

FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES II

Curso 2012/2013

(Código: 61022027)

1. PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA

Presentación

Para presentar esta asignatura, el equipo docente ha recopilado toda la información de carácter general, es decir, las principales características y requisitos, en la siguiente ficha:

FICHA DE LA ASIGNATURA

Órgano responsable: Departamento de Matemáticas Fundamentales (UNED)	
Nombre de la asignatura: Funciones de Varias Variables II	
Semestre: 2º	Créditos ECTS: 6
Horas estimadas de trabajo del estudiante: 150	
Horas de docencia teórica:	
Horas de prácticas:	
Horas de trabajo personal (y en grupo) y otras actividades: 150	
38 horas en créditos de contenido teórico, 22 horas en créditos de contenido práctico, y 90 para trabajo autónomo adicional (ejercicios de autoevaluación, información en Internet, Pruebas Presenciales, etc.)	
Profesorado (indicando el coordinador)	
Ángel L. Garrido Bullón (Coordinador)	
Objetivos que se van a adquirir:	
<p>El primer objetivo es el dominio de los fundamentos matemáticos que se necesitan para el estudio de esta parte esencial de las Matemáticas, con base en problemas, así como en cuestiones planteadas y en ejemplos.</p> <p>En segundo lugar, se desea mostrar cómo las herramientas de tipo matemático se aplican al estudio de casos concretos; especialmente, en temas tan relacionados con las aplicaciones como los que se desarrollan en esta materia.</p> <p>Por último, a través del conocimiento de algunos aspectos de la Historia de esta parte fundamental de las Matemáticas, apreciar el valor formativo y cultural de esta disciplina, y su contribución como lenguaje y como herramienta de la Ciencia.</p>	



Prerrequisitos: Conocimientos básicos de Análisis Matemático; fundamentalmente, de las Funciones de una Variable, así como de la asignatura previamente estudiada, *FVV I*.

Contenido (breve descripción de la asignatura)

1. Extremos condicionados y Método de los Multiplicadores de Lagrange.
2. Teoremas de la Función Implícita e Inversa
3. Funciones con valores vectoriales
4. Integrales dobles
5. Integrales triples
6. El Teorema de Cambio de Variable y sus aplicaciones a la integral
6. Integrales Impropias

Bibliografía básica:

- J. Marsden y A. Tromba: *"Cálculo Vectorial"*. Ed. Pearson - Prentice Hall -UNED. Barcelona, 2006.

Metodología docente: Enseñanza a distancia, con la metodología de la UNED.

Enseñanza virtualizada.

Tipo de evaluación (exámenes/trabajo/evaluación continua):

Pruebas Presenciales en el Centro Asociado correspondiente.

Idioma en que se imparte: Español

2.CONTEXTUALIZACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIOS

1. Contextualización

Esta asignatura es integradora y es capaz de reunir y aplicar métodos de campos distintos de las Matemáticas que el alumno debe conocer, al menos fundamentalmente. La asignatura está orientada a proporcionar herramientas básicas de ciertas áreas de las Matemáticas, de la Física y de la Técnica, con el principal objetivo de cubrir la formación matemática del futuro matemático.

Los alumnos de esta asignatura trabajarán las siguientes *competencias específicas* del título:

- 4.1. Conocer el valor formativo y cultural de las materias correspondientes a la especialización y los contenidos que se cursan en las respectivas enseñanzas.
- 4.2. Conocer la historia y los desarrollos recientes de las materias y sus perspectivas para poder transmitir una visión dinámica de las mismas.



- 4.3. Conocer contextos y situaciones en que se usan o aplican los diversos contenidos curriculares.

Con esta asignatura se pretende cubrir también las siguientes *competencias genéricas* propuestas por la UNED, que son especialmente importantes en su formación universitaria y elemento clave en el EEES:

1. Desarrollar procesos cognitivos superiores.
2. Gestionar procesos de mejora, calidad e innovación.
3. Comunicarse de forma oral y escrita en todas las dimensiones de su actividad profesional con todo tipo de interlocutores.
4. Utilizar de forma eficaz y sostenible las herramientas y recursos de la sociedad del conocimiento.
5. Trabajar en equipo.

