# ANÁLISIS ACTUAL DE PROBLEMAS DE MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS: MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS, MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DE CONTORNO Y MÉTODOS SIN MALLA

Curso 2011/2012

(Código: 28801034)

# 1.PRESENTACIÓN

La dificultad para encontrar soluciones cerradas a las ecuaciones diferenciales que definen el comportamiento de los medios continuos y la apadel ordenador, provocaron un espectacular desarrollo de los métodos de búsqueda de solución aproximadas entre los que hay que destacar el N de los Elementos Finitos (MEF).

Como alternativa a este método (en este sentido también habría que referirse a otros como Diferencias Finitas o Volúmenes Finitos), se podría de transformar las ecuaciones diferenciales en un conjunto de ecuaciones integrales como primer paso para su solución (antes de cualquier procudiscretización o introducir cualquier aproximación). Este conjunto de ecuaciones incluirá los valores de las variables en los extremos del ran integración, es decir en los contornos del dominio de integración, y la posterior discretización deberá realizarse únicamente en el contorno. Est una de las mayores ventajas de Método de los Elementos de Contorno frente a los mencionados anteriormente (que precisan discretizar el domin por tanto, se manejarán sistemas de ecuaciones más pequeños (aunque llenos) que en el caso del MEF.

Hay muchos problemas de mecánica (extrusión, fundición, propagación de grietas, etc) que no se resuelven sin grandes dificultades con los menuméricos más convencionales tales como elementos finitos, volúmenes finitos o diferencias finitas, y una de las razones está, en la característ dichos métodos de dependencia de una malla o exigencia de regularidad en la disposición de nodos. La modificación en la geometría o discontinuidades, obliga a remallar en cada paso de la evolución del problema, de forma que al hacerlo, además, se respeten las irregularida características propias del proceso. Todo esto introduce numerosas dificultades, como es por ejemplo la relación entre mallados sucesivos, que a la precisión, tiempo de ejecución, complejidad de los propios programas, etc. Por todo ello se comprende el enorme interés de los denomi Métodos sin Malla, de los que se abordarán el Método de Galerkin sin elementos y el de Diferencias Finitas Generalizadas.

Oñate et al. han dado una interesante definición para los métodos sin malla (meshless methods), como aquellos en los que la aproximación pue construida estrictamente en términos de nodos, ya que lo importante es que una malla de base no afecta al tratamiento de las discontinuidades, ya que no precisa ser compatible con los nodos ni con el dominio al que se superpone, pudiéndose por tanto generar con suma facilidad.

Por otra parte, las funciones de aproximación, y concretamente aquellas que constituyen una partición de la unidad, tienen muchas propie comunes con las funciones de forma utilizadas en el método de los elementos finitos, pero tienen frente a ellas una ventaja muy interesante y  $\epsilon$  pueden ser tan suaves como se desee (incluso  $C\infty$ ), lo que permite soluciones con derivadas continuas. Esto únicamente obligará a utilizar  $\epsilon$  técnica especial para definir el soporte de las funciones de ponderación en la proximidad de las discontinuidades.

# 2.CONTEXTUALIZACIÓN

El objetivo general de la asignatura es profundizar en el estudio de los procedimientos actuales de cálculo en el área de mecánica de medios cont atendiendo tanto a los fundamentos teóricos y aspectos matemáticos de su formulación, como a las técnicas de programación y procedim numéricos de resolución, sin renunciar, no obstante, a aquellos aspectos más prácticos que posibiliten la aplicación de los conocimientos adquirido

Se trata de una asignatura metodológica, cuyo contenido puede aplicarse a problemas planteados en la práctica totalidad de las áreas que compo programa. Se ha planteado fundamentalmente para problemas de mecánica de medios continuos, con objeto de que resulte más sencilla de as para un alumno con la formación clásica de cualquier ingeniería y, también, para que sea una ayuda más directa a las asignaturas de especi mecánica del postgrado.

#### **3.REQUISITOS PREVIOS RECOMENDABLES**

Para el caso de que el alumno necesitara revisar alguno de los conceptos indicados, se indicaría una documentación inicial adecuada.

