente la comprensión de la Física clásica y de la Ingeniería.

5.CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

1. Existencia global (o prolongación) de las soluciones. Aplicación a las ecuaciones y sistemas diferenciales lineales. Los teoremas de existencia de la asignatura del primer semestre "Introducción a las ecuaciones diferenciales"
afirman sólo la existencia de solución (bajo ciertas hipótesis) en un entorno o intervalo suficientemente pequeño alrededor del valor x_0 del dato inicial. No dan información sobre el tamaño del intervalo de existencia, o bien dan una información poco relevante. Esto es una limitación muy importante. Se plantea entonces el estudio teórico del intervalo máximo de existencia de la solución, lo que se conoce como problema de "prolongación de las soluciones". También se dice "estudio global de la existencia de soluciones", en contraposición al "estudio local" del primer semestre. Aunque el problema de prolongación resulta ser mucho más amplio y complejo que el de la existencia local, el Capítulo 1 aporta un potente Teorema de existencia global para ecuaciones y sistemas diferenciales lineales con coeficientes continuos.
2. Ecuaciones y sistemas lineales: Propiedades generales. Las ecuaciones pueden tratarse como un caso particular de los sistemas, pero bien por razones de sencillez o bien por razones didácticas, hacemos una exposición por separado de las ecuaciones y de los sistemas. Para los sistemas propiciamos una notación vectorial y matricial. El conjunto de las soluciones de una ecuación de orden n (resp. sistema nxn) lineal homogénea forma un espacio vectorial de dimensión n. Y si es no homogénea forma un espacio afín de dimensión n. Se llama sistema fundamental de soluciones a un conjunto de n soluciones linealmente independientes de la ecuación homogénea (resp. sistema homogéneo). Por tanto, un sistema fundamental de soluciones es lo mismo que una base del espacio vectorial de las soluciones. Se completa el capítulo estudiando (para ecuaciones y para sistemas) la fórmula de Liouville, el método de reducción de orden y el método de variación de los parámetros (o variación de las constantes). Todo este capítulo es válido para ecuaciones y sistemas de coeficientes variables.
3. Ecuaciones lineales con coeficiente constantes: Resolución. En el caso homogéneo la resolución consiste en esencia en ensayar exponenciales de la forma $y = \exp(rx)$, donde r es una constante que podrá ser compleja. Para que $y = \exp(rx)$ sea una solución de la ecuación, el número r tiene que ser raíz de la llamada ecuación característica (lo que equivale a decir que r es un autovalor cuando se trata la ecuación como un sistema). Cuando alguna de las raíces características es múltiple o compleja (o ambas cosas) se requiere afinar el estudio hasta conseguir construir un sistema fundamental de soluciones con valores reales. Pasemos al caso de una ecuación no homogénea. Recordemos que es siempre válido el método de variación de los parámetros. Sin embargo, en muchas situaciones frecuentes en las aplicaciones, es más eficaz el método de los coeficientes indeterminados. Por último, mencionamos las ecuaciones de Euler, que son de coeficientes variables, pero pueden reducirse a coeficientes constantes mediante un cambio de variable.
4. Sistemas lineales con coeficientes constantes: Método de eliminación. Es el método conceptualmente más sencillo para resolver sistemas lineales nxn con coeficientes constantes. Y a veces también es el más breve desde el punto de vista computacional. Se aplica tanto a sistemas homogéneos como no homogéneos. La idea básica es eliminar funciones incógnitas hasta llegar a una sola ecuación de orden n en una de las funciones incógnita, cuya solución general se ha tratado en el capítulo anterior. El paso siguiente, que tiene varios matices, variantes y posibles simplificaciones, lleva a "pseudo-soluciones generales" para las otras funciones incógnitas y es necesario establecer las relaciones correctas entre las constantes de todas estas "pseudo-soluciones generales", ya que sólo hay n constantes independientes. Este método de eliminación es muy similar al método de eliminación-reducción y a la regla de Cramer para sistemas algebraicos lineales.