Por último, las *competencias* que se trata que vaya adquiriendo el alumno con esta asignatura son

1. Competencia matemática.
2. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.
3. Tratamiento de la información y competencia digital.
4. Aplicaciones de las Matemáticas al estudio de los procesos naturales.

3.REQUISITOS PREVIOS REQUERIDOS PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Conocimientos previos

Para abordar el estudio de esta digamos nueva asignatura (más que una simple segunda parte de las Funciones de Varias Variables I), en las mejores condiciones posibles, es esencial que el alumno tenga algunos conocimientos matemáticos previos. En concreto, de las siguientes áreas de las Matemáticas: algo de Álgebra Lineal (como la parte de Matrices y Determinantes), y también mucho de ese ya mencionado Análisis Matemático en una variable (concretamente, de Cálculo Diferencial e Integral de funciones de una y varias variables).

También, para facilitar su incorporación a la asignatura con la mejor preparación posible, son muy convenientes unos buenos conocimientos de Inglés.

4.RESULTADOS DE APRENDIZAJE

1. Resultados de aprendizaje

Conocimientos teóricos:

Para esta rama del Análisis Matemático de Varias Variables, se deben alcanzar los siguientes resultados:



- Comprender contextos y situaciones, para hacerlas interpretables mediante la herramienta matemática.
- Comprender los procesos simbólicos y los procesos numéricos.
- Conocer la historia y los desarrollos recientes de las aplicaciones de la Matemática y sus perspectivas futuras.
- Entender las distintas heurísticas, o estrategias, para el correcto planteamiento y resolución de los problemas.

Conocimientos prácticos o destrezas:

Dominar los fundamentos geométricos, algebraicos y de Cálculo desde un punto de vista superior, con sus aplicaciones.

Actitudes:

Apreciar el valor formativo y cultural del Análisis Matemático, clave esencial actualmente de la Ciencia, de la Computación y de las Ingenierías.

Asimismo, entender cómo se pueden estas aplicar en situaciones concretas, que se modelizan a través de la poderosa herramienta matemática.

5. CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

Contenidos de la asignatura

Su justificación en el programa de la asignatura.

En el ejercicio de la docencia en Matemáticas es esencial la motivación y la contextualización de los contenidos. En ocasiones y dado su carácter muchas veces extremadamente abstracto, es esencial buscar y presentar concreciones lo más próximas a la realidad; en este caso, del ámbito propio de la Física, de la Química o cada vez más, de la Computación. Por otro lado, la historia y los últimos logros de la investigación matemática pueden ofrecernos con frecuencia una buena fuente de contextualización y motivación.

1. Extremos condicionados. Multiplicadores de Lagrange. Optimización.



2. Teoremas de la Función Implícita e Inversa. Introducción. Estudio de dichos Teoremas. Ejemplos de su aplicación.
3. Funciones con valores vectoriales. La longitud de arco. Campos escalares y vectoriales. Gradiente, Divergencia y Rotacional.
4. Integrales dobles. Introducción a las integrales en dimensión dos. La integral doble sobre un rectángulo. La integral doble sobre regiones más generales. Cambio del orden de integración (Teorema de Fubini).
5. La integral triple. Su cálculo sobre ejemplos notables.
6. El Teorema del Cambio de Variable y sus aplicaciones en integración. Geometría de las aplicaciones del plano al espacio euclídeos. El Teorema del Cambio de Variable. Aplicaciones.
7. Integrales impropias. Fundamentos matemáticos. Su cálculo sobre ejemplos notables.

6.EQUIPO DOCENTE

- [ANGEL LAUREANO GARRIDO BULLON](#)

7.METODOLOGÍA Y ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Metodología

En la metodología es muy importante tener en cuenta el contexto específico de la UNED, el de la educación a distancia. La toma de contacto entre profesor y alumno queda cristalizada mediante el libro de texto. Son, pues, muy necesarios los materiales didácticos con una buena estructuración y secuenciación de contenidos, donde la alternancia de conceptos y ejemplos es clave para alcanzar los objetivos marcados y desarrollar las competencias descritas.

