

# TOPOLOGÍA

Curso 2012/2013

(Código: 61023015)

## 1. PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA

La Topología es el estudio de los espacios topológicos y las aplicaciones continuas entre ellos, así como otros conceptos y técnicas relacionados. Este estudio es el que se realiza en esta asignatura. En particular, se estudia la construcción de espacios topológicos, mediante diferentes procedimientos, siendo uno de ellos, por ejemplo, el de la construcción de subespacios topológicos de un espacio dado, y otro el de la construcción de los productos topológicos. Por otra parte, se estudia las propiedades topológicas. A través de las aplicaciones continuas se define la noción de equivalencia u homeomorfismo entre dos espacios topológicos, y, a partir de esta noción, se dice que una propiedad relativa a los espacios topológicos es topológica si es invariante por equivalencias topológicas u homeomorfismos, es decir, si es preservada por ellos.

Entre estas propiedades destacan, por ejemplo, la compacidad, la conexión, los llamados axiomas de numerabilidad, y los llamados axiomas de separación, que se tratan en esta asignatura. En el curso se manejan, además, numerosos ejemplos de espacios topológicos, que pueden utilizarse como punto de partida para llevar a cabo prácticas ulteriores en esta asignatura obligatoria de tercer curso del grado en Matemáticas.

## 2. CONTEXTUALIZACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIOS

La presente asignatura pertenece a la materia de Geometría y Topología. Está situada en el tercer curso del grado y dentro de éste en el primer semestre. Se trata de una asignatura obligatoria. La asignatura es de 6 créditos ECTS, lo que supone 150 horas de trabajo / estudio por parte del estudiante.

Las competencias del grado en Matemáticas que se desarrollan en esta asignatura de Topología son, fundamentalmente, las siguientes:

CED 1 Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores.

CEP 4 Resolución de problemas.

CEA 1 Destreza en el razonamiento y capacidad para utilizar sus distintos tipos, fundamentalmente deducción, inducción y analogía.

CEA 2 Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución.

CEA 3 Habilidad para crear y desarrollar argumentos lógicos, con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones.

CEA 7 Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita.

## 3. REQUISITOS PREVIOS REQUERIDOS PARA CURSAR LA ASIGNATURA

El estudiante debería conocer y manejar previamente el sistema de los números reales (que es un cuerpo conmutativo, ordenado, arquimediano y completo), así como algunas nociones básicas de Teoría de Conjuntos. Dentro de este campo, debe, además, comprenderse y manejarse conceptos relacionados con teoría de cardinales, y, en particular, con cardinales numerables, finitos e infinitos no numerables, especialmente el cardinal del conjunto  $\mathbb{R}$  de los números reales. Además, sería deseable que tuviera una madurez matemática suficiente como para ser capaz de representar en la recta real, en el



plano Euclídeo, y en el espacio Euclídeo tridimensional, subconjuntos definidos por un número finito pequeño de ecuaciones y/o inecuaciones.

Por estos motivos, sería recomendable que el estudiante haya cursado (y superado) las asignaturas de Funciones de una Variable (real) I y II, así como la de Funciones de Varias Variables I. También puede ser conveniente haber cursado (y superado) la asignatura de Álgebra Lineal I.