Por otra parte, también es necesario un conocimiento adecuado de las leyes de comportamiento de los materiales(elasticidad, plasticic Resistencia de Materiales y Cálculo de Estructuras; así como haber cursado las asignaturas de Métodos de análisis no lineal de en ingeniería (PC Métodos computacionales en Ingeniería (PO25) del Módulo I: Contenidos Transversales.

Sería recomendable que los estudiantes cuenten con acceso a Internet para el seguimiento de los foros y las actividades propuestas por el é docente. Sería recomendable un conocimiento de inglés suficiente para la lectura de una parte importante del material que se manejará a lo lar curso (artículos, libros, programas, etc).

#### **4.RESULTADOS DE APRENDIZAJE**

En esta asignatura se aborda inicialmente el MEF partiendo de un planteamiento general, aunque sin profundizar en el cuerpo matemático que sc tema se ha establecido con el tiempo. Se trata exhaustivamente la barra y el problema elástico, lo que además sirve para introducir con sufi detalle las principales ideas y pormenores del método.

El objetivo de los temas dedicados al método de los elementos de contorno es introducir los conceptos fundamentales del mismo, abordando prob que pueden ser resueltos eficazmente con este método. A lo largo de los temas se irán tratando casos progresivamente más complejos produces, dimensión, tipo de ecuaciones que los definen o, simplemente, por el orden de la discretización numérica.

Uno de los objetivos fundamentales de los denominados métodos sin malla, es eliminar en parte las dificultades que en para la solución de m problemas supone la necesidad de utilizar una malla o la regularidad en la disposición de nodos, realizando una aproximación en términos nu únicamente. El objeto de su estudio es que el alumno conozca una herramienta realmente adecuada para la solución de problemas clásic Construcción, Fabricación o Mecánica en general, como son la extrusión, propagación de grietas, etc.

Con el estudio de la materia propuesta en el programa de la asignatura, se pretende que el alumno conozca las tendencias más actuales utilización de métodos numéricos para aproximar la solución a problemas de medios continuos.

#### Objetivos:

- 1.- (conocimientos) Formulación general de cada uno de los métodos.
- 2.- (conocimientos) Estudio del tratamiento con estos métodos de problemas de potencial, elasticidad, dinámica y algunos problemas no lineale
- 3.- (conocimientos) Análisis de la organización y estructura de la resolución de dichos problemas, mediante el estudio de los programas inform desarrollados por el equipo docente.
- 4.- (habilidades y destrezas) Aplicación a la resolución de problemas prácticos. Se trata de que el alumno realice al menos un ejerci aplicación con cada uno de los métodos.
- 5.- (actitudes) Análisis crítico de las ventajas e inconvenientes de la utilización de los diferentes métodos.
- 6.- (actitudes). Reestructuración cognitiva adecuada para la comprensión de la utilización de los métodos numéricos a la resolución de problem mecánica de medios continuos.
- 7.- (habilidades y destrezas) Elaboración de un trabajo de investigación, de manera que el alumno pueda profundizar algo más en algún as particular de la materia de estudio.

### 5.CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

#### EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Tema 1. Conceptos básicos.

Introducción. Planteamiento diferencial.

Formulación integral de problema de valor en el contorno.

Aproximación

Tema 2. El Método de Elementos Finitos (MEF).

Características del MEF

Idea de elemento.

Coordenadas naturales. Elementos estándar.

Integración numérica

Síntesis de las características globales. Aplicación de las condiciones de contorno esenciales.

Tema 3. Aplicación del MEF al caso de barras.

Tema 4. Aplicación del MEF problemas de elasticidad lineal.

Tema 5. Introducción al análisis no lineal con elementos finitos.

Introducción. Tipos de problemas no lineales.

Formulación mediante el MEF

Solución: Métodos iterativos, incrementales e incrementales-iterativos.

Ámbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante el "Código Seguro de Verificación (CSV)" en la dirección https://sede.uned.es/valida/ Ecuaciones que definen el problema.