Ha cobrado gran importancia en los últimos años la articulación de la asignatura por medio de la virtualización en la red. En un espacio cerrado al mundo exterior, los alumnos pueden proyectar sus dudas y sugerencias en los foros de discusión, creados para tal fin, en los que el profesor actúa como moderador esencial. El profesor puede volcar, en tiempo real, y de forma efectiva para alumnos repartidos por toda la geografía, ejercicios, actividades, apuntes, resolución de dudas específicas, etc.

El sistema fundamental de aprendizaje será el de la lectura y estudio de la bibliografía básica. El alumno contará, además, con las tutorías y las preguntas al profesor por teléfono, por correo ordinario, o del electrónico, así como del curso virtual.

De manera general, la docencia se impartirá a través de un curso virtual dentro de la plataforma educativa de la UNED, complementado con la asistencia personalizada del equipo docente y la tutorización presencial en los Centros Asociados, así como de la tutorización telemática.

- *Curso virtual*

De manera general, la docencia se impartirá a través de un curso virtual, dentro de la plataforma educativa de la UNED, complementándose con la asistencia personalizada del equipo docente y la autorización presencial y telemática en los Centros Asociados.



Dentro del curso virtual el alumnado dispondrá de:

- o Página de bienvenida, donde se indica el concepto general de la asignatura y se presenta el equipo docente.
- o Calendario, donde se establece el orden temporal de actividades y sugerencias sobre el reparto temporal de la materia, para que el estudiante los adapte a su disponibilidad y necesidades.
- o Materiales:
 - a) *Guía del curso*, donde se establecen los objetivos concretos y los puntos de especial interés.
 - b) *Programa*, donde se especifica la división del contenido por capítulos.
 - c) *Procedimientos*, donde se sugieren al alumno las tareas que debe realizar.
 - d) *Recursos*, donde se proporciona el material necesario para el estudio.
 - e) *Ejemplos de exámenes-tipo*, donde se orienta sobre las pruebas escritas y se muestran ejemplos de exámenes de cursos anteriores.

- o Actividades y trabajos:

Pruebas de evaluación a distancia.

- o Comunicación:

- a) *Correo*, para comunicaciones individuales.
- b) *Foros de Debate*, donde se intercambian conocimientos y se resuelven dudas de tipo académico general.

Fuera del curso virtual, el estudiante también podrá realizar consultas al equipo docente a través del correo, del teléfono y presencialmente en los horarios establecidos para estas actividades. También se podrán organizar videoconferencias coordinadas con los distintos Centros Asociados, si las necesidades docentes lo precisaran.

El sistema fundamental de aprendizaje será el de la lectura y el estudio en varias fases de los temas expuestos en los dos volúmenes que son: el texto base, de teoría, y el de ejercicios, por parte del alumno.

Lo cual no impide que se puedan ampliar o sustituir alguno de los temas por los de otro texto que se juzgue más adecuado.

Con el fin de planificar el estudio de esta asignatura, gestionar el tiempo y el esfuerzo, y ayudar con ello a lograr un mejor aprendizaje, el equipo docente ha distribuido el tiempo asignado para la realización de las actividades formativas en esta asignatura según la tabla siguiente:

Actividades formativas
Con su contenido en ECTS (6) ↔ 150 horas por cada asignatura
<i>Créditos de contenido teórico</i> ↔ 55 h.
Lectura de orientaciones « 2 h.



Lectura comprensiva del material didáctico « 42 h.

Visualización y audición de materiales audiovisuales « 5 h.

Intercambio de información y consulta de dudas

(equipo docente, tutores y grupos de trabajo) « 5 h.

Créditos de contenido práctico ↔ 74 h.

Resolución de problemas en línea y/o presenciales « 62 h.

Intercambio de información en foros « 8 h.

Manejo de herramientas informáticas y plataforma alf « 4 h.