#### 4.RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Comprender y manejar las nociones de topología en un conjunto, de conjuntos abiertos y de espacios topológicos.
- Comprender y manejar la noción de topología menos fina que otra y de topología más fina que otra y ser capaz de comparar dos topologías sobre un mismo conjunto.
- Comprender y manejar las nociones de base de una topología y de conjunto básico, y conocer las propiedades de estas nociones, así como todo lo análogo para una subbase de una topología. Conocer la relación entre los abiertos de una topología y los abiertos de una base o subbase.
- Conocer y manejar la topología del orden sobre un conjunto totalmente ordenado.
- Conocer y manejar la topología producto y sus propiedades para un número finito de espacios.
- Conocer y manejar la topología relativa o topología de subespacio de un espacio. Conocer y manejar las propiedades más usuales.
- Conocer y manejar los conceptos de conjunto cerrado, interior, clausura o adherencia, frontera, de un subconjunto en un espacio topológico. Lo análogo para los puntos de acumulación, para los axiomas de Hausdorff y  $T_1$ , y para la noción de convergencia de una sucesión a un punto en un espacio topológico. Conocer y manejar las propiedades más usuales.
- Conocer y manejar las nociones de continuidad de una aplicación y de continuidad en un punto, así como las de homeomorfismo, propiedad topológica y encaje o embebimiento o inmersión topológica. Conocer y manejar las propiedades más usuales.
- Conocer y manejar las topologías producto y por cajas en un conjunto producto cartesiano generalizado de conjuntos y también las propiedades más usuales.
- Conocer y manejar las nociones y propiedades más usuales acerca de la topología métrica.
- Conocer y manejar las nociones y propiedades de la topología cociente y de los espacios cocientes.
- Conocer y manejar las nociones y propiedades de la conexión, de los subespacios conexos de la recta real, de las componentes conexas, de la conexión local y de la conexión por caminos.
- Conocer y manejar los diferentes conceptos relacionados con la compacidad, compacidad por punto de acumulación y compacidad local y las compactificaciones por un único punto, así como lo relativo a los subespacios compactos de la recta real. Conocer y manejar las propiedades usuales de estas nociones.
- Conocer y manejar las nociones más básicas relacionadas con redes en un espacio topológico.
- Conocer y manejar las nociones de los axiomas de numerabilidad (primer y segundo axiomas, Lindelöf, separabilidad), así como las propiedades más usuales de estos axiomas.
- Lo análogo al apartado anterior para los axiomas de separación: Hausdorff, regularidad, normalidad, completa regularidad, etc.
- Conocer y manejar el Lema de Urysohn, el Teorema de Metrización de Urysohn, y el Teorema de Extensión de Tietze.



## 5. CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

### 1. Espacios topológicos y funciones continuas (aplicaciones continuas).

- Espacios topológicos.
- Bases.
- Topología del orden.
- Topología producto para un número finito de espacios.
- Topología relativa o topología de subespacio.
- Conjuntos cerrados, adherencia e interior, puntos de acumulación.
- Funciones continuas.
- Topología producto generalizada.
- Topología métrica.
- Topología cociente.

### 2. Conexión y compacidad (y otras propiedades relacionadas).

- Espacios conexos.
- Subespacios conexos de la recta real.
- Componentes. Conexión local.
- Espacios compactos.
- Subespacios compactos de la recta real.
- Compacidad por punto de acumulación.
- Compacidad local.

### 3. Axiomas de separación y axiomas de numerabilidad.

- Los axiomas de numerabilidad.
- Los axiomas de separación.
- Espacios normales.
- Lema de Urysohn.
- Teorema de metrización de Urysohn.
- Teorema de Extensión de Tietze.

## 6. EQUIPO DOCENTE

- [EMILIO BUJALANCE GARCIA](#)



## 7.METODOLOGÍA Y ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

El plan de trabajo se referirá al texto base *Topología (2ª Edición)* de James R. Munkres ( Pearson Educación, Prentice Hall, Madrid, 2002) .

En él se fijan tanto los contenidos para el estudio de esta asignatura como la notación y terminología en general.

La notación puede variar de unos libros de Topología a otros.

En la segunda parte de la Guía (Guía de Estudio de la asignatura) se concretarán orientaciones para el estudio de los temas, se indicará la duración (aproximada) del tiempo que el estudiante debe dedicar a cada tema, capítulo o sección, y se harán algunos comentarios acerca de los ejercicios.

Gran parte de la formación recae sobre el trabajo personal del estudiante con la bibliografía recomendada, tanto la básica como la complementaria, siempre contando con ayuda del profesor de la asignatura de la Sede Central de la UNED, los tutores y las tecnologías que la UNED pone a disposición de todos como ayuda para la preparación de las asignaturas.

En el curso virtual existen diferentes foros:

-Foro docente - guardia virtual: en él, los estudiantes consultan al profesor cuestiones específicas de la asignatura, que serán resueltas por el profesor, o al menos, se les darán las indicaciones necesarias para que el estudiante pueda, por sí mismo, resolver sus propias dudas.

-Foro de consultas generales: en él, se plantearán preferentemente cuestiones de carácter general sobre la asignatura, de gestión, de procedimientos de evaluación, etc.

-Foro de alumnos: Este foro no está tutelado por el profesor, por lo que el profesor no se responsabilizará de los contenidos del mismo. Se utiliza para que los estudiantes intercambien entre sí preguntas y/o información siempre respecto de temas de la asignatura o al menos del curso o de la universidad.