Soluciones particulares.

Método directo de elementos de contorno para un dominio homogéneo.

Formulación integral.

Discretización de la superficie integral y formulación del sistema de ecuaciones.

Cálculo de las velocidades y potencial en los puntos internos.

Integración sobre los elementos.

Aplicación a dominios no homogéneos.

Formulación del método indirecto de elementos de contorno.

Discretización de la superficie.

Formación del sistema de ecuaciones.

Integración.

Tema 7. Problemas de elasticidad.

Planteamiento diferencial.

Soluciones particulares.

Formulación del método directo de los elementos de contorno.

Discretización de las integrales en el contorno.

Cálculo en los puntos interiores.

Tema 8. Problemas de elasticidad dinámica

Ecuaciones de Navier. Soluciones fundamentales.

Ecuaciones de propagación de ondas. Soluciones fundamentales.

Formulación integral para problemas elastodinámicos en régimen estacionario.

Formulación integral para problemas transitorios de propagación de ondas

#### MÉTODOS SIN MALLA

#### Tema 9. Conceptos básicos

Introducción a la interpolación.

Ajuste de curvas mediante el método de mínimos cuadrados

Ajuste de curvas mediante el método de mínimos cuadrados móviles

Tema 10. Funciones de aproximación sin malla

Aproximación mediante mínimos cuadrados móviles.

Métodos de partición de la unidad.

Tratamiento de bordes

Tema 11 Discretización mediante formas integrales. Proyección.

Método de Galerkin.

Condiciones de contorno

Evaluación de las integrales.

Tema 12 Método de Diferencias Finitas Generalizadas (MDFG).

Introducción. Método de Diferencias Finitas.

Aproximación mediante diferencias finitas generalizadas. Fórmulas en diferencias.

Influencia de los principales parámetros.

Aplicación al caso de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales dependientes del tiempo.

Aplicación al caso de sistemas de ecuaciones diferenciales. Problemas elásticos.

Nota: Con objeto de que cada método se pueda estudiar independientemente se han repetido algunos puntos del programa (p. e. el plantear diferencial de los diferentes problemas)

#### **6.EQUIPO DOCENTE**

JUAN J. BENITO MUÑOZ

# 7.METODOLOGÍA

Esta asignatura ha sido diseñada según la modalidad a distancia. El estudiante debe contar con el material necesario para afrontar estudio de manera autónoma. No obstante es necesario, e insistimos en esto, una planificación objetiva de las tareas que se propolo largo y al final del curso.

El estudio de la asignatura se hará a partir de los textos básicos, los artículos publicados en la web de la asignatura y la bibliografía complementaria. No obstante, la modalidad a distancia no significa que el estudiante se enfrenta a la tarea en soledad. La plataforn virtual es una estrategia básica para que el estudiante participe en ella exponiendo sus dudas y resolviendo los problemas propuest por el equipo docente.



ambito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante

Además de la bibliografía recomendada en cada bloque, en la plataforma virtual irán incluyéndose artículos ya publicados o escritos

el equipo docente u otros, en relación con cada uno de los temas del programa. Los estudiantes tendrán que realizar los ejercicios propuestos para los diferentes temas del contenido y su aprendizaje estará orien a la formulación de su trabajo final de investigación.

Aprendizaje basado en problemas (desarrollar aprendizajes activos basados en la resolución de problemas).

Aprendizaje orientado a problemas (realización de un proyecto aplicando conocimientos y habilidades adquiridos).

#### Plan de trabajo:

- 1. Lectura y estudio de los textos básicos.
- 2. Debate y participación en los foros.
- 3. Realización y entrega de las tareas a lo largo del curso.
- 4. Estudios previos y preparación del trabajo de investigación
- 5. Entrega y discusión del trabajo final de investigación.

La planificación temporal de la asignatura queda resumida en la tabla que se incluye a continuación.