Trabajo autónomo adicional ↔ 21h.

Realización de trabajos de auto evaluación « 10 h.

Búsqueda de información adicional en Biblioteca, Internet, etc. « 4 h.

Realización de pruebas de evaluación continua en línea y/o presenciales « 4 h.

Realización de pruebas presenciales « 3 h.

»

8.EVALUACIÓN

Evaluación de los aprendizajes

Se han de llevar a cabo:

- Pruebas de autoevaluación.
- Evaluación continua o formativa (PECs, o Pruebas de Evaluación a Distancia)
- Participación activa en el curso virtual.
- Pruebas presenciales, que pueden ser tanto de ensayo como de tipo test, o bien mediante la resolución de problemas y ejercicios, así como sobre demostraciones que sean útiles para una mejor formación de un futuro matemático.

En primer lugar, se dispone de los foros y de los medios de comunicación que son muy útiles para la "virtualización" de la asignatura.

La *tutorización presencial y telefónica* se llevará a cabo por parte del



- *Prof. D. Angel Garrido*: los martes, de 15 a 19 horas, en el despacho 134 de la Facultad de Ciencias.

Tel.: 91 398 72 37

e-mail: agarrido@mat.uned.es

El equipo docente de la asignatura estará disponible para atender a cualquier cuestión acerca de la asignatura que sea planteada por los tutores y responder asimismo a cualquier duda de carácter general sobre la asignatura que planteen los alumnos.

Al mismo tiempo la UNED debería asignar un Tutor a cada alumno de esta materia en el Centro Asociado al que este pertenezca. El Tutor será responsable de atender todas las preguntas, dudas o cuestiones referentes a los contenidos científicos de la asignatura. El alumno sólo trasladará sus dudas al profesor de la asignatura de la Sede Central como último recurso, cuando a través del tutor el alumno no haya podido resolverlas.

La evaluación se llevará a cabo mediante una prueba presencial de un máximo de dos horas de duración, y tendrá lugar en alguno de los Centros Asociados de la UNED.

La prueba será no sólo de índole práctica (en forma de la resolución de determinados problemas propuestos), sino que también abarcarán demostraciones de resultados que se consideren importantes.

Los ejercicios prácticos serán de resolución de diversos ejemplos, demostraciones y ejercicios representativos del nivel correspondiente a los libros contenidos en la bibliografía básica.

La calificación final del alumno ponderará, conforme a los criterios fijados por el Equipo Docente, los resultados de la evaluación continua (o formativa) desarrollada por el alumno, y asimismo, de la Prueba Presencial, mediante una media ponderada cuyos pesos han sido señalados anteriormente.

De esta forma se podrán evaluar no sólo los conocimientos alcanzados, sino también las habilidades y actitudes desarrolladas a través de todas las actividades que se integran en una evaluación continua o formativa.

Evaluación final:

La calificación final se obtendrá a partir de los siguientes elementos:

- Examen presencial final escrito de dos horas de duración, en el que se deben contestar tanto cuestiones teóricas como resolver problemas concretos aplicando los conocimientos teóricos adquiridos. Este examen es obligatorio y se celebrará en todos los Centros Asociados, de manera coordinada, al final del semestre correspondiente, como ya se hace en la actualidad con las asignaturas de las licenciaturas vigentes. Representará un 80% de la calificación final, dependiendo de la realización de pruebas de evaluación continua.

El porcentaje restante se ponderará de acuerdo con los resultados de la evaluación continua desarrollada por el estudiante, a través de algunos de los siguientes cauces:

- Pruebas de evaluación a distancia, con ejercicios de los que consta el programa. Se realizarán dos de tales pruebas. Tendrán una valoración del 5% cada una de ellas sobre la nota final.
- Asistencia y participación en el Aula y en las Sesiones de Tutoría. Estará en función de los Informes del Tutor.
- Realización de un trabajo sobre la Historia del Cálculo y sus Aplicaciones. Representará un 10% de la calificación. Forma parte del Proyecto de REDES de Innovación Pedagógica de la UNED, que será preparado al efecto.