Por último, queremos hacer unos comentarios prácticos. Como regla orientativa de trabajo, el método de eliminación resulta eficaz en los siguientes casos:

a) En sistemas de dos ecuaciones de primer orden (sistemas 2x2), homogéneos o no, sin necesidad de que sean cero algunos coeficientes.

b) En sistemas, homogéneos o no, con ecuaciones de diversos órdenes que tengan muchos coeficientes iguales a cero, como el sistema $x'' = y$, $y'' = x$, o el Ejemplo de la pág. 120, Tomo II, del Texto Base.

c) Un sistema 3x3 o 4x4 que no tenga coeficientes iguales a cero será, en general, de resolución larga y laboriosa por cualquier método (y difícilmente encajará en un examen de dos horas), salvo que se haya "preparado" especialmente. Hay una amplia gama de casos. Si el sistema tiene autovalores complejos y/o múltiples y/o es no homogéneo, es posible que el método de eliminación resulte de interés, ya que reduce el tratamiento de la casuística (por ej., de autovalores múltiples) a una ecuación.

5. Sistemas lineales con coeficientes constantes: Método de autovalores y autovectores. Presentamos este método de resolución para sistemas homogéneos en el caso de autovalores simples. Consideramos optativo el uso de este método si hay autovalores múltiples. Respecto a los sistemas no homogéneos, recordamos de nuevo que siempre es válido el método de variación de los parámetros, e incluimos las situaciones más simples del método de los coeficientes indeterminados.

6. Aplicaciones y modelos en las ciencias físicas, naturales y sociales. Este capítulo es optativo. Las vibraciones mecánicas y los circuitos eléctricos tendrán un lugar destacado, en especial para los alumnos orientados hacia la Física y la Ingeniería. Los modelos mediante ecuaciones lineales diferenciales y en diferencias también están muy extendidos en las ciencias biológicas y en las ciencias sociales.

7. El problema de Sturm-Liouville (de segundo orden). El problema de Sturm- Liouville es el prototipo de problema diferencial (lineal) de contorno y de autovalores. El problema de contorno impone a las soluciones de la ecuación diferencial una condición en cada extremo de un intervalo dado, por lo que es un problema global muy diferente conceptual y computacionalmente de los problemas de valor inicial considerados hasta ahora. En los ejemplos se considerarán diversas variantes de las condiciones de contorno (además de las de Sturm-Liouville, que son demasiado restrictivas para las aplicaciones físicas).

En segundo lugar, se introduce el concepto de autovalores y autofunciones en un contexto con infinitos grados de libertad (es decir, en dimensión infinita) que culmina con el teorema fundamental de oscilación o de autovalores (también llamado teorema espectral). Este teorema es uno de los fundamentos de las series de Fourier trigonométricas y otras series de funciones ortogonales. Los teoremas espectrales constituyen uno de los ejes de desarrollo del Análisis funcional y de la Física matemática; citemos como referente el Teorema espectral para los operadores autoadjuntos compactos en Mecánica cuántica.

Aunque en esta asignatura evitamos los espacios funcionales, quizá sea orientativo señalar que estos problemas se pueden formular en un espacio de Hilbert separable, real para los problemas de física clásica y complejo para los de física cuántica.

Por último, cuando el problema no es de autovalores se estudia la función de Green, que contiene en forma compacta las propiedades del problema o modelo de Sturm-Liouville asociado. Es conveniente dar unas nociones intuitivas sobre la delta de Dirac. Por ejemplo, una cuerda estacionaria elástica tensa fijada en sus dos extremos se modeliza mediante un problema de Sturm-Liouville. Su función de Green G(x,s) es, para cada valor de s, la forma que toma la cuerda cuando se le aplica normalmente una fuerza concentrada unidad (una delta de Dirac) en el punto s. La función de Green permite construir fácilmente un problema integral que es, en un sentido a precisar, el problema inverso del problema diferencial de Sturm-Liouville del que se partió.

8. Soluciones en series de potencias. Ecuaciones de Legendre y de Bessel. Las series de potencias constituyen un método potente y sencillo de representar soluciones no elementales de ecuaciones lineales de coeficientes variables. El fundamento matemático reside en que las ecuaciones diferenciales lineales tienen soluciones analíticas cuando sus coeficientes son funciones analíticas y además (insistimos: para ecuaciones lineales) existe una relación muy sencilla entre las singularidades de los coeficientes y las de las soluciones. El estudio de diversos problemas físicos básicos (por ejemplo, de acústica y propagación de ondas en el plano, relacionados con la ecuación de Bessel) que no encajan exactamente en el concepto de analiticidad, lleva a una ligera ampliación de los conceptos, introduciéndose las "singularidades regulares" y cierta series de potencias con exponentes no enteros. Por último, se estudian unas nociones sobre las ecuaciones de Legendre y de Bessel, que, optativamente, incluirán algunas de sus aplicaciones físicas.

6.EQUIPO DOCENTE

Véase Colaboradores docentes.