Audio

#### INTERACCIÓN CON EL DOCENTE EN ENTORNOS VIRTUALES

TRABAJO AUTÓNOMO

		0	Seminario	Prácticas							
			spresencial /	/presenciales /							
		Materiales			Tutoría						
	Horas		en	en	Prácticasen					rabajoTrabajo	
TEMAS		sestudio	línea	línea	externas	línea	Evaluaciór	nTotal	grupo	individua	IΤι
Tema 1. MEF. Conceptos básicos	s 4,00	0,25	0,25	0,00	0,00	0,50	0,00	1,00	0,00	3,00	3,
Tema 2. El MEF	6,50	0,25	0,25	0,00	0,00	1,00	0,00	1,50	0,00	5,00	5
Tema 3. Aplicación del MEF al caso de barras Tema 4. Aplicación del	5,00	0,25	0,25	0,50	0,00	0,50	0,50	2,00	0,00	3,00	3
MEF al caso de elasticidad lineal	5,50	0,25	0,25	1,00	0,00	0,50	0,50	2,50	0,00	3,00	3,
Tema 5. Introducción al análisi no lineal con	11,25	0,25	0,50	1,00	0,00	1,00	0,50	3,25	0.00	8,00	8
elementos finitos			•		·	·	·		·	•	
EJERCICIO MEF Tema 6. BEM. Problemas	4,25	0,25	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	2,25	0,00	2,00	2
de potencial en régimenestacionario	8,25	0,25	0,50	1,00	0,00	1,00	0,50	3,25	0,00	5,00	5
Tema 7. BEM. Problemas de elasticidad	6,25	0,25	0,50	1,00	0,00	1,00	0,50	3,25	0,00	3,00	3
Tema 8. BEM.Problemas de elasticidad dinámica	6,25	0,25	0,50	1,00	0,00	1,00	0,50	3,25	0,00	3,00	3
EJERCICIO BEM	4,25	0,25	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	2,25	0,00	2,00	2
Tema 9. MSM. Concepto básicos		0,25	0,25	0,00	0,00	0,50	0,00	1,00	0,00	3,00	3,
Tema 10. MSM.Funcione de aproximación sin malla Tema 11. MSM.	8 <sub>8,25</sub>	0,25	0,50	0,00	0,00	1,00	0,50	2,25	0,00	6,00	6,
Discretización mediante formas	7,25	0,25	0,50	1,00	0,00	1,00	0,50	3,25	0,00	4,00	4
integrales.Proyección Tema 12. MSM. Método de Diferencias finitas generalizadas	10,25	0,25	0,50	1,00	0,00	1,00	0,50	3,25	0,00	7,00	7,
EJERCICIO MSM	4,25	0,25	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	2,25	0,00	2,00	2
TRABAJO FINAL	17,00	0,50	0,00	0,00	0,00	1,00	1,50	3,00	0,00	14,00	1.
Total	112,50	04,25	4,75	7,50	0,00	14,00	9,00	39,50	00,00	73,00	7

# 8.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13): 9781600219772
Título: THE GENERALIZED FINITE DIFFERENCE METHOD. LIBRO: LEADING-EDGE APPLIED MATHEMATICAL MODELING RESEARCI CAPÍTULO 7 LIBRO 251-293

Autor/es: Benito Muñoz, Juan José; Gavete Corvinos, Luis; Ureña Prieto, Francisco; -;

Editorial: Nova Science Publishers, Inc. USA.

Buscarlo en libreria virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación



Comentarios y anexos:

- 1.- Bibliografía recomendada
- 1.- Temas 1 a 5:
- Álvarez Cabal R., Benito Muñoz J.J., Teoría General del MEF. E.T.S.I.I. UNED. 1994.
- Benito Muñoz J.J., Álvarez Cabal R.: Introducción al MEF y su aplicación. 86 pgs. Apuntes disponibles a través del Curso Vir 2.- Temas 6 a 8:
- Benito Muñoz J.J. (Tesis Doctorales y artículos).
- 3.- Temas 9 a 12:
- Benito Muñoz J.J., Métodos sin malla: Método de Galerkin libre de Elementos Element Free Galerkin (EFG)). 80 pgs. Apuntes disponibles a través del Curso Virtual.
- Benito Muñoz J.J., Ureña Prieto F., Gayete L.: The Generalized Finite Difference Method, libro: Leading-Edge Applied Mathematical Modeling Research. Capítulo 7 libro 251-293. Nova Science Publishers, Inc. (ISBN 978-1-60021-977-2). 2007. U
- 2- Lecturas obligatorias comentadas.