La asignatura se aprueba consiguiendo globalmente al menos 5 puntos.

Entre 7 y 9 puntos se obtiene Notable.

Y a partir de 9 puntos, Sobresaliente.

Las Matrículas de Honor que se puedan conceder se distribuirán entre aquellos alumnos que tengan el máximo de puntos en



la Prueba Presencial, dando prioridad -a igualdad de puntos- a quienes hayan puntuado más en los restantes apartados (como PECs, Trabajo, etc.).

9. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13): 9788478290697
Título: CÁLCULO VECTORIAL (5ª)
Autor/es: Tromba, Anthony J. ; Marsden, Jerrold E. ;
Editorial: PEARSON ADDISON-WESLEY

Buscarlo en Editorial UNED

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Comentarios y anexos:

Los temas de esta materia corresponden aproximadamente a la segunda parte del libro de Marsden-Tromba. Se aconseja pensar detenidamente los temas, aclarando algunos puntos por otros libros; sobre todo, se aconseja manejar colecciones de problemas.

10. BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Comentarios y anexos:

HAY MUCHOS LIBROS QUE TRATAN ESTA MATERIA DESDE DIVERSOS PUNTOS DE VISTA Y CON DIFERENTES GRADOS DE DIFICULTAD, SEGÚN ESTÉN DIRIGIDOS A FUTUROS MATEMÁTICOS, FÍSICOS O INGENIEROS. DE ENTRE ELLOS, PODEMOS ACONSEJAR, PARA COMPLETAR LO RECOGIDO EN ESTE LIBRO, EL DE "CALCULO EN VARIETADES", DE M. SPIVAK (ED. REVERTE).

EQUIPO DOCENTE

11. RECURSOS DE APOYO

1. *Curso virtual* donde se encuentran materiales de apoyo al estudio, acceso al foro y correos electrónicos de profesores y alumnos, laboratorios informáticos para el uso de programas de apoyo al estudio.

2. Editor *Geogebra*. Programa de Geometría dinámica:

<http://maxima.sourceforge.net/es/>

3. Programa *Maxima*, de Cálculo simbólico libre:



12.TUTORIZACIÓN

La *tutorización presencial y telefónica* se llevará a cabo por parte del

- *Profesor D. Angel Garrido Bullón*: los martes, de 16 a 20 horas, en el despacho 134 de la Facultad de Ciencias.

Teléfono: 91 398 72 37, e-mail: agarrido@mat.uned.es

El equipo docente de la asignatura estará disponible en su horario de guardia para atender a cualquier cuestión de los tutores y resolver cualquier duda de carácter general de la asignatura planteada por los alumnos.

Al mismo tiempo la UNED debe asignar un Tutor a cada alumno de esta materia. El Tutor será responsable de atender las preguntas, dudas o cuestiones referentes a los contenidos científicos de la asignatura.

El alumno sólo trasladará sus dudas al profesor de la asignatura de la Sede Central como último recurso, cuando a través del tutor el alumno no haya podido resolverlas.

La evaluación se llevará a cabo mediante una prueba presencial de dos horas de duración, y que tendrá lugar en alguno de los Centros Asociados de la UNED.

La mencionada prueba presencial será no sólo de índole práctica (en forma de la resolución de determinados problemas propuestos), sino que también entrarán demostraciones de resultados que se consideren importantes.

Los ejercicios prácticos serán de resolución de diversos ejemplos y ejercicios representativos del nivel correspondiente a los libros de la bibliografía básica.

La calificación final del alumno ponderará, conforme a los criterios fijados por el Equipo Docente, los resultados de la evaluación continua (o formativa) desarrollada por el alumno, y asimismo, de la Prueba Presencial.

De esta forma se podrán evaluar no sólo los conocimientos alcanzados, sino también las habilidades y actitudes desarrolladas en todas las actividades que se integran en la evaluación continua o formativa.