7.METODOLOGÍA

METODOLOGÍA Y ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE

El sistema fundamental de aprendizaje es la lectura y estudio del Texto Base, junto con las Notas de clase escritas por el profesor. Este estudio se entiende que incluye la realización de ejercicios y ejemplos. Las Notas del profesor y los exámenes de años anteriores se encuentran tanto en el curso virtual como el la Web del departamento:
http://www.mat.uned.es .

El alumno contará además con las tutorías y las preguntas al profesor a través del teléfono, del correo ordinario, del correo electrónico y del curso virtual, así como con la página Web del departamento.

El curso virtual dispone de *Foros* en los que pueden plantear cuestiones e intercambiar experiencias los alumnos entre sí y con el profesor.

8.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Comentarios y anexos:
Manuel Valdivia Ureña, Análisis Matemático III, Tomo II, UNED, Madrid, 5ª Edición, 1998.

9.BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Comentarios y anexos:

Textos

M. de Guzmán: Ecuaciones diferenciales ordinarias. Teoría de estabilidad y control. Ed. Alhambra, 1975.

G. Simmons: Ecuaciones diferenciales. Con aplicaciones y notas históricas. Segunda Edición. McGraw-Hill, 1993.

Libros de problemas

F. Ayres: Ecuaciones diferenciales. Serie de Compendios Schaum . McGraw-Hill, 1994.

R. Bronson: Ecuaciones diferenciales. Serie de Compendios Schaum. McGraw-Hill. Diversas ediciones. Última edición: Marzo-2008.

M. de Guzmán, I. Peral, y M. Walias: Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Ed. Alhambra, 1978.

Los problemas recogidos en este libro son esencialmente los que se proponen en el texto de M. de Guzmán.

A. Kiseliov, M. Krasnov, y G: Makarenko: Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Ed. Mir, Moscú, 1984.

Manuales de Matemáticas

I. Bronshtein y K. Semendiaev, Manual de Matemáticas. Editorial Mir, Moscú, 1971.

Se reimprime con frecuencia y suele encontrarse en las librerías españolas.

M.R. Spiegel, J. Liu y L. Abellanas, Fórmulas y tablas de Matemática aplicada. Segunda edición revisada, Schaum, McGraw-Hill Interamericana de España, Madrid, 2005.

Este libro está relacionado con el siguiente, que suele encontrarse en la mayoría de las bibliotecas.

M.R. Spiegel, Manual de fórmulas y tablas matemáticas, Schaum, McGraw-Hill. Diversas ediciones o reimpresiones a partir de 1970.

Aplicaciones y modelización

M. Braun, Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones, Grupo Editorial Iberoamérica, original en inglés de 1983.

Frank R. Giordano and Maurice D. Weir, A First Course in Mathematical Modeling, Brooks/Cole Publishing Company, 1985.

William Simon, Mathematical Techniques for Biology and Medicine. Academic Press, New York, 1972. MIT Press, Cambridge, Mass., 1977. Dover, New York, 1986.

Richard Haberman, Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics and Traffic Flow, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998.

Caos y fractales

Edward Beltrami, Mathematics for Dynamic Modeling, Academic Press, 1987.

Cristoforo S. Bertuglia and Franco Vaio, Nonlinearity, Chaos and Complexity: The Dynamics of Natural and Social Sciences, Oxford University Press, New York, 2005.

Robert L. Devaney and Linda Keen, Chaos and Fractals: The Mathematics Behind the Computer Graphics, American Mathematical Society, 1989.

James Gleick, Chaos, Making a New Science, Penguin Group, 1987.

10.RECURSOS DE APOYO AL ESTUDIO

1. Curso virtual donde se encuentran materiales de apoyo al estudio, acceso al foro y correos electrónicos de profesores y alumnos.
2. Página Web del departamento http://www.mat.uned.es .
3. Laboratorios informáticos para el uso de programas de apoyo al estudio si están disponibles.
4. Notas explicativas del profesor, en formatos PDF, HTML, DOC, ZIP, visibles en el curso virtual y en la página Web del departamento. Por ejemplo:
Nota 8. Ecuaciones diferenciales sin integración elemental.

11.TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO

En primer lugar están los foros y los medios de comunicación de la virtualización de la asignatura, así como la página Web del departamento http://www.mat.uned.es .