- Esta bibliografía se encontrará a disposición de los alumnos en el aula virtual.

   Alarcón E, Domínguez J, Fraile A. *The Boundary Element Method in Soil Mechanics (in spanish)*. In: Ministerio de Fomento, CEDEX, SEMSIG, editors. Homenaje a J.A. Jimenez Salas. Geotecnia en el año 2000. Madrid, 2000.
- Álvarez-Rubio S, Benito JJ, Sánchez-Sesma FJ, Alarcón E. The direct boundary element method: 2D site effects assessmer laterally varying layered media (methodology). Soil Dyn. Earthq. Eng. 2004; 24: 167-180.
   Benito J.J., Ureña F., Gavete L., Influence of several factors in the generalized finite difference method, Applied Mathemati
- Modelling, 25(12) (2001) 1039-1053.
- L. Gavete, M.L. Gavete, J.J. Benito, Improvements of generalized finite difference method and comparison with other mes method, Applied Mathematical Modelling, 27,10, (2003), 831-847.
- F. Ureña, JJ. Benito, L. Gavete, R. Alvarez: Resolución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales dependientes del tiempo de segundo orden utilizando diferencias finitas generalizadas, Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálcul Diseño en Ingeniería, Vol 19, 3, 331-340 (2003)
- F. Ureña, JJ. Benito, L. Gavete, R. Alvarez: Computational error approximation and h-adaptive algorithm for 3-D Generalize Finite Difference Method, Int. Jour. For computational methods in Engineering Science and Mechanics 6, 31-39 (2005)

# 9.BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

## Comentarios y anexos:

Esta bibliografía debe entenderse como de consulta, en algún caso como alternativa, debiéndose el alumno poner e contacto con el profesor de la asignatura antes de su utilización

- Alvarez S., Benito J.J., Sánchez-Sesma F., Alarcón E., *The use of Direct Boundary Element Method for gainings insight into complex seismic site response*, Computers & Structures, 83,Issue 10-11,821-835, 2005.
- Banerjee P.K., The Boundary Element Methods in engineering, McGRAW-HILL, 1994.
- Bathe, K.J., Finite element procedures, Prentice Hall, 1996.
- Belytscho T., Lu YY, GU L., Element free-Galerkin method, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 1143,35 414 (1994).
- J.J.Benito, F. Ureña, L. Gavete, R. Alvarez, An h-adaptive method in the generalized finite differences, Comput. Methods Ap Mech. Engrg. 192, (2003), 735-739.
- Doblaré M., Gracia L. Análisis lineal de estructuras (Vol, 1). Dpto. Ingeniería Mecánica. Universidad de Zaragoza.
- Domínguez J., Boundary Elements in Dynamics, Computational Mechanics Publications, Elsevier Applied Science, 1993
- Domínguez J, Alarcón E. Elastodynamics. In: Brebbia CA, editors. Progress in Boundary Element Methods. London, Plymouth
- Duarte and J. T.Oden, H-P Cloud-An h-p Meshless Method, Numerical Methods for Partial Differential Equations, 12 (1996) 6 705
- Fagan, M.J.: Finite element analysis. Theory and Practice. Longman Scientific and Technical, 1992.
- L. Gavete, J.J.Benito, S. Falcon and A.Ruiz, Implementation of essential boundary conditions in a meshless method, Communications in Numerical Methods in Engineering, 16 (2000) 409-421.
- Hughes, T.V.R.: Finite element method. Prentice Hall, 1987
- Kardestuncer, H. Introducción al análisis estructural con matrices. Mc Graw-Hill, 1975.
- Lancaster P., Salkauskas K., Surfaces generates by moving least squares methods, Math Comput 137,141-158, (1981).