-Foros acerca de cuestiones concretas, y de creación "improvisada": Se podrán crear foros relativos a cuestiones concretas, como por ejemplo, subconjuntos notables de un espacio topológico, aplicaciones continuas, compacidad, etc., que consistirán en preguntas orientadas a la profundización y comprensión de los estudiantes, podrán estar abiertos durante un tiempo limitado, en el cual los estudiantes se contestarán entre sí y el profesor solo participará cuando lo considere necesario u oportuno.

## 8.EVALUACIÓN

La evaluación consistirá en:

-Pruebas Presenciales en un Centro Asociado de la UNED, en la fecha y hora fijadas por la universidad. Duración: 2 horas. Se puntuará sobre 10 puntos. Esta prueba será obligatoria. Esta prueba consistirá en 3 o 4 cuestiones de contenido teórico, teórico - práctico o práctico, con un nivel análogo al de los ejercicios de autoevaluación propuestos en el libro de texto y los resultados teóricos del mismo texto base.

- Prueba de Evaluación a Distancia. Vía curso virtual. Se realizará en un día concreto que será anunciado en el curso virtual a comienzos del curso académico. Se puntuará sobre 2 puntos. Esta prueba será voluntaria.

Si la suma de la calificación de la Prueba Presencial y la Prueba de evaluación a Distancia es menor o igual que 10, entonces esta suma será la nota final.

Si la suma de la calificación de la Prueba Presencial y la Prueba de evaluación a Distancia es mayor que 10, entonces, la calificación final será de 10.

No obstante, para obtener matrícula de honor, y siempre dentro de las posibilidades dadas por el número de estudiantes matriculados, se fijarán unas condiciones necesarias (aunque no siempre suficientes) que serán dadas a conocer a los



estudiantes a través de los canales adecuados.

## 9. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13): 9788420531809  
Título: TOPOLOGÍA (2ª ed.)  
Autor/es: Munkres, J.R. ;  
Editorial: PRENTICE HALL

Buscarlo en Editorial UNED

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Comentarios y anexos:

Texto Base:

Munkres, J. R. Topología, 2ª Edición. Pearson Educación, Prentice Hall. Madrid, 2002.

El estudiante seguirá la notación y la terminología del libro de texto base en su estudio, ya que, según hemos indicado, éstas pueden variar de un libro a otro.

Las secciones del libro están ilustradas y dotadas de un buen número de ejemplos para facilitar la comprensión de las nociones y resultados básicos a los lectores del mismo, y, en este caso, a los estudiantes de esta asignatura de Topología.

Al final de casi todas las secciones aparece una relación de ejercicios propuestos que deberán ser realizados por los estudiantes para comprobar su adquisición de conocimientos relativos a la sección, y, en muchos casos, como repaso de nociones y/o resultados ya adquiridos o ya conocidos de otras secciones anteriores. En la segunda parte de la guía de estudio (plan de trabajo y orientaciones para el estudio) se darán algunos comentarios acerca de los ejercicios concretos. En cualquier caso, cada estudiante deberá intentar seriamente la resolución de los ejercicios para adquirir una experiencia específica relacionada con los tópicos que trata esta asignatura.

## 10. BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13): 9788420501925  
Título: PROBLEMAS DE TOPOLOGÍA GENERAL  
Autor/es: Margalef, J ; Fleitas, G ;  
Editorial: Alhambra

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico



ISBN(13): 9788429150803

Título: TOPOLOGÍA

Autor/es: Young, G.S. ; Hocking, J.G. ;

Editorial: REVERTÉ

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

ISBN(13): 9788436216745

Título: TOPOLOGÍA (1ª)

Autor/es: Arregui Fernández, Joaquín ;

Editorial: UNED

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

ISBN(13): 9788436223989

Título: PROBLEMAS DE TOPOLOGÍA (2ª)

Autor/es: Tarrés Freixenet, Juan ; Bujalance García, Emilio ;

Editorial: UNED

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

ISBN(13): 9788466726146

Título: TEORÍA BÁSICA DE CONJUNTOS (1ª)

Autor/es: Fernández Laguna, Víctor ;

Editorial: ANAYA

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico



ISBN(13): 9788474914528  
Título: INTRODUCCIÓN A LA TOPOLOGÍA  
Autor/es: Outerelo, E ; Margalef, J ;  
Editorial: Editorial Complutense

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

ISBN(13): 9788488667540  
Título: TOPOLOGÍA GENERAL (2000)  
Autor/es: Margalef Roig, Juan ; Padrón Fernández, María Edith ; Outerelo Domínguez, Enrique ;  
Editorial: Sanz y Torres, S. L.