La tutorización presencial y telefónica se lleva a cabo los Jueves de 15:30 a 19:30 horas, en el despacho 126a de la Facultad de Ciencias. Tel.: 91 398 84 73, e-mail:
fbernis@mat.uned.es

12.EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

La evaluación se llevará a cabo mediante una prueba presencial de dos horas de duración.
La prueba constará de cinco preguntas: cuatro prácticas y una teórica. No se exigirá la repetición de demostraciones del Texto. Serán aceptados en igualdad de condiciones todos los métodos de resolución, estén o no en el programa, si dichos métodos son correctos y están correctamente aplicados.

CRITERIOS GENERALES PARA LA EVALUACIÓN FINAL
Se valorará, esencialmente, el grado de comprensión de la materia y el planteamiento razonado de los problemas. También se valorará la buena exposición.

13.COLABORADORES DOCENTES

Véase equipo docente.

14.Plan de trabajo detallado

PLAN DE TRABAJO DETALLADO

Los Capítulos de esta Guía Didáctica corresponden a uno o más Temas del Texto Base.
Para especificar un Tema necesitamos indicar su número (romano) y su Unidad Didáctica.

Capítulo 1. Existencia global (o prolongación) de las soluciones. Aplicación a las ecuaciones y sistemas diferenciales lineales. (Tema I , Unidad Didáctica 4. Se exige sólo en el sentido explicado a continuación).
1.1. Intervalo máximo de existencia de una solución.
1.2. Prolongación de soluciones en el caso de dominios acotados.
1.3. Soluciones de los sistemas lineales de ecuaciones diferenciales.

Este Tema I del Texto Base no se exige en el examen, pero sí se exige la siguiente Nota del profesor, que es una versión muy simplificada de dicho Tema:

Nota 1. Prolongación de las soluciones
También se recomienda estudiar y comprender bien la siguiente:
Nota 7 del primer semestre. Teoremas de existencia, unicidad y dependencia continua: errores frecuentes y otros comentarios

Capítulo 2. Ecuaciones y sistemas lineales: Propiedades generales. (Temas II y III , Unidad Didáctica 4).
2.1. Propiedades de las soluciones de un sistema lineal y homogéneo.
2.2. Fórmula de Liouville.
2.3. Reducción de orden de un sistema lineal homogéneo.
3.1. Método de variación de los parámetros (o variación de las constantes).
3.2. Forma matricial de un sistema de ecuaciones diferenciales lineales.
3.3. La ecuación lineal de orden n.

Errata: La pág. 41 sobre la fórmula de Liouville tiene diversas erratas. Se recomienda la Nota 3 del profesor citada más abajo.
Errata: Pág. 48: Debe decir $-3x^2-9$ en vez de $-3x^2-6$
Errata: Pág. 58, fórmula (5): Debe decir $a_2(x)y^{(n-2)}$ en vez de $a_2(x)^{y(n-2)}$
Errata: Pág. 62, fórmula (9): Debe decir $y^{(n-1)}$ en vez de $y^{(n+1)}$

Ejemplos recomendados: Todos.

Notas explicativas del profesor:
Nota 3. Fórmula de Liouville para wronskianos

Capítulo 3. Ecuaciones lineales con coeficiente constantes: Resolución. (Temas IV, V y Sección 6.2, Unidad Didáctica 4).
4.0. (Prerrequisito). Números complejos, exponenciales y polinomios. (Ver Nota 6 del profesor).
4.1. Soluciones complejas.
4.2. Ecuaciones lineales homogéneas con coeficiente constantes: caso de raíces simples.
4.3. Determinación de las soluciones reales en el caso de raíces simples.
5.1. Ecuaciones lineales homogéneas con coeficiente constantes: caso de raíces múltiples.
5.2. Determinación de las soluciones reales en el caso de raíces múltiples.
5.3. Ecuación lineal no homogénea con coeficiente constantes.
6.1. [Ver Capítulo 4 más abajo].
6.2. Ecuación de Euler.

Errata: Pág. 69: Debe decir b_{n-1} en vez de b_n en cinco ocasiones.
Errata: Pág. 123: Debe decir $(ax+b)^{n-1}y^{(n-1)}$ en vez de $(ax+b)y^{(n-1)}$

Ejemplos recomendados: Todos.
Ejercicios recomendados:
Tema IV: Ejercicios de autocomprobación con soluciones 1, 4, 7, 10, 11, 12, 13, 15.
Tema V: Ejercicios de autocomprobación con soluciones, ecuaciones homogéneas: 1, 2, 3, 7, 11, 12. (Sobre el ejercicio 12 ver la Nota 4 del profesor).
Ecuaciones no homogéneas: 15, 16, 17, 18. El método de coeficientes indeterminados es conveniente para 15 y 16, pero no es aplicable a 17 y 18. En 17 y 18 sólo es aplicable el método de variación de los parámetros.
Tema VI: Ejercicios de autocomprobación con soluciones 2, 3, 4.