- T.Liszka and J.Orkisz, The Finite Difference Method at Arbitrary Irregular Grids and its Application in Applied Mechanics,
- Computer and Structures, 11 (1980) 83-95.
   W. K. Liu, S. Jun, S. Li, J. Adee and T. Belytschko, *Reproducing Kernel Particle Methods for Structural Dynamics*. Internation Journal for Numerical Methods in Engineering, 38 (1995) 1655-1679.

  - Liu G.R.: *Mesh Free methods*, Ed. CRC Press, 2003
- Li S., Liu W.K.: Mesh Free particle methods, Ed. Springer-Verlag, 2004.
- Mitchel A.R., Griffiths D.F., The finite Difference Method in Partial Differencial Equations, Int. Jour. For Numerical Methods in
- Monaghan J. J., An introduction to SPH, Computer Physics Communications, 48, 89-96, (1988)
- B. Nayroles, G. Touzot, and P. Villon, Generalizing the finite element method: diffuse aproximation and diffuse elements, Computational Mechanics, 10 (1992) 307-318.
- Onate, E., Cálculo de estructuras por el Método de Elementos Finitos. Análisis elástico lineal, C.I.M.N.E., 1995.
- E. Oñate, S. Idelsohn, O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, A Finite Point Method in computational mechanics. Aplications to convective transport and fluid flow, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 39 (1996) 3839-3866.
- J. Orkisz: Meshless finite difference method II. Adaptative approach, Computational Mechanics, Idelson, Oñate, Duorkin (Ed iacm, CINME (1998)
- J. Orkisz: Meshless finite difference method I. Basic approach, Computational Mechanics, Idelson, Oñate, Duorkin (Eds.), iac CINME (1998).
- J. Orkisz, Finite Difference Method (Part III), in Handbook of, Computational Solid Mechanics, M. Kleiber (Ed.) Springer-Ver Berlin, 1998, 336-432.
- N. Perrone and R. Kao, A general finite difference method for arbitrary meshes, Computer and Structures 5 (1975) 45-58.
- Pilkey, W.D., Wunderlich, W.: Mechanics of Structures variational and computational methods, CRC Press Inc., 1994.
- Reddy, J.N.: Applied functional analysis and varational methods in engineering. McGraw-Hill, 1986.
- Szabó, B. Babuška, I.: Finite element analysis, John Wiley and Sons, 1991.
- Zienkiewicz, O.C. y Taylor R.C.: El método de los elementos finitos. (vols. 1 y 2) (5ª edición), 2004.

### 10.RECURSOS DE APOYO AL ESTUDIO

- 1.- Curso virtual
- 2.- Videoconferencia
- Se concretarán fechas para su realización a lo largo del curso a través del aula virtual.
- 3. Software para prácticas.

Programas realizados por el equipo docente del MEF, BEM, EFG y DFG para prácticas. Disponibles a través del Curso Virtual.

#### 11.TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO

Horario de atención al estudiante:

Lunes de 10 a 14 h y de 16:30 a 20:30 h., Juan del Rosal, 14, 28040, Madrid ,DESPACHO 4.23 (Edificio de la Escuela de Informática).

Tels.: 91 398 64 57 Fmail: ibenito@ind.uned.es

Aula Virtual.

## 12.EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

La evaluación consistirá en una prueba presencial (30%) y la realización de un trabajo de síntesis (70%), para cuya asignación el alumno d ponerse en contacto telefónico o por correo electrónico con el equipo docente. Cualquier modificación se indicará en el curso virtual de la asignatu

Dado que el periodo lectivo de la asignatura se desarrollará durante el segundo cuatrimestre, la prueba presencial se realizará en la convocatoria de junio o en la de septiembre.

#### 13.COLABORADORES DOCENTES

Véase equipo docente.



^mbito: GUI - La autenticidad, validez e integridad de este documento puede ser verificada mediante