Equipo docente

El profesor *Don Angel L. Garrido Bullón* nació en Puerto de Béjar (Salamanca). Estudió Ciencias Matemáticas por la especialidad de Matemática Pura, en la Facultad de Ciencias de la Universidad Complutense de Madrid, así como Ciencias de la Computación. Ha sido Director, Secretario y Administrador de diversos Institutos, tras obtener por Oposición Libre su *Cátedra de Matemáticas*.

Ha impartido durante varios cursos clases de Acústica y de Física del Sonido en la Universidad de Manchester. Asimismo, ha sido Profesor de Cálculo Matemático en la Escuela de Arquitectura Técnica de la Universidad Politécnica de Madrid, pasando luego al Departamento de Matemáticas Fundamentales de la Facultad de Ciencias de la UNED, donde en la actualidad es Profesor Permanente.

Ha publicado hasta la fecha doscientos cincuenta y un artículos de investigación en importantes publicaciones internacionales, de los cuales veinticinco aparecen listados en *MathSciNet (Mathematical Reviews)*, de la *American Mathematical Society (AMS)*, y otros veinticuatro en los *Zentralblatt für Mathematik*, que son las bases de datos fundamentales en nuestra ciencia matemática.

También ha contribuido con capítulos en obras de investigación publicadas por editoriales de reconocido prestigio



científico internacional, como Springer Verlag, Elsevier, IEEE Computer Society Press, etc.

Asimismo, ha asistido a más de cuarenta congresos internacionales, presentando comunicaciones en los mismos; con frecuencia, como Invited Speaker, Chairman, Moderator, etc.

Sus contribuciones a dichas reuniones científicas han sido posteriormente publicadas en los volúmenes de *Proceedings*, así como en diversas revistas internacionales de la especialidad. Es miembro del *Editorial Board* de diversas revistas de investigación matemática.

En la actualidad investiga sobre "*Fuzzy Measure Theory*" (o Teoría de las Medidas Difusas), que es una generalización -que ha adquirido gran auge y aprecio en los países más avanzados- de lo que se denomina Teoría de la Medida Clásica. Asimismo, trabaja en "Fuzzy Logic", o Lógica Difusa, la cual generaliza la de Lógica de Predicados de Primer Orden, de la cual son un caso de aplicación las Matemáticas Clásicas.

Y también ha venido trabajando en diversos problemas abierto de tipo matemático en la *Teoría de Autómatas* (como diversos tipos de Recursividad, Función de Ackermann, etc.), e *Inteligencia Artificial* (como los que plantean los Modelos Gráficos Probabilísticos, a través de la Función Zeta de Ihara aplicada a grafos dirigidos acíclicos y conexos, etc.). Asimismo, en problemas de *Inferencia Estadística*.

A lo que debemos añadir el haber escrito y publicado diez libros de texto, sobre disciplinas diversas, como los dedicados a explicar el *Análisis Matemático*, *la Física del Sonido* o *la Acústica*, entre otros; inicialmente pensados para los alumnos de la UNED y de la Universidad de Manchester, de la que también fue Profesor de estas materias y Director del Departamento de Ciencias Aplicadas.

Recientemente ha publicado la obra de investigación y docencia avanzada MODERN OPTIMIZATION (Matrix-Rom, Bucaresti, 2011), junto con el gran investigador Vasile Postolica, de la Universidad de Bacau.

También ha revisado y editado (junto con la profesora Beatriz Hernando y el profesor Gaspar Mora) la obra publicada en dos volúmenes *Análisis Matemático III* (que trata sobre ecuaciones diferenciales), de D. Manuel Valdivia. La cual ha sido varias veces editada por la UNED.

Asimismo, ha venido participando como ponente en muchos Cursos de Verano, como el impartido durante años sobre *Arte y Matemáticas*, o en el de "*El Mundo de Alejandro*", entre otros. Los viene organizando todos los años la UNED en sus distintos Centros Asociados. Igualmente cabe mencionar su participación en otros Cursos de Verano, así como en diversos Seminarios científicos, que son impartidos en Departamentos de distintas Universidades, sobre temas de Matemáticas Avanzadas e Inteligencia Computacional, etc.