Notas explicativas del profesor: (Ver también la Nota 2 en el Capítulo 4):
Nota 4. Cálculo de raíces - Polinomios de grado 4
Nota 6. Números complejos, exponenciales y polinomios. Aplicación a las ecuaciones diferenciales lineales

Capítulo 4. Sistemas lineales con coeficientes constantes: Método de eliminación. (Sección 6.1 de la Unidad Didáctica 4, y Tema I de la Unidad Didáctica 5).
0.0 Se recomienda empezar por la Nota 2 del profesor.
6.1. (Unidad Didáctica 4). Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes: Método de eliminación.

1.1. (Unidad Didáctica 5). (Optativo): Funciones casipolinomiales.

1.2. Sistemas homogéneos de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes.

1.3. Soluciones reales de los sistemas homogéneos de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes

Ejemplos recomendados: Todos.

Ejercicios recomendados:

Tema VI (Unidad Didáctica 4) Ejercicios de autocomprobación con soluciones 1, 5.

Tema I (Unidad Didáctica 5) Ejercicios de autocomprobación con soluciones 1, 11, 13.

Ver también los ejercicios de la siguiente Nota.

Notas explicativas del profesor:

Nota 2. Sistemas lineales: cuestiones prácticas

Capítulo 5. Sistemas lineales con coeficientes constantes: Método de autovalores y autovectores. (Tema II, Sección 5.1 del Tema V, Unidad Didáctica 5).

(Temas III, IV, Sección 5.2 del Tema V y Tema VI, Unidad Didáctica 5, excluidos del programa).

2.1. Determinación de los valores propios y de los vectores propios de una matriz o de una transformación lineal.

2.2. Propiedades de los vectores propios.

2.3. Diagonalización de una matriz.

5.1. Resolución del sistema en el caso de autovalores (o raíces características) simples.

Ejemplos recomendados: Todos.

Ejercicios recomendados: Ver de nuevo la Nota 2:

Nota 2. Sistemas lineales: cuestiones prácticas

Capítulo 6. (Optativo): Aplicaciones y modelos en las ciencias físicas, naturales y sociales.

Se toman unos 10 ejemplos de varios grados de dificultad, distribuidos a lo largo del curso, de los siguientes textos:

M. Braun, Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones, Grupo Editorial Iberoamérica, original en inglés de 1983.

Frank R. Giordano and Maurice D. Weir, A First Course in Mathematical Modeling, Brooks/Cole Publishing Company, 1985.

William Simon, Mathematical Techniques for Biology and Medicine. Academic Press, New York, 1972. MIT Press, Cambridge, Mass., 1977. Dover, New York, 1986.

Richard Haberman, Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics and Traffic Flow, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998.

Capítulo 7. El problema de Sturm-Liouville (de segundo orden). (Temas II, III y IV, Unidad Didáctica 6; Tema I excluido del programa).

2.1. Sistema de Sturm-Liouville.

2.2. Reducción del sistema de Sturm-Liouville a la forma normal.

3.1. Proposiciones previas al teorema de oscilación.

3.2. Teorema de oscilación o teorema espectral.

4.1. Función de Green.

4.2. Utilización de la función de Green.

Ejemplos recomendados: Todos.

Ejercicios recomendados:

Tema III: Ejercicios de autocomprobación con soluciones 1, 2, 3.

Tema IV: Ejercicios de autocomprobación con soluciones 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Capítulo 8. Soluciones en series de potencias. Ecuaciones de Legendre y de Bessel. (Temas V y VI, Unidad Didáctica 6)

5.1. Desarrollo de una solución en serie.

5.2. Ecuación de Legendre.

6.1. Singularidades regulares.

6.2. La ecuación de Bessel.

Ejemplos recomendados: Todos.

Ejercicios recomendados:

Tema V: Ejercicios de autocomprobación con soluciones 1, 2, 3.

Tema VI : Ejercicios de autocomprobación con soluciones 1, 2, 3.

Ver también la Nota 5 a continuación.

Notas explicativas del profesor:

Nota 5. Soluciones en series de potencias

Nota 8 del primer semestre. Ecuaciones diferenciales sin integración elemental