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

ISBN(13): 9788496808225  
Título: ELEMENTOS DE TOPOLOGÍA  
Autor/es: Outerelo Domínguez, E. ;  
Editorial: SANZ Y TORRES

Buscarlo en librería virtual UNED

Buscarlo en bibliotecas UNED

Buscarlo en la Biblioteca de Educación

Buscarlo en Catálogo del Patrimonio Bibliográfico

#### Comentarios y anexos:

Los libros reseñados como bibliografía complementaria pueden ser consultados para aclarar algunas cuestiones o bien para ampliar algunos conocimientos.

De estos libros cabe destacar el libro de problemas de Topología de los autores Emilio Bujalance y Juan Tarrés, que es el libro de problemas que este equipo docente recomienda.

Deseamos añadir aquí algunos libros de nivel similar o superior al del Texto Base de Munkres y que también podrán ser consultados por el estudiante para algunas cuestiones concretas:

-Dugundji, J. Topology. Allyn and Bacon. Boston. 1966.

-Engelking, R. General Topology. PWN. Polish Scientific Publishers. Warszawa. 1977.



-Kelley, J. L. Topología General. Segunda Edición. Editorial Universitaria de Buenos Aires. Buenos Aires. 1975.

-Lipschutz, S. General Topology. Schaum Publishing Co. New York. 1965.

-Steen, L. A. & Seebach Jr., J. A: Counterexamples in Topology. Dover Publications. New York. 1995.

## 11.RECURSOS DE APOYO

-Curso Virtual. La UNED pone a disposición de los estudiantes un curso virtual atendido por profesores en el que se abren posibilidades muy importantes como puede ser la comunicación casi inmediata con una persona, un tutor virtual, que puede resolver las dudas de los estudiantes tanto generales como más específicas de la asignatura, en este caso de Topología. Además permite que los estudiantes se comuniquen entre sí en el llamado "foro de alumnos", y además, se pueden ir abriendo otros foros con cuestiones específicas dentro de temas concretos en los que los estudiantes podrán intercambiar cuestiones, soluciones de cuestiones, y en los que el profesor podrá examinar los mensajes, pero no tendrá que intervenir en general, excepto si es preciso reconducir alguno de los foros.

-Programa de edición científica Scientific Notebook, al que los estudiantes tienen acceso mediante una clave que les proporcionará la UNED.

## 12.TUTORIZACIÓN

Además de las tutorías en los Centros Asociados (en su caso) y de las Tutorías Intercampus (en su caso), que son relaciones académicas entre los tutores de la asignatura y los estudiantes de la misma, la labor de tutorización que llevará a cabo el profesor responsable de esta asignatura de la Sede Central tendrá varias vías:

-Tutorización telefónica en horario de guardias.

-Tutorización por correo postal.

-Tutorización a través del curso virtual de la asignatura. (Actualmente ésta sería la forma más utilizada de tutorización debido al importante desarrollo de las tecnologías relacionadas. Por este motivo, se recomienda vivamente a todos los estudiantes que entren regularmente en el curso virtual y observen todas las aportaciones del mismo, ya que les resultarán, en general, altamente formativas e ilustrativas).

Existen otras formas de contacto entre el estudiante y el profesor, como puede ser a través del fax del departamento, aunque ésta es, reconozcámoslo, mucho menos utilizada en el presente.

## 13.Recomendaciones

Se recomienda visitar periódicamente el Curso Virtual de la asignatura.

Se recomienda, por tanto, seguir los foros con regularidad para poder aprender a partir de las intervenciones de los restantes estudiantes y del profesor de la asignatura.

Recomendaciones para realizar los ejercicios y cuestiones:

Por otra parte, se recomienda leer bien los enunciados de las cuestiones y de los ejercicios relacionados con la asignatura antes de intentar seriamente resolverlos. Se recomienda pensar estas cuestiones y ejercicios y, si no se pueden resolver a la primera, pensarlos en varias ocasiones tratando de desarrollar diferentes métodos de resolución hasta dar con el método correcto y con la solución correcta. Estas recomendaciones podrían servir en general para todas las materias y asignaturas de Matemáticas